

# National Tsing Hua University - 48 + 80

## Department of Physics

PHYS3320

Optics I  
Makeup Exam

2021 Fall

注意：每個答案皆要有嚴謹的推導過程或詳細的推論理由。滿分為 100 分。

常數：In SI units,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ,  $c$  (真空光速)  $= 3 \times 10^8$ ,  $h$  (Planck constant)  $= 6.6 \times 10^{-34}$ .

公式：

Maxwell equations:  $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon$ ,  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ,  $\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t$ ,  $\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{j} + \epsilon \mu (\partial \vec{E}/\partial t)$ .

Fresnel equations:

For the  $s$  polarization,  $r_{\perp} = (E_{or}/E_{oi})_{\perp} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$ ,  $t_{\perp} = (E_{ot}/E_{oi})_{\perp} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$ , and

for the  $p$  polarization,  $r_{\parallel} = (E_{or}/E_{oi})_{\parallel} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t}$ ,  $t_{\parallel} = (E_{ot}/E_{oi})_{\parallel} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t}$ ,

where  $n_i$  and  $n_t$  are the refractive indexes of the incident and transmitted media, and  $\theta_i$  and  $\theta_t$  are the incident and refractive angles.

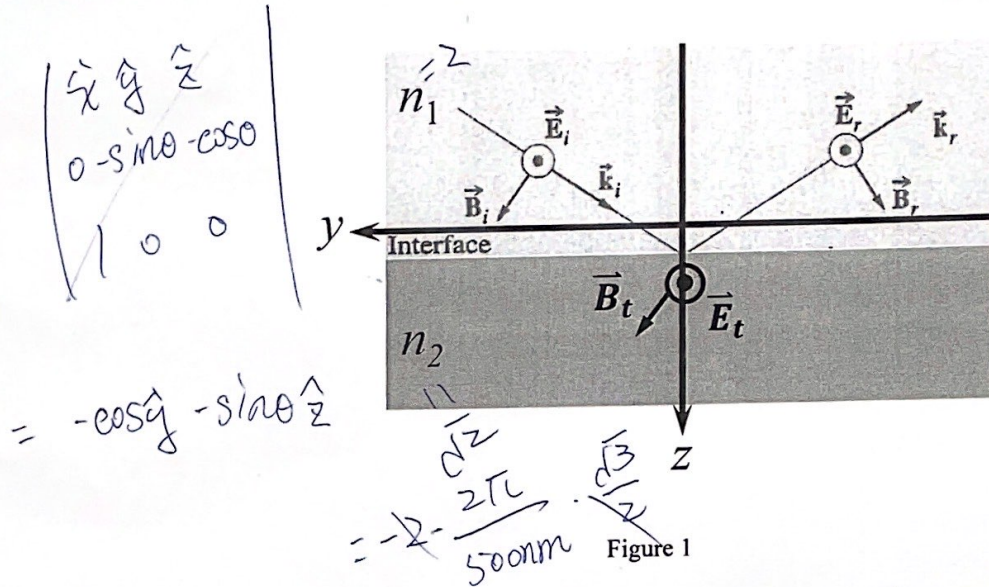
1. (Total 62 points) 平面電磁波的波長為 500 nm (真空值)，由折射率為 2 的物質，射入折射率為  $\sqrt{2}$  的物質，入射角為  $60^\circ$ ，此時發生全反射。如 Figure 1 所示，定義入射面(plane of incidence)為  $yz$  平面(+ $x$  軸穿出紙面)，界面(interface)方程式為  $z = z_0$ ， $z_0$  的數值為 200 nm。入射波、反射波、穿透(折射)波的電場、磁場分別為

$$\begin{aligned} & (E_i \hat{i}) \exp[i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t)] + (E_r \hat{i}) \exp[i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_r)] + \\ & (E_t \hat{i}) \exp[i(k_{t,y}y - \omega t + \phi_t) - k_{t,z}(z - z_0)] + \\ & (B_{i,y} \hat{j} + B_{i,z} \hat{k}) \exp[i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t)] + (-B_{r,y} \hat{j} + B_{r,z} \hat{k}) \exp[i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_r)] + \\ & (B_{t,y} \hat{j} + B_{t,z} \hat{k}) \exp[i(k_{t,y}y - \omega t + \phi_t) - k_{t,z}(z - z_0)] \end{aligned}$$

- (a) [16 points] 請寫出  $k_{t,y}$ 、 $k_{t,z}$ 、 $\phi_r$ 、 $\phi_t$  數值及單位。(b) [8 points] 請將  $B_{r,y}$ 、 $B_{r,z}$  表示為  $E_r$ 。  
(c) [8 points] 請將  $B_{t,y}$ 、 $B_{t,z}$  表示為  $E_t$ 。(d) [18 points] 將  $E_r$ 、 $E_t$ 、 $B_{r,y}$ 、 $B_{r,z}$ 、 $B_{t,y}$ 、 $B_{t,z}$  表示為  $E_i$  的函數。(e) [12 points] 考慮界面上的電場與磁場， $E_i$  與  $E_t$  的相位差是多少？ $B_{i,y}$  與  $B_{t,y}$  的相位差是多少？ $B_{i,z}$  與  $B_{t,z}$  的相位差是多少？
2. (26 points) 波長為  $\lambda$  的平面電磁波射入一個平面遮蔽物，入射角為  $\theta$  radians。平面遮蔽物上有三個狹縫，狹縫寬度遠小於波長，狹縫與狹縫間距離皆為  $d$ 。定義  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  為三個狹縫處的電磁波電場， $E_2$  相位領先  $E_1$  相位  $90^\circ$ ，且  $E_3$  相位領先  $E_2$  相位  $90^\circ$ ， $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  抵達遠處投射幕上的振幅大小相同。(a) [4 points]  $\lambda$ 、 $d$ 、 $\theta$  有什麼關係？(b) [5 points] 投射幕中央(其  $y$  軸座標定為  $y = 0$ )對準三個狹縫正中間的狹縫 2(即  $y$  軸座標亦為  $y = 0$ )，畫出投射幕上  $y = 0$  位置的三個

phasors, 標示它們的狹縫編號, 並註明 phasor 之間的角度差。(c) [5 points] 若主明紋的亮度為  $I_0$ , 則投射幕上  $y=0$  的亮度是多少? (d) [6 points] 狹縫射出電磁波的角度為  $\alpha$ , 則投射幕上離  $y=0$  最近的暗紋, 其  $\alpha$  要滿足什麼條件? (e) [6 points] 延續(d), 投射幕上離  $y=0$  最近的主明紋, 其  $\alpha$  要滿足什麼條件?

3. (12 points) 平面波由折射率為 2 的液體入射無磁性的金屬(折射率為  $8-i8$ ), 入射角為  $0^\circ$ 。請計算  $s$  偏極的反射係數(reflection coefficient), 以及反射波與入射波的相位差。



$$\begin{pmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & -\sin\theta & -\cos\theta \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= -\cos\hat{y} - \sin\theta\hat{z}$$

$$= -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{500\text{nm}}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{\sqrt{\sin^2\theta + (\frac{n_2}{n_1})^2}} = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{n_2}{n_1} \cos\theta$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$