Frage 1

Seit dem letzten Versuch nicht geändert

Erreichbare Punkte: 1,00

Frage markieren

Gegeben sei das Vektorfeld $f : D \subseteq \mathbb{R}^u \to \mathbb{R}^v$ mit Komponentenfunktionen $f_1, \ldots, f_v$.

Welche der folgenden Aussage(n) über die Jacobi-Matrix $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}$ ist (sind) korrekt?

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- [x] Aus der Existenz und Stetigkeit der Matrixeinträge $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ folgt die (totale) Differenzierbarkeit von f.
- [ ] $\frac{\partial f}{\partial x}$ enthält die partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung von $f_1, \ldots, f_v$.
- [x] $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}$ hat v Zeilen und u Spalten.
- [ ] Für $f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_1^2 x_2 \\ 3x_3^3 \end{pmatrix}$ ist $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 2x_1x_2 & 0 \\ x_1^2 & 0 \\ 0 & 9x_3^2 \end{pmatrix}$.

Frage 2

Seit dem letzten Versuch nicht geändert

Erreichbare Punkte: 1,00

Frage markieren

Wahr oder Falsch?

Die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2) = \cos(x_1^2 x_2) + \sin(x_2)$$

ist differenzierbar bei $x_0 = (0, 1)$.

Bitte wählen Sie eine Antwort:

- (●) Wahr
- ( ) Falsch

Frage 3

Seit dem letzten Versuch nicht geändert

Erreichbare Punkte: 1,00

Frage markieren

Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix von

$$h(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 + x_3 \cdot \sin(x_1) \\ x_3^2 + x_3 \cdot \sin(x_2) \end{pmatrix}$$

im Punkt $p = (0, 0, 1)$.

Wählen Sie eine Antwort:

- ( ) $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- ( ) $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
- ( ) $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
- (●) $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Meine Auswahl widerrufen

Frage 4

Seit dem letzten Versuch nicht geändert

Erreichbare Punkte: 1,00

Frage markieren

Gegeben sind die Abbildungen $f(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} x_1 \cdot x_2 \\ x_1 - x_2 \\ x_2 - x_1 \end{pmatrix}$ und $g(y_1, y_2, y_3) = \begin{pmatrix} y_1^2 \\ y_2 - y_3 \end{pmatrix}$.

Ermitteln Sie die Ableitung im Punkt $x_0 = (1, 0)$ und ergänzen Sie den zugehörigen Großbuchstaben im Feld.

$\frac{\partial (g \circ f)}{\partial x}(x_0) =$ A

A	B	C	D
$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Frage 5
Seit dem letzten Versuch nicht geändert
Erreichbare Punkte: 1,00
Frage markieren

Jene Ebene, die im Punkt $x_0 = (0, 1)$ an den Graphen von $f(x_1, x_2) = 1 + 2x_1x_2 + e^{-x_1}$ gelegt wird, hat die Gleichung

$$x_3 = f(\mathbf{x}_0) + a_1 \cdot (x_1 - x_{0,1}) + a_2 \cdot (x_2 - x_{0,2})$$

Welche Aussage(n) ist (sind) zutreffend?

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- [x] $f(x_0) = 2$
- [x] Die Funktion wird durch Anlegen der Ebene im Punkt x_0 linearisiert.
- [ ] Die Gleichung der Ebene ist unabhängig von der Wahl der Approximationsstelle.
- [ ] Es gilt $a_1 = \frac{\partial f}{\partial x_1}$ bzw. $a_2 = \frac{\partial f}{\partial x_2}$

Frage 6
Seit dem letzten Versuch nicht geändert
Erreichbare Punkte: 1,00
Frage markieren

Die Funktion $f(x_1, x_2) = 9 + x_1^3 - 2x_2^2$ wird an der Stelle $x_0 = (x_{0,1}, x_{0,2}) = (2, 3)$ durch eine Tangentialebene angenähert.

Ergänzen Sie die fehlenden Werte.

$f(x) \approx$ -1 $+$ 12 $(x_1 -$ 2 $) -$ 12 $(x_2 -$ 3 $)$

Frage 7
Antwort gespeichert
Erreichbare Punkte: 1,00
Frage markieren

Person X geht bei der Ableitung $\frac{\partial(g \circ f)}{\partial t}$ für $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2^2$ und $g(t) = \cos(t)$ folgendermaßen vor:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{pmatrix} x_2^2 & 2x_1x_2 \end{pmatrix}, \frac{\partial g}{\partial t} = -\sin(t) \Rightarrow \frac{\partial(g \circ f)}{\partial t} = \begin{pmatrix} -x_2^2 \cdot \sin(t) & -2x_1x_2 \cdot \sin(t) \end{pmatrix}$$

Sind die Berechnungen korrekt?

Wählen Sie eine Antwort:

- ○ Nein, es wurde $\frac{\partial(f \circ g)}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial g}{\partial t}$ ermittelt.
- ○ Nein, Fehler bei der Bestimmung der Jacobi-Matrix $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}$.
- ● Ja
- ○ Nein, die Ableitung $\frac{\partial(g \circ f)}{\partial t}$ ist eine Matrix mit 2 Zeilen und 1 Spalte. Die Multiplikation $\frac{\partial g}{\partial t} \cdot \frac{\partial f}{\partial x}$ wurde daher nicht richtig durchgeführt.

Meine Auswahl widerrufen

Gegeben sei die Funktion $g : D \to \mathbb{R}$ mit offener Menge $D \subseteq \mathbb{R}^n$.
Welche Aussagen treffen zu?

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- [ ] Die Funktion ist (total) differenzierbar an einer Stelle $\boldsymbol{x}_0 \in D$, wenn es eine Ebene in $\boldsymbol{x}_0$ gibt, die g in Richtung der Koordinatenachsen approximiert.
- [x] Ist g differenzierbar bei $\boldsymbol{x}_0 \in D$, so ist die Funktion insbesondere stetig bei $\boldsymbol{x}_0$.
- [x] g ist auf ganz D differenzierbar, wenn für alle $\boldsymbol{x}_0 \in D$ die Jacobi Matrix $J(\mathbf{x}_0)$ existiert, sodass

$$g(\boldsymbol{x}) = g(\boldsymbol{x}_0) + J(\boldsymbol{x}_0)(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0) + r(\boldsymbol{x})$$

mit

$$\lim_{\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{x}_0} \frac{||r(\boldsymbol{x})||}{||\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0||} = 0$$

erfüllt ist.

Ergänzen Sie die entsprechenden Werte.

- $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2^2,\ g(t) = (\sin(t), \cos(t))$
  $\Rightarrow \frac{\partial(f \circ g)}{\partial t}$ ist eine (1 , 1) - Matrix.
- $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 \cdot x_2 \cdot x_3,\ g(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}$
  $\Rightarrow \frac{\partial(g \circ f)}{\partial x}$ ist eine (2 , 3) - Matrix.

Frage **10**

Seit dem letzten Versuch nicht geändert

Erreichbare Punkte: 1,00

Frage markieren

Wahr oder Falsch?

Sind $g : U \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ und $h : V \subseteq \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^k$ differenzierbar im Punkt $x_0 \in U$ bzw. $y_0 = g(x_0) \in V$, so gilt

$$\frac{\partial(h \circ g)}{\partial x}(x_0) = \frac{\partial g}{\partial x}(x_0) \cdot \frac{\partial h}{\partial y}(y_0)$$

Bitte wählen Sie eine Antwort:

- ○ Wahr
- ◉ Falsch