UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO
UNEMI
Evolución Académica

SÍGUENOS

Formato para Recurso de Aprendizaje

TAREA

Nombre de la Asignatura	Cálculo
Nombre del estudiante	Jacobo Josué Chimbolema Chimbolema
Nombre del docente	Ing. Arístides Becardi Reyes
Curso	Aula B-01
Carrera	Ingeniería de Software

Unidad N°	**2**	Derivada de función de una variable real
Tema N°	**1** **2** **3** **4**	Conceptos de derivada Derivada de funciones de una variable Aplicaciones de la derivada Trazado de curvas

Tipo de Tarea
Resolución de ejercicios

Objetivo de la Tarea
Aplicar los diferentes procedimientos de la unidad 2 para resolver los ejercicios de límites y continuidad

EJERCICIOS A DESARROLLAR

1.- Determine la primera derivada de las siguientes funciones (regla de la cadena)

$$y = \cos^3\left(\frac{x^2}{1-x}\right)$$

$$f(x) = \frac{1}{4}\ln\left(\frac{x^2}{x^2-4}\right) - \frac{1}{x^2-4}$$

$$y = x^2 \tan\frac{1}{x}$$

$$y = \cos^3\left(\frac{x^2}{1-x}\right)$$

$$y' = \frac{d}{dx}\left(\cos\left(\frac{x^2}{1-x}\right)^3\right) = y' = \frac{d}{dg}(g^3)\,\frac{d}{dx}\left(\cos\left(\frac{x^2}{1-x}\right)\right)$$

$$y' = 3g^2\left(-\operatorname{sen}\left(\frac{x^2}{1-x}\right)\frac{2x(1-x)-x^2(-1)}{(1-x)^2}\right) =$$

$$y' = 3\cos\left(\frac{x^2}{1-x}\right)^2\left(-\operatorname{sen}\left(\frac{x^2}{1-x}\right)\frac{2x(1-x)-x^2(-1)}{(1-x)^2}\right) =$$

$$y' = \frac{3(2x-x^2)\cos\left(\frac{x^2}{1-x}\right)^2\operatorname{sen}\left(\frac{x^2}{1-x}\right)}{(1-x)^2} \;//$$

$$y = x^2 \tan\frac{1}{x}$$

$$y' = \frac{d}{dx}\left(x^2\tan\left(\frac{1}{x}\right)\right) = y' = \frac{d}{dx}(x^2)\tan\left(\frac{1}{x}\right) + x^2\frac{d}{dx}\left(\tan\left(\frac{1}{x}\right)\right)$$

$$y' = 2x\tan\left(\frac{1}{x}\right) + x^2\sec\left(\frac{1}{x}\right)^2\left(-\frac{1}{x^2}\right) =$$

$$y' = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{2}{x}\right)x - 1}{\cos\left(\frac{1}{x}\right)^2} \;//$$

$$f(x) = \frac{1}{4} \ln \left[\frac{x^2}{x^2-4} \right] \cdot \frac{1}{x^2-4}$$

$$f(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{4} \ln \left(\frac{x^2}{x^2-4} \right) - \frac{1}{x^2-4} \right) =$$

$$f(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{4} \ln \left(\frac{x^2}{x^2-4} \right) \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^2-4} \right)$$

$$f(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\frac{x^2}{x^2-4}} \cdot \frac{2x(x^2-4) - x^2(2x)}{(x^2-4)^2} - \left(-\frac{2x}{(x^2-4)^2} \right)$$

$$f(x) = \frac{8}{x^5 - 8x^3 + 16x} \; //$$

2.- Determine la primera derivada de las siguientes funciones (derivación implícita)

$\ln(xy) + \sqrt{y} = 5$

$(\operatorname{sen} \pi x + \cos \pi y)^2 = 2$

$x^3 + y^3 = 6xy + 1,$

$$\ln(xy) + \sqrt{y} = 5$$

$$\frac{d}{dx}(\ln(xy)) + \frac{d}{dx}(\sqrt{y}) = \frac{d}{dx}(5) =$$

$$\frac{d}{dy}(\ln(y))\ \frac{d}{dx}(xy) + \frac{d}{dy}(\sqrt{y})\ \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{1}{y}\left(y + x\ \frac{d}{dx}(y)\right) + \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{1}{xy}\left(y + x\ \frac{d}{dx}(y)\right) + \frac{\sqrt{y}}{2y} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{y + x \cdot \frac{d}{dx}(y)}{xy} + \frac{\sqrt{y}}{2y} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{y + x \cdot \frac{d}{dy}(y) \cdot \frac{dy}{dx}}{xy} + \frac{\sqrt{y}}{2y} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{y + x(1)\ \frac{dy}{dx}}{xy} + \frac{\sqrt{y}}{2y} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{y + x\left(\frac{dy}{dx}\right)}{xy} + \frac{\sqrt{y}}{2y} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$2\left(y + x\left(\frac{dy}{dx}\right)\right) + x\sqrt{y}\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$$

$$2y + 2x\frac{dy}{dx} + x\sqrt{y}\frac{dy}{dx} = 0$$

$$2x\frac{dy}{dx} + x\sqrt{y}\frac{dy}{dx} = -2y$$

$$(2x + x\sqrt{y})\frac{dy}{dx} = -2y = \frac{dy}{dx} = -\frac{2y}{2x + x\sqrt{y}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y\sqrt{y} - 4y}{4x - xy} \quad //$$

$$x^3 + y^3 = 6xy + 1$$

$$\frac{d}{dx}(x^3) + \frac{d}{dx}(y^3) = \frac{d}{dx}(6xy) + \frac{d}{dx}(1)$$

$$3x^2 + \frac{d}{dy}(y^3)\ \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(6xy) + 0 =$$

$$3x^2 + 3y^2 + \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(6x)(y) + (6x)\frac{d}{dy}(y)$$

$$3x^2 + 3y^2\ \frac{dy}{dx} = 6y + 6x\ \frac{d}{dy}(y)\ \frac{dy}{dx} =$$

$$3x^2 + 3y^2\ \frac{dy}{dx} = 6y + 6x(1)\ \frac{dy}{dx} =$$

$$3x^2 + 3y^2\ \frac{dy}{dx} = 6y + 6x\ \frac{dy}{dx} = 3y^2\ \frac{dy}{dx} - 6x\ \frac{dy}{dx} = 6y - 3x^2 =$$

$$(3y^2 - 6x)\ \frac{dy}{dx} = 6y - 3x^2 = \frac{dy}{dx} = \frac{6y - 3x^2}{3y^2 - 6x} =$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y - x^2}{y^2 - 2x} \ //$$

$$(\operatorname{sen} \pi x + \cos \pi y)^2 = 2$$

$$\frac{d}{dx}\left[(\operatorname{sen}(\pi x) + \cos(\pi y))^2\right] = \frac{d}{dx}(2)$$

$$\frac{d}{dg}(g^2)\ \frac{d}{dx}(\operatorname{sen}(\pi x) + \cos(\pi y)) = 0$$

$$2g\left(\cos(\pi x)\pi - \operatorname{sen}(\pi y)\pi \frac{d}{dx}(y)\right) = 0$$

$$2(\operatorname{sen}(\pi x) + \cos(\pi y))\left(\cos(\pi x)\pi - \operatorname{sen}(\pi y)\pi \frac{d}{dx}(y)\right) = 0$$

$$(\pi)\operatorname{sen}(2\pi x) - 2\pi \frac{d}{dx}(y)\operatorname{sen}(\pi x)\operatorname{sen}(\pi y) + 2\pi \cdot \cos(\pi y)(\cos(\pi x)$$

$$-\pi x \frac{d}{dx}(y)\operatorname{sen}(2\pi y) = 0$$

$$(\pi)\operatorname{sen}(2\pi x) - 2\pi \frac{d}{dx}(y) \cdot \frac{dy}{dx}\operatorname{sen}(\pi x)\operatorname{sen}(\pi y) + 2\pi \cos(\pi y)(\cos(\pi y)$$

$$-\pi \frac{d}{dy}(y) \cdot \frac{dy}{dx} \cdot \operatorname{sen}(2\pi y) = 0$$

$$(\pi)\operatorname{sen}(2\pi x) - 2\pi (1)\frac{dy}{dx}\operatorname{sen}(\pi x)\operatorname{sen}(\pi y) + 2\pi \cos(\pi y)(\cos(\pi x)$$

$$-\pi (1)\frac{dy}{dx}\operatorname{sen}(2\pi y) = 0$$

$$(\pi)\operatorname{sen}(2\pi x) - 2\pi \frac{dy}{dx}\operatorname{sen}(\pi x)\operatorname{sen}(\pi y) + 2\pi \cos(\pi y)\cos(\pi x)$$

$$-\pi \frac{dy}{dx}\operatorname{sen}(2\pi y) = 0$$

$$(\pi)\,\mathrm{sen}(2\pi x) - 2\pi\,\mathrm{sen}(\pi x)\,\mathrm{sen}(\pi y)\frac{dy}{dx} + 2\pi\cos(\pi y)\cos(\pi x)$$

$$-\pi\,\mathrm{sen}(2\pi y)\frac{dy}{dx} = 0$$

$$-2\pi\,\mathrm{sen}(\pi x)\,\mathrm{sen}(\pi y)\frac{dy}{dx}\ \pi\,\mathrm{sen}(2\pi y)\frac{dy}{dx} = -\pi\,\mathrm{sen}(2\pi x) -$$

$$2\pi\cos(\pi y)\cos(\pi x) =$$

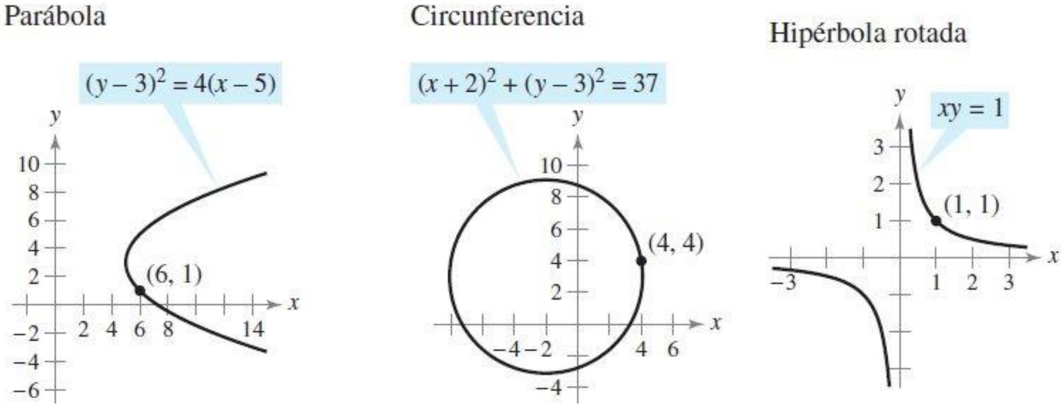
$$\left(-2\pi\,\mathrm{sen}(\pi x)\,\mathrm{sen}(\pi y) - \pi\,\mathrm{sen}(2\pi y)\right)\frac{dy}{dx} =$$

$$-\pi\,\mathrm{sen}(2\pi x) - 2\pi\cos(\pi y)\cos(\pi x) =$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\pi\,\mathrm{sen}(2\pi x) - 2\pi\cos(\pi y)\cos(\pi x)}{-2\pi\, x\,\mathrm{sen}(\pi x)\,\mathrm{sen}(\pi y) - \pi\,\mathrm{sen}(2\pi y)} =$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\mathrm{sen}(2\pi x) + 2\cos(\pi y)\cos(\pi x)}{2\,\mathrm{sen}(\pi x)\,\mathrm{sen}(\pi y) + \mathrm{sen}(2\pi y)} \quad //$$

3.- Para cada función mostrada. Determine la ecuación de la recta tangente en los puntos señalados (ver figura),



Parábola (6,1)

$(y-3)^2 = 4(x-5)$

$y^2 - 6y + 9 = 4x - 20$

$-4x = -20 - y^2 + 6y - 9$

$-4x = -29 - y^2 + 6y$

$x = 29/4 + 1/4\, y^2 - 3/2\, y$

$y = 29/4 + 1/4\, y^2 - 3/2\, y$ y ER // respuesta

Circunferencia (4,4)

$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 37$

$2x + y + (2y+6)\frac{dy}{dx} = 0$

$(2y+6)\frac{dy}{dx} = -2x-4$

$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x-4}{2y+6} = \frac{dy}{dx} = \frac{x+2}{y+3}$ // respuesta

Hipérbola rotada (1,1)

$xy = 1$

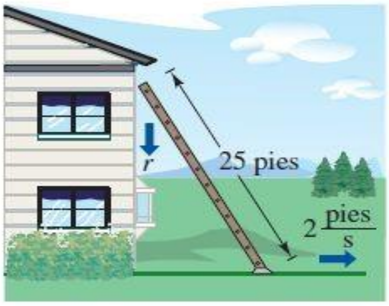
$\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x}$ // respuesta

4.- Resuelva los siguientes ejercicios de razón de cambio

a) El radio r de una esfera está creciendo a razón de 3 cm/min. Calcular la razón de cambio del volumen cuando r = 9 cm.

b) Una escalera de 25 pies de longitud está apoyada sobre una pared (ver figura). Su base se desliza por la pared a razón de 2 pies por segundo.

¿A qué razón está bajando su extremo superior por la pared cuando la base está a 7 pies de la pared?



a) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$V(t) = \frac{4}{3}\pi R^3(t)$

$\frac{\delta v}{\delta t} = 4\pi R \cdot R(t)$

$\frac{\delta v}{\delta t} = 4\pi \cdot 91 \cdot 3\,cm^2/4\pi$

$\frac{\delta v}{\delta t} = 40\,cm/sug.$ //

b) $D = 25\,ft$ $\qquad 25\,ft = \sqrt{x^2 + y^2}$

$x = 7\,ft$ $\qquad 625 - x^2 = y^2$

$\frac{dx}{dt} = 3\,ft/s$ $\qquad 2y \cdot \frac{dy}{dt} = -2x\,\frac{dx}{dt}$

$x_0\ 7\,ft = 25\,ft = \sqrt{x^2 + y^2} \equiv y = 5\,ft$

$\frac{dy}{dt} = \frac{x}{y} \cdot \frac{dx}{dt}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{7}{20} \cdot (3\,ft/s)$

$\frac{dy}{dt} = 1.05\,ft/s$ //

5.- Resuelva los siguientes ejercicios de optimización.

a) Un rectángulo se inscribe en un semicírculo de radio, como se muestra en la figura.

¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo, si su área debe maximizarse?

b) Una función de precio, p, está definida por

Dado x>0 es el número de unidades. ¿Para qué número x el ingreso marginal es el máximo?

c) Una masa conectada a un resorte se mueve a lo largo del eje, de modo que su abscisa en el tiempo t es. ¿Cuál es la mayor distancia del origen que alcanza la masa?

a) $A - x \sqrt{R^2 - x^2}$

b) $3x = 60 + 12x - x^2$

$$3x - 60 - 12x + x^2 = 0$$

$$-9x - 60 + x^2 = 0$$

$$x^2 - 9x - 60 = 0$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(1)(-60)}}{2}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 240}}{2} =$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{321}}{2} = \rightarrow x = \frac{9 + \sqrt{321}}{2} = 13,458$$

$$x = \frac{9 - \sqrt{321}}{2} = -4,458$$

6.- Bosquejar las gráficas de las siguientes funciones (mostrar todos los puntos).

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 17 \qquad f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$$

a) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x + 17$

$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$ // R

$f(x) = x \in \mathbb{R}$

- Máximo relativo $x = 0$
- Mínimo relativo $x = -1$
- Intersección en $y = 17$
- Mínimo relativo $x = 2$

b) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

$f'(x) = \dfrac{2x(x^2-1) - (x^2+1)2x}{(x^2-1)^2}$

$f'(x) = -\dfrac{4x}{(x^2-1)^2}$ // R

$f(x) = x \in \mathbb{R} / \{-1, 1\}$

- Máximo relativo $x = 0$
- Asíntota vertical $x = -1$; $x = 1$
- Asíntota horizontal $y = 1$
- Par //