	1
	2
	3
	Σ

PRAKTIČNI DEL
Izračunljivost in računska zahtevnost (28. 12. 2020)
Ime in priimek (TISKANO):

1. (8 točk)

   (a) Napišite regularni izraz za prepoznavanje telefonskih številk. Vsaka telefonska številka je sestavljena iz 9 števk, ki so lahko poljubno ločene s presledki. Na začetku je lahko prisotna še območna koda, sestavljena iz dveh števk v oklepaju.

   (b) Dobljeni regularni izraz pretvorite v ε-NKA.

   (c) ε-NKA pretvorite v DKA.

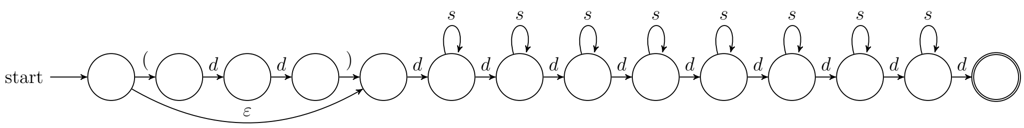
   Odgovor:

   (a)

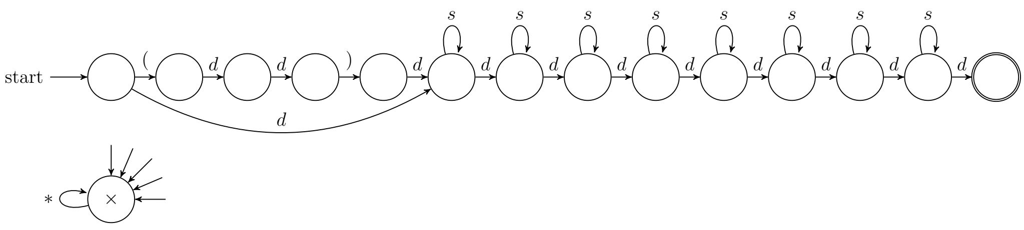
$$d = 0 + 1 + 2 + \ldots + 9$$
$$s = \textvisiblespace$$

$$(\text{``(''}\, dd\, \text{``)''} + \varepsilon)ds^*ds^*ds^*ds^*ds^*ds^*ds^*ds^*d$$

   (b) ε-NKA:



   (c) DKA:



2. (8 točk)

(a) Dokažite, da je jezik $\{a^n b^n \mid n \leq k\}$ regularen za poljuben k.

(b) Je jezik $\{a^n b^{2n} c^n \mid n \geq 0\}$

i. regularen?

ii. kontekstno neodvisen?

iii. odločljiv?

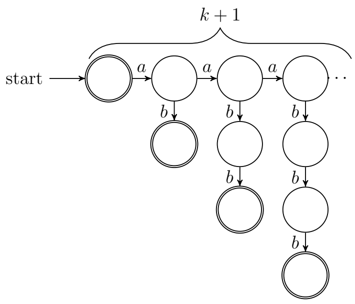
iv. rekurziven?

Vsako trditev dokažite!

(c) Dokažite, da je $\{a^i b^j a^{i+j} \mid i, j > 0\}$ determinističen kontekstno neodvisen jezik.

Odgovor:

(a) Sestavimo NKA za ta jezik:



(b) i. Ne. Uporabimo lemo o napihovanju za regularne jezike. Izberemo primerno besedo $w = a^n b^{2n} c^n$. Glede na lemo se mora nekje med prvimi n znaki pojaviti cikel, ki ga lahko napihujemo in tako dobimo besedo $w' = a^{n+j(\alpha-1)} b^{2n} c^n$, kjer je $j > 0$ dolžina cikla in $\alpha \geq 0$ število prehodov cikla. Za poljuben $\alpha \neq 1$ beseda w' ni v jeziku, zato jezik ni regularen.

ii. Ne. Uporabimo lemo o napihovanju za kontekstno neodvisne jezike. Izberemo primerno besedo $w = a^n b^{2n} c^n$. Del, ki ga napihujemo, se lahko nahaja v celoti med a-ji, b-ji ali c-ji, ali pa se razteza prek ene izmed mej, med a-ji in b-ji ali med b-ji in c-ji. V vsakem izmed teh primerov po napihovanju beseda ni več v jeziku.

iii. Da, obstaja Turingov stroj, ki razpoznava jezik. *Ideja:* Uporabimo stroj s tremi trakovi. Najprej preverimo, če je beseda sestavljena iz zaporedja a-jev, b-jev in c-jev v tem vrstnem redu. Nato enake simbole razdelimo na enake trakove. Zdaj lahko preverimo, ali je število a-jev enako številu b-jev, potem pa še, ali je število b-jev dvakratnik števila a-jev.

iv. Da, rekurziven in odločljiv sta sinonima.

(c) Zgradimo skladovni avtomat, ki sprejema s praznim skladom:

$$\delta(q_0, a, Z_0) = (q_0, XZ_0)$$
$$\delta(q_0, a, X) = (q_0, XX)$$
$$\delta(q_0, b, X) = (q_1, XX)$$
$$\delta(q_1, b, X) = (q_1, XX)$$
$$\delta(q_1, a, X) = (q_2, \varepsilon)$$
$$\delta(q_2, a, X) = (q_2, \varepsilon)$$

3. (8 točk)

(a) Je mogoče, da je jezik L polodločljiv, njegov komplement $\overline{L}$ pa neodločljiv? Če je, podajte primer.

(b) Ali je jezik $\{\langle M \rangle \mid L(M) = \Sigma^*\}$

i. regularen?

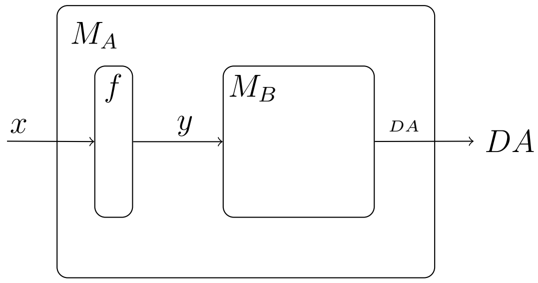
ii. odločljiv?

iii. polodločljiv?

iv. neodločljiv?

Vsako trditev dokažite!

(c) Kaj mora veljati za funkcijo f na spodnji sliki, da je prevedba $M_A \rightarrow M_B$ veljavna?



Odgovor:

(a) Je mogoče, na primer univerzalni jezik L_u in njegov komplement $\overline{L_u}$.

(b) i. Ne, ker je neodločljiv.

ii. Ne, ker je neodločljiv.

iii. Ne, ker je neodločljiv.

iv. Da. Nanj lahko prevedemo $\overline{L_u} = \{\langle M, w \rangle \mid w \notin L(M)\}$, za katerega vemo, da je neodločljiv. Zgraditi moramo torej stroj $M'(w')$, tako da bo veljalo $L(M') = \Sigma^* \iff w \notin L(M)$. *Prvi poskus:* Naj bo $M_u(M, w)$ univerzalni Turingov stroj in naj bo $M'(w') = \neg M_u(M, w)$. Iz tega sledi implikacija $w \in L(M) \implies L(M') \neq \Sigma^*$, oziroma ekvivalentno, $L(M') = \Sigma^* \implies w \notin L(M)$. Implikacija v drugo smer pa ne velja, saj se lahko zgodi, da se M_u ne ustavi. Rešitev leži prav v omejitvi delovanja M_u. *Drugi poskus:* Naj bo $M_u(M, w, k)$ univerzalni Turingov stroj, ki sprejme vhod, če M sprejme w v manj kot k korakih. Naj bo $M'(w') = \neg M_u(M, w, |w'|)$. Če $w \notin L(M)$, bo M' sprejel vhod ne glede na w', zato $L(M') = \Sigma^*$. Tudi prejšnja implikacija v tem primeru še vedno drži, saj v primeru $w \in L(M)$ vedno obstaja w' zadostne dolžine.

(c) Funkcija f mora biti izračunljiva.