

Ten-bar Truss

十桿桁架為典型桁架結構之一，此篇報告在特定條件下，利用 Matlab 對該結構進行有限元素及最佳化分析，進而得到能使整體結構質量最小的最佳桿件半徑。

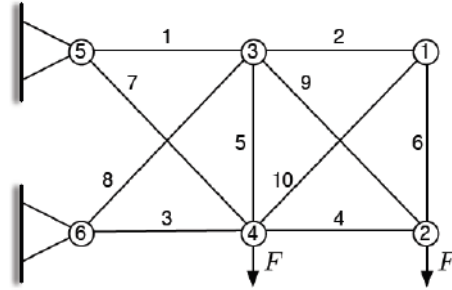


圖 1: Ten-bar

Solution

首先建立函數 v2 以計算出結構的剛性矩陣、應力及位移。

```

1 function [S,Q]=v2(r)
2 % node list
3 n1=[18.28,9.14];
4 n2=[18.28,0];
5 n3=[9.14, 9.14];
6 n4=[9.14, 0];
7 n5=[0, 9.14];
8 n6=[0,0];
9 e=[n3,n5,3,5;
10     n1,n3,1,3;
11     n4,n6,4,6;
12     n2,n4,2,4;
13     n3,n4,3,4;
14     n1,n2,1,2;
15     n4,n5,4,5;
16     n3,n6,3,6;
17     n2,n3,2,3;
18     n1,n4,1,4];
19
20 %get the length of the bars
21 for i=1:10
22     L(i)=((e(i,3)-e(i,1))^2+(e(i,4)-e(i,2))^2)^0.5;
23 end
24
25 %get the trigonometric function of the bars
26 for i=1:10
27     sin(i)=(e(i,4)-e(i,2))/L(i);
28     cos(i)=(e(i,3)-e(i,1))/L(i);
29 end
30
31 %konw
32 r1=r(1);
33 r2=r(2);
34 % r1=0.1;

```

```

35 % r2=0.05;
36 E=200e+9;
37
38 %get elemental stiffness matrix
39 for i=1:6
40     eval(['K',num2str(i),'=', 'element_k(r1,E,L(i),cos(i),sin(i))',';']);
41 end
42 for i=7:10
43     eval(['K',num2str(i),'=', 'element_k(r2,E,L(i),cos(i),sin(i))',';']);
44 end
45
46 %get overall stiffness matrix
47 for i=1:12
48     for j=1:12
49         K(i,j)=0;
50     end
51 end
52
53 for i=1:10
54     tag=[e(i,5)*2-1,e(i,5)*2,e(i,6)*2-1,e(i,6)*2];
55     eval(['k_temp=K ' num2str(i) ' ;']);
56     for j=1:4
57         for k=1:4
58             K(tag(j),tag(k))=K(tag(j),tag(k))+k_temp(j,k);
59         end
60     end
61 end
62
63 %displacement
64 K_reduce=K(1:8,1:8);
65 F=[0;0;0;-1e+7;0;0;0;-1e+7];
66 Q_reduce= K_reduce\F;
67 Q=[Q_reduce;0;0;0;0];
68
69 %stress
70 for i=1:10
71     eval(['Q',num2str(i),'=', '[Q(e(i,5)*2-1);Q(e(i,5)*2);Q(e(i,6)*2-1);Q(e(i,6)*2)']',';']);
72 end
73 for i=1:10
74     eval(['Qe=Q ' num2str(i) ' ;'])
75     S(i,:) = E/L(i)*[-cos(i), -sin(i), cos(i), sin(i)]*Qe;
76 end
77
78 %reaction
79 K_reaction=K(9:12,1:12);
80 R=K_reaction*Q;

```

Listing 1: 有限元素計算

將所得的矩陣帶入函數 `nonlcon`，以獲得進行最佳化所需的非線性條件。

```

1 function [g,geq]=nonlcon(r)
2 [S,Q]=v2(r);
3 for i=1:10
4     g(i)=abs(S(i))-250e+6;
5 end
6 g(11)=(Q(3)^2+Q(4)^2)^0.5-0.02;
7 geq=[];

```

Listing 2: 設立非線性條件

最後建立目標函數，透過 `fmincon` 計算出桿件的最佳半徑。

```
1 f = d*6*pi*9.14*r(1,:).^2 + d*4*pi*12.926*r(2,:).^2;
```

Listing 3: 目標函數

```
1 r0=[0.1;0.1];
2 A=[];
3 b=[];
4 Aeq=[];
5 beq=[];
6 ub=[0.5;0.5];
7 lb=[0.001;0.001];
8 options = optimset('display','off','Algorithm','sqp');
9 [r,fval,exitflag]=fmincon(@(r)object(r),r0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,@(r)nonlcon(r),
    options)
```

Listing 4: 進行最佳化

運算得到最佳值 $r=[0.3,0.2663]$, 最佳解 $f=212410$