

## 2. Test, Gruppe B

08.06.2021



Vorname: ..... Familienname: .....

Matrikelnummer: .....

### Aufgabe 1

7 Punkte

Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Gibt es zwei Eigenvektoren von  $A$  die aufeinander normal stehen und Länge 1 haben?

### Aufgabe 2

7 Punkte

Bestimmen Sie die Singulärwertzerlegung  $A = USV^T$  der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 3

7 Punkte

Berechnen Sie die Hesse-Matrix von  $f(x_1, x_2) = \sin(x_1 + x_2)$ .

### Aufgabe 4

7 Punkte

Untersuchen Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = 1 - x^2 - y^2 + 4y^3$$

auf lokale Extrema und Sattelpunkte, indem Sie (i) die kritischen Punkte ermitteln, d.h. die Punkte, an denen der Gradient verschwindet, und (ii) die Hesse-Matrix an diesen Punkten berechnen und entsprechende Schlüsse ziehen!

### Aufgabe 5

7 Punkte

Sei  $A$  das Rechteck  $[0, 1] \times [1, 2] \subseteq \mathbb{R}^2$ . Berechnen Sie  $\int_A x_2 e^{x_1 x_2} d(x_1, x_2)$ .