KONKURS MATEMATYCZNY

dla uczniów klas IV-VIII szkół podstawowych województwa mazowieckiego

w roku szkolnym 2019/2020

Model odpowiedzi i schematy punktowania

Za **każde poprawne i pełne** rozwiązanie, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań zadań, przyznajemy **maksymalną** liczbę punktów.

ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	**1.**	**2.**	**3.**
Maks. liczba punktów	**1 pkt**	**1 pkt**	**1 pkt**
Prawidłowa odpowiedź	**C**	**F, P**	**B, D**

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 4. (2 pkt)

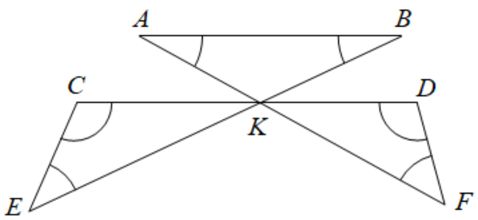
Takim samym literom odpowiadają takie same cyfry, a różnym literom – różne cyfry. Rozszyfruj mnożenie. Napisz, jakiej cyfrze odpowiada litera R.

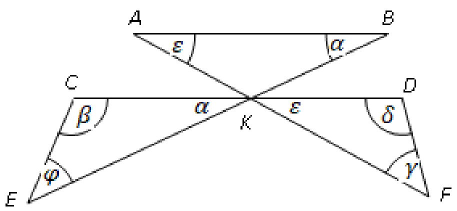
$$\begin{array}{r} R\,A\,C\,H\,U\,N\,E\,K \\ \cdot \qquad\qquad\qquad 9 \\ \hline K\,K\,K\,K\,K\,K\,K\,K\,K \end{array}$$

Uczeń:	
1. Uzasadnia, że K musi być równe 5: Jedyną jednocyfrową liczbą, która pomnożona przez 9 daje w wyniku ostatnią cyfrę równą sobie, jest 5.	1p.
2. Wykonuje dzielenie: 555555555 : 9 = 61 728 395 i podaje odpowiedź. Odpowiedź: Cyfrze 6 odpowiada litera R.	1p.
Uwaga. *Jeśli uczeń rozwiąże zadanie innym sposobem, to 1 punkt otrzymuje za poprawne uzasadnienie, że* K *musi być równe 5. Tym uzasadnieniem może być* np. *kolejne mnożenie 9 przez 1, 2, 3… .*	

Zadanie 5. (2 pkt)

Na rysunku odcinki *AF*, *BE* i *CD* przecinają się w punkcie *K*, a odcinki *AB* i *CD* są równoległe. Oblicz sumę miar kątów zaznaczonych łukami. Odpowiedź uzasadnij.



Uczeń:	
1. Wprowadza oznaczenia na rysunku, np.:  oraz zapisuje równości: $\beta+\varphi=180^\circ-\alpha,\ \gamma+\delta=180^\circ-\varepsilon$	1p.
2. Uzasadnia, że suma miar kątów zaznaczonych łukami jest równa 360°: Np. $(180^\circ-\alpha)+(180^\circ-\varepsilon)+\ (\varepsilon+\alpha)$ = $180^\circ+180^\circ=360^\circ$ $(\beta+\varphi)\ \ +(\gamma+\delta)\ \ \ +(\varepsilon+\alpha)$ Odpowiedź: Suma miar kątów zaznaczonych łukami jest równa 360º.	1p.

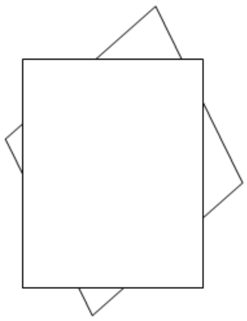
Zadanie 6. (3 pkt)

Czy istnieje trójkąt, którego wysokości są równe: 2, 4, 6? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń: 1. Zapisuje równość określającą pole trójkąta, zakładając, że taki trójkąt istnieje oraz a, b, c, są długościami boków tego trójkąta: $\frac{a \cdot 2}{2} = \frac{b \cdot 4}{2} = \frac{c \cdot 6}{2}$ stąd $a = 2b = 3c$ i $b = 1{,}5c$	1p.
2. Zapisuje nierówności, które wynikają z warunku istnienia trójkąta: $a + b > c, \quad a + c > b, \quad b + c > a$	1p.
3. Sprawdza, czy zachodzą te nierówności: Np. $3c + 1{,}5c > c$ - prawda $3c + c > 1{,}5c$ - prawda $1{,}5c + c > 3c$ - fałsz i podaje odpowiedź. Odpowiedź: Ponieważ jeden z warunków istnienia trójkąta nie został spełniony, więc taki trójkąt nie istnieje.	1p.

Zadanie 7. (3 pkt)

Prostokąt o wymiarach 22 cm × 16 cm naklejono na romb, jak na rysunku. Prostokąt przykrył $\frac{4}{5}$ powierzchni rombu. Po odwróceniu sklejonych figur okazało się, że romb przykrył $\frac{3}{4}$ powierzchni prostokąta. Oblicz pole tego rombu.



Uczeń: 1. Oblicza pole wspólnej części obu figur, korzystając z informacji, że to pole stanowi $\frac{3}{4}$ pola prostokąta: $\frac{3}{4} \cdot (22 \cdot 16) = 3 \cdot 88 = 264$ (cm^2)	1p.

2. Układa równanie, korzystając z informacji, że wspólna część obu figur wynosi $\frac{4}{5}$ szukanego pola P rombu: $\frac{4}{5} \cdot P = 264$ (cm^2)	1p.
3. Oblicza pole rombu i podaje odpowiedź z uwzględnieniem jednostki miary. $P = 264 : \frac{4}{5} = 264 \cdot \frac{5}{4} = 66 \cdot 5 = 330$ (cm^2) Odpowiedź: Pole rombu jest równe 330 cm^2.	1p.

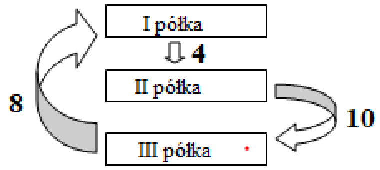
Zadanie 8. (3 pkt)

Na trzech półkach stało 60 książek. Asia, robiąc porządki, przełożyła 10 książek z drugiej półki na trzecią, z trzeciej półki 8 książek na pierwszą, a następnie z pierwszej półki 4 książki na drugą półkę. Wówczas okazało się, że na każdej półce jest po tyle samo książek. Ile książek stało na każdej półce sprzed porządków Asi? Odpowiedź uzasadnij.

I sposób

Uczeń:	
1. Układa i rozwiązuje równanie opisujące liczbę książek stojących na półce I: $x + 8 - 4 = 20$, $x = 16$	1p.
2. Układa i rozwiązuje równanie opisujące liczbę książek stojących na półce II: $y - 10 + 4 = 20$, $y = 26$	1p.
3. Układa i rozwiązuje równanie opisujące liczbę książek stojących na półce III: z + 10 – 8 = 20, z = 18 i podaje odpowiedź: Odpowiedź: Na pierwszej półce było 16 książek, na drugiej 26 książek, a na trzeciej 18 książek.	1p.

II sposób

Uczeń:	
1. Wykonuje rysunek np. taki jak obok oraz zapisuje stan książek stojących na półce I: 16 ⟵ 24 ⟵ 20 	1p.
2. Zapisuje stan książek stojących na półce II: 26 ⟵ 16 ⟵ 20	1p.
3. Zapisuje stan książek stojących na półce III: 18 ⟵ 10 ⟵ 20 i podaje odpowiedź.	1p.

Odpowiedź: Na pierwszej półce było 16 książek, na drugiej 26 książek, a na trzeciej 18 książek.	

Zadanie 9. (4 pkt)

Znajdź wszystkie liczby całkowite a, dla których wartość wyrażenia $\frac{2a+3}{a-2}$ jest liczbą całkowitą dodatnią.

Uczeń: 1. Przekształca dane wyrażenie do postaci: $\frac{2a+3}{a-2} = \frac{2(a-2)+7}{a-2} = 2 + \frac{7}{a-2}$	1p.
2. Zapisuje liczby, które mogą być w mianowniku otrzymanego wyrażenia, aby wyrażenie było liczbą całkowitą: $1, -1, 7, -7$.	1p.
3. Zapisuje i rozwiązuje równania: $a - 2 = 1$ lub $a - 2 = -1$, lub $a - 2 = 7$, lub $a - 2 = -7$. Zatem $a = 3$ lub $a = 1$, lub $a = 9$, lub $a = -5$.	1p.
4. Eliminuje rozwiązanie, które nie spełnia warunków zadania ($2 + \frac{7}{a-2}$ ma być liczbą całkowitą **dodatnią**), zatem $a \neq 1$. W odpowiedzi podaje <u>wszystkie</u> wartości a. Odpowiedź: $a = 3$ lub $a = 9$, lub $a = -5$. ***Uwaga.*** *Jeśli uczeń rozwiąże zadanie inną metodą, to stosujemy następującą punktację:* *Za znalezienie <u>każdego</u> z trzech rozwiązań uczeń otrzymuje 1 punkt* $a = 3$ - *1 pkt* $a = 9$ - *1 pkt* $a = -5$ - *1 pkt* ***Dodatkowo, za poprawne uzasadnienie, <u>że są to wszystkie rozwiązania</u>, uczeń otrzymuje 1 pkt.***	1p.