תרגיל חישוביות מטלה 1, שאלה 5 :

גאוני חליפ – ת"ז 207765470.

מעולה נעימה, מזווה שפכנינה שלי. מגוה

Question 5

In this question we will show that an attempt to define a DFA by means of its generalized transition function can turn out to be erroneous and inconsistent. This justifies the given definition which relies on its transition function.

Let Q and Σ be two fixed finite nonempty sets, such that $q_0 \in Q$ and $|Q| > 1$.

1. Show using a counting argument, similar to what we did in class, that there exists a function $\alpha : Q \times \Sigma^* \to Q$ with $\alpha(q, \epsilon) = q$ for all $q \in Q$, for which there does not exist any function δ such that $\langle Q, \Sigma, \delta, q_0, Q\rangle$ is a DFA with $\delta^* = \alpha$.

2. Provide a specific function α maintaining this property.

1) נספר מספר הפונקציות α שמקיימות התנאי, לכן לכל $q\in Q$ ולכל $\epsilon\neq w\in\Sigma^*$ יש $|Q|=n\in\mathbb{N}$ אפשרויות ל- $\alpha(q,w)$, לכן מספר הפונקציות הוא $|Q|^{|Q\times(\Sigma^*-1)|} = n^{n\times\aleph_0} \not\leq \aleph_0$ "מספיקות". $\aleph_0 < n^{n\times\aleph_0} = n^{\aleph_0}$

מאחר שמספר האוטומטים ה- DFA הוא $\aleph_0$ לכן יש מספר פונקציות α יותר מה- δ^* לכן קיימת פונקציה α שעבורה אין DFA מתאים.

2. נניח ש- $a\in\Sigma$, $q_1,q_2\in Q$, ולכן הפונקציה α כמו שמוגדרת בשאלה מלבד ש $\boxed{\alpha(q_1,\epsilon)=q_2}$, $\alpha(q_1,a)=q_1$ ולכן לא ק"ם DFA עם $\delta^*=\alpha$, כי עבור המילה "a" יש יותר ממצב שמגיעים אליו מ- δ^* ולכן הופך ל- NFA ולא DFA, $\delta^*(q_1,a)=\underline{q_1}$, $\delta^*(q_1,a\epsilon)=\underline{q_2}$,

מש"ל