National Tsing Hua University
Department of Physics

PHYS3320 **Optics I** **2021 Fall**

Makeup Exam

注意：每個答案皆要有嚴謹的推導過程或詳細的推論理由。滿分為 100 分。

常數： In *SI* units, $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}$, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$, c (真空光速) = 3×10^{8}, h (Plank constant) = 6.6×10^{-34}.

公式：

Maxwell equations: $\nabla\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon$、$\nabla\cdot\vec{B} = 0$、$\nabla\times\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$、$\nabla\times\vec{B} = \mu\vec{J} + \varepsilon\mu(\partial\vec{E}/\partial t)$。

Fresnel equations:

For the s polarization, $r_\perp = (E_{or}/E_{oi})_\perp = \frac{n_i\cos\theta_i - n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t}$, $t_\perp = (E_{ot}/E_{oi})_\perp = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t}$, and

for the p polarization, $r_\parallel = (E_{or}/E_{oi})_\parallel = \frac{n_t\cos\theta_i - n_i\cos\theta_t}{n_t\cos\theta_i + n_i\cos\theta_t}$, $t_\parallel = (E_{ot}/E_{oi})_\parallel = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_t\cos\theta_i + n_i\cos\theta_t}$,

where n_i and n_t are the refractive indexes of the incident and transmitted media, and θ_i and θ_t are the incident and refractive angles.

1. (Total 56 points) 平面電磁波的波長為λ(真空值)，由折射率為n_1的物質，射入折射率為n_2的物質，$n_1 > n_2$。入射角為θ，此時發生全反射。如 Figure 1 所示，定義入射面(plane of incidence)為 yz 平面($+x$ 軸穿出紙面)，界面(interface)方程式為 $z = z_0$。入射波、反射波、穿透(折射)波的電場、磁場分別為

$$(E_i\hat{\imath})\exp\left[i\left(\vec{k}_i\cdot\vec{r} - \omega t\right)\right]、(E_r\hat{\imath})\exp\left[i\left(\vec{k}_r\cdot\vec{r} - \omega t + \phi_r\right)\right]、$$

$$(E_t\hat{\imath})\exp\left[i\left(k_{t,y}y - \omega t + \phi_t\right) - k_{t,z}(z - z_0)\right]、$$

$$\left(B_{i,y}\hat{\jmath} + B_{i,z}\hat{k}\right)\exp\left[i\left(\vec{k}_i\cdot\vec{r} - \omega t\right)\right]、\left(-B_{r,y}\hat{\jmath} + B_{r,z}\hat{k}\right)\exp\left[i\left(\vec{k}_r\cdot\vec{r} - \omega t + \phi_r\right)\right]、$$

$$\left(B_{t,y}\hat{\jmath} + B_{t,z}\hat{k}\right)\exp\left[i\left(k_{t,y}y - \omega t + \phi_t\right) - k_{t,z}(z - z_0)\right]。$$

$e^{i(k_{t,y}y-\omega t+\phi_t)}e^{-k_{t,z}(z-z_0)}$

$i(k_{t,y}y-\omega t+\phi_t)+ik_{t,z}z-k_t z_0$

$k_{t,y}y+\phi_t+ik_{t,z}z-ik_{t,z}z_0$

(a) [12 points] 請將 $k_{t,y}$、$k_{t,z}$、ϕ_r、ϕ_t 數值表示為 λ、θ、z_0的函數。(b) [8 points] 請寫出電場與磁場在界面的二個方程式。(c) [6 points] 請將 $B_{r,x}$、$B_{r,y}$表示為E_r。(d) [6 points] 請將 $B_{t,x}$、$B_{t,y}$表示為E_t。(e) [18 points] 令 $E_i = 1$，將 E_r、E_t、$B_{r,x}$、$B_{r,y}$、$B_{t,x}$、$B_{t,y}$表示為 n_1、n_2、θ的函數。(f) [6 points] 令$n_1 = 2$、$n_2 = 1$、$\theta = 60°$，考慮界面上的電場、磁場，E_i與E_t的相位差是多少? $B_{i,x}$與$B_{t,x}$的相位差是多少? $B_{i,y}$與$B_{t,y}$的相位差是多少?

2. (24 points) 波長為λ的平面電磁波射入一個平面遮蔽物，入射角為β radians。平面遮蔽物上有 3 個狹縫，狹縫寬度遠小於波長，狹縫 1 與狹縫 2 間距離為 a，狹縫 2 與狹縫 3 間距離為 b。3 個狹縫發射的電磁波，抵達遠處投射幕上的電場振幅大小相同。(a) [4 points] 定義 E_1、E_2、E_3為 3 個狹縫處的電磁波電場，E_1與E_2、E_2與E_3的相位差分別是多少? (b) [5 points] 若E_2相位領先E_1

相位 90°，且E_3相位領先E_2相位 90°，投射幕中央(其 y 軸座標定為 $y=0$)對準 3 個狹縫正中間的狹縫 2(即 y 軸座標亦為 $y=0$)，畫出投射幕上 $y=0$ 位置的 3 個 phasors，標示它們的狹縫編號，並註明 phasor 之間的角度差。(c) [5 points] 延續(b)，若主明紋的亮度為I_0，則投射幕上 $y=0$ 的亮度是多少? (d) [5 points] 延續(b)，若 $a=b=10\lambda$，狹縫射出電磁波的角度為θ，則投射幕上離 $y=0$ 最近的暗紋，θ要滿足什麼條件? (e) [5 points] 延續(d)，投射幕上離 $y=0$ 最近的主明紋，θ要滿足什麼條件??

3. (20 points) 平面波由空氣(折射率為 1.0)入射無磁性的金屬(折射率為 10+i10)，入射角為 0°。 (a) 請計算 s 偏極的反射係數(reflection coefficient)，以及反射波與入射波的相位差。(b) 請計算 p 偏極的反射係數，以及反射波與入射波的相位差。

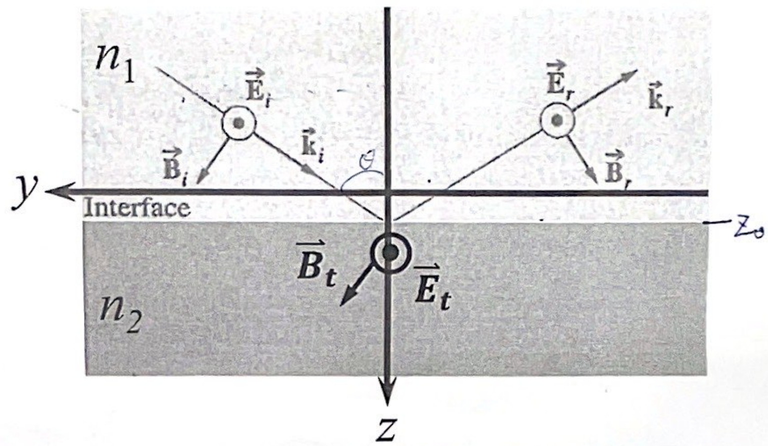

Figure 1