



KONKURS MATEMATYCZNY dla uczniów gimnazjów województwa mazowieckiego w roku szkolnym 2017/2018

Model odpowiedzi i schematy punktowania

UWAGA 1.

Łącznie uczeń może zdobyć **20 punktów**.

Do etapu wojewódzkiego zakwalifikowani będą uczniowie, którzy w etapie rejonowym uzyskają **co najmniej 90%** punktów możliwych do zdobycia (**co najmniej 18 punktów**).

UWAGA 2.

Za **każde poprawne** rozwiązanie, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań zadań, przyznajemy **maksymalną** liczbę punktów.

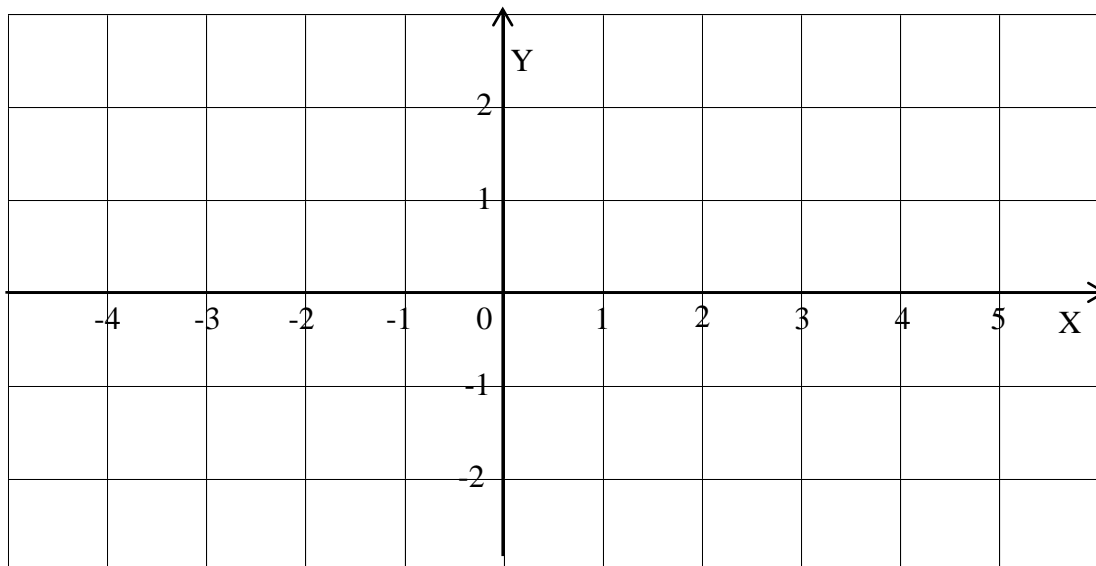
ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	1.	2.	3.	4.
Maks. liczba punktów	1 pkt	1 pkt	1 pkt	1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	B	B	C	A

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 5. (2 pkt)

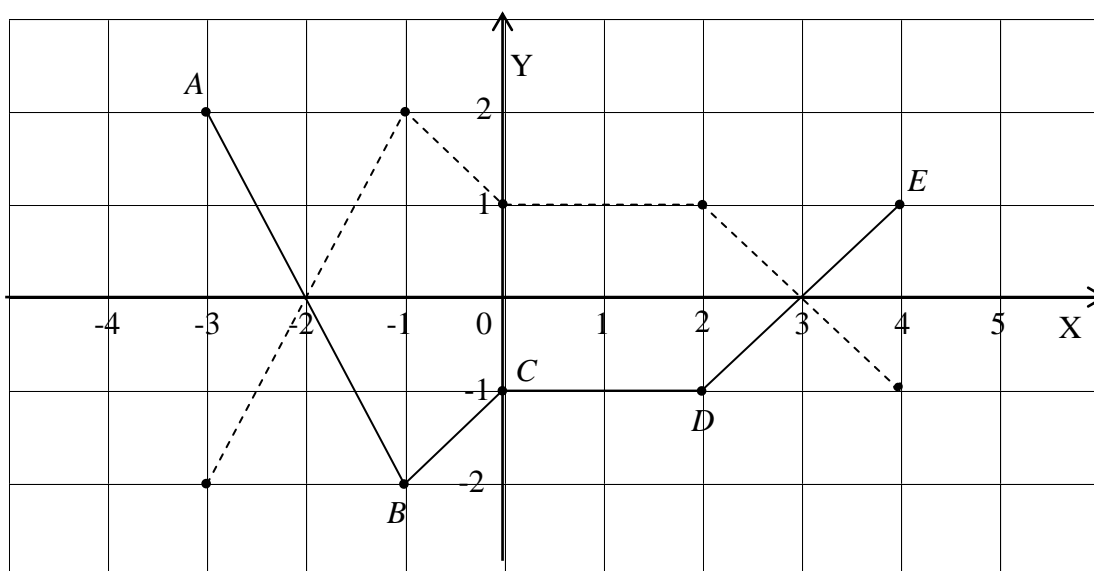
W układzie współrzędnych zaznacz punkty $A = (-3; 2)$, $B = (-1; -2)$, $C = (0; -1)$, $D = (2; -1)$, $E = (4; 1)$. Narysuj odcinki AB , BC , CD , DE . Narysuj figurę symetryczną do otrzymanej względem osi OX .



Uczeń:

1. zaznacza punkty A, B, C, D, E i rysuje odcinki AB, BC, CD, DE

1p.



2. rysuje figurę symetryczną do otrzymanej względem osi OX

1p.

Zadanie 6. (2 pkt)

Znajdź taką liczbę pierwszą p , dla której liczba $p+9$ jest kwadratem liczby naturalnej.
Ile jest takich liczb? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń:	
1. zapisuje liczbę $p+9$ jako kwadrat liczby naturalnej m i przekształca otrzymane równanie: $p+9=m^2$ $p=(m-3)(m+3)$	1p.
2. zauważa, że liczba p jest pierwsza, więc $m-3=1$ (bo $m-3 < m+3$) i $m+3=p$, czyli $m=4$ i $p=7$, zatem tylko liczba 7 spełnia warunki zadania	1p.

Zadanie 7. (2 pkt)

Rozwiąż równanie $|x-2|-5=3-|2-x|$.

Uczeń:	
1. zapisuje równość w postaci równoważnej $ x-2 =4$	1p.
2. znajduje wszystkie liczby spełniające równość: 6, -2.	1p.

Zadanie 8. (2 pkt)

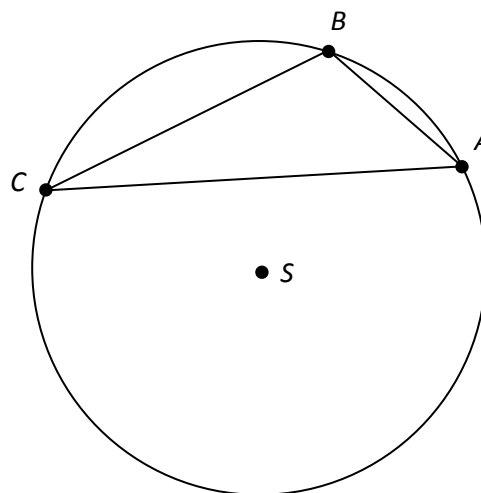
Uzasadnij, że liczba $2017^2 + 4 \cdot 2017 + 4$ jest podzielna przez 3.

Uczeń:	
1. zapisuje wyrażenie w postaci $(2017+2)^2 = 2019^2$	1p.
2. uzasadnia, że liczba 2019 jest podzielna przez 3	1p.

Zadanie 9. (2 pkt)

Trójkąt ABC jest wpisany w okrąg o środku S , jak na rysunku.

Bok BC ma długość 4, kąt CAB ma 45° .
Oblicz długość odcinka BS .



Uczeń:

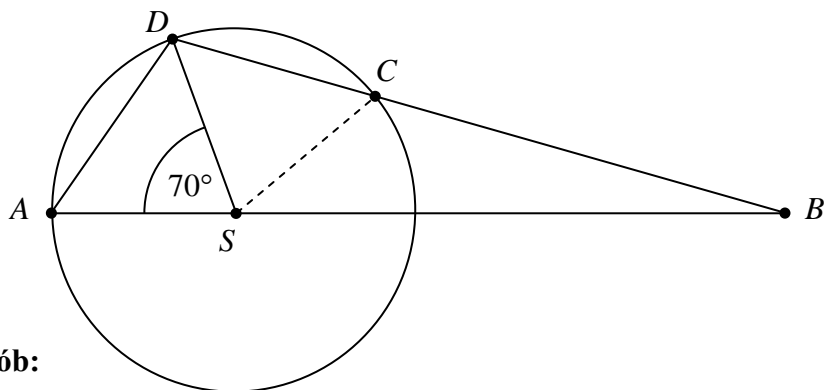
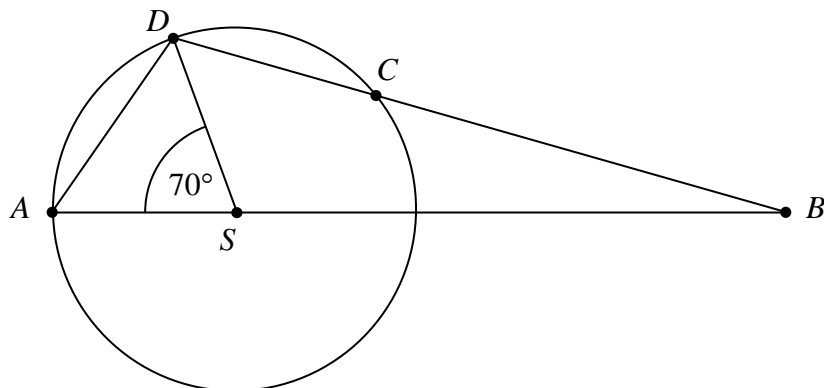
1. zauważy i uzasadnia, że trójkąt BSC jest prostokątny równoramienny o przeciwprostokątnej BC
2. korzysta z twierdzenia Pitagorasa lub wzoru na przekątną kwadratu i oblicza $|BS| = 2\sqrt{2}$

1p.

1p.

Zadanie 10 (2 pkt)

Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie CDA , jak na rysunku. Odcinki DA i DC są równe. Oblicz miarę kąta ABC .



pierwszy sposób:

Uczeń:

1. dorysowuje odcinek CS ,
zauważa i uzasadnia, że $|\angle DCS| = |\angle DAS| = 55^\circ$
 $|\angle CSD| = |\angle DSA| = 70^\circ$
2. oblicza $|\angle CSB| = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = 40^\circ$ i $|\angle ABC| = |\angle DCS| - |\angle CSB| = 15^\circ$

1p.

1p.

drugi sposób:

Uczeń:

1. dorysowuje odcinek CS ,
zauważa i uzasadnia, że $|\angle CDS| = |\angle ADS| = |\angle DAS| = 55^\circ$
2. oblicza $|\angle ABC| = 180^\circ - |\angle DAB| - |\angle ADB| = 15^\circ$

1p.

1p.

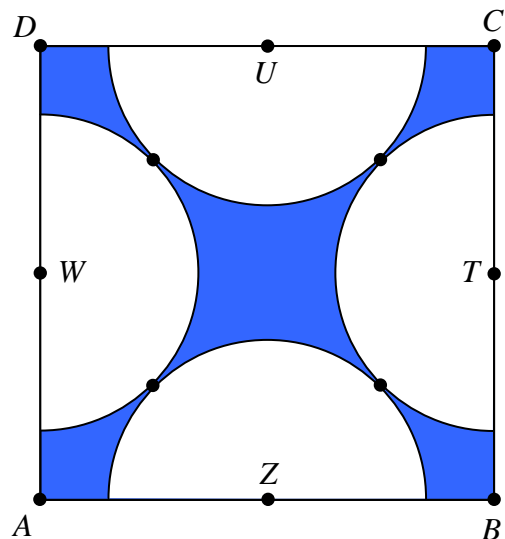
Zadanie 11. (2 pkt)

Bok kwadratu $ABCD$ ma długość 2.

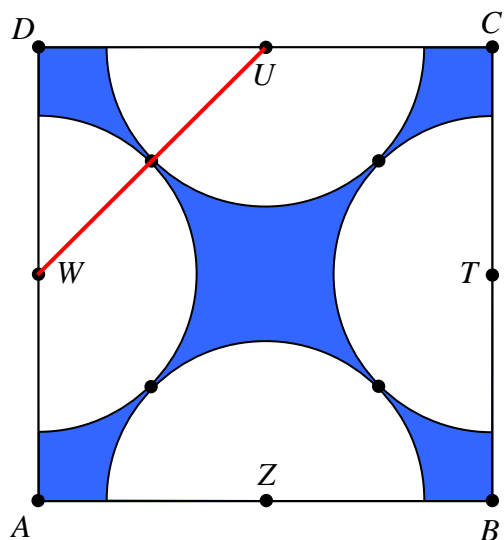
Punkty T, U, W, Z są środkami boków tego kwadratu, jak na rysunku.

W tym kwadracie umieszczono takie 4 przystające półkola o środkach T, U, W, Z , że każde półkole jest styczne do dwóch pozostałych, jak na rysunku.

Oblicz pole ciemniejszego obszaru.



Uczeń:



1. zauważa, że $|DU| = |DW| = 1$

oraz, że

przeciwprostokątna UD trójkąta WUD jest równa sumie promieni półkoli i korzystając ze wzoru na długość przekątnej kwadratu oblicza długość r promienia

$$2r = 1 \cdot \sqrt{2}, \quad r = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. oblicza pole ciemniejszego obszaru

$$4 - 4 \cdot \frac{1}{2} \pi \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = 4 - \pi$$

1p.

1p.

Zadanie 12. (2 pkt)

Dane są liczby 2^{600} , $(\sqrt{3})^{480}$, 25^{180} . Uporządkuj te liczby rosnąco. Odpowiedź uzasadnij.

pierwszy sposób:

Uczeń:

1. zauważa, że

$$2^{600} = (2^5)^{120} = 32^{120}$$

$$(\sqrt{3})^{480} = (\sqrt{3})^{4 \cdot 120} = 9^{120}$$

$$25^{180} = (5^3)^{120} = 125^{120}$$

2. porządkuje liczby rosnąco:

$$(\sqrt{3})^{480} < 2^{600} < 25^{180}$$

1p.

1p.

drugi sposób:

Uczeń:

1. zauważa, że

$$2^{600} = (2^2)^{300} = 4^{300}$$

$$(\sqrt{3})^{480} = ((\sqrt{3})^2)^{240} = 3^{240}$$

$$25^{180} = (5^2)^{180} = 5^{360}$$

2. porządkuje liczby rosnąco:

$$(\sqrt{3})^{480} < 2^{600} < 25^{180}$$

1p.

1p.