



WOJEWÓDZKI KONKURS PRZEDMIOTOWY
Z MATEMATYKI
organizowany przez Łódzkiego Kuratora Oświaty
dla uczniów szkół podstawowych w roku szkolnym 2023/2024

TEST – ETAP SZKOLNY

- Na wypełnienie testu masz 60 **min**.
- Arkusz liczy **12 stron** i zawiera 15 **zadań**, w tym brudnopis.
- Przed rozpoczęciem pracy sprawdź, czy Twój arkusz jest kompletny. Jeżeli zauważysz usterki, zgłoś je Komisji Konkursowej.
- Zadania czytaj uważnie i ze zrozumieniem.
- Odpowiedzi wpisuj długopisem bądź piórem, kolorem czarnym lub niebieskim.
- Dbaj o czytelność pisma i precyzję odpowiedzi.
- W zadaniach zamkniętych zaznacz prawidłową odpowiedź, wstawiając znak X we właściwym miejscu.
- Jeżeli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz znakiem X inną odpowiedź.
- Oceniane będą tylko te odpowiedzi, które umieścisz w miejscu do tego przeznaczonym.
- Do każdego numeru zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwa do uzyskania za prawidłową odpowiedź.
- Pracuj samodzielnie. Postaraj się udzielić odpowiedzi na wszystkie pytania.
- Nie używaj korektora. Jeśli pomylisz się w zadaniach otwartych, przekreśl błędną odpowiedź i wpisz poprawną.
- Korzystaj tylko z przyborów i materiałów określonych w regulaminie konkursu.

Powodzenia

Maksymalna liczba punktów - 60

Liczba uzyskanych punktów -

Imię i nazwisko ucznia:
wypełnia Komisja Konkursowa po zakończeniu sprawdzenia prac

Podpisy członków komisji sprawdzających prace:

1.
(imię i nazwisko) (podpis)

2.
(imię i nazwisko) (podpis)

Zadanie nr 1

Ania, Bartek, Cecylia, Darek i Ewa poznali tajemną liczbę. Każdy wskazał pewną własność tej liczby. Ania powiedziała, że jest to liczba pierwsza, Bartek, że jest to liczba parzysta, Cecylia powiedziała, że jest to liczba nie większa niż 128, Darek powiedział, że jest to liczba nie mniejsza niż 128 a Ewa, że jest to liczba, którą można przedstawić w postaci 2^n , gdzie n nie jest liczbą pierwszą. Wiedząc, że dokładnie jedna z powyższych informacji jest fałszywa wskaż która?

- A. Wypowiedziana przez Anię
- B. Wypowiedziana przez Bartka
- C. Wypowiedziana przez Cecylię
- D. Wypowiedziana przez Darka
- E. Wypowiedziana przez Ewę

...../ 2 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie nr 2

Niech zapis $[a, b, c, d]$ oznacza wynik dodawania: $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}$.

Która z poniższych liczb jest największa?

- A. [2,1,2,1]
- B. [1,2,1,2]
- C. [2,2,1,1]
- D. [2,1,1,2]
- E. [1,2,2,1]

...../ 3 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie nr 3

Która z powyższych równości jest prawdziwa?

- A. $\sqrt[3]{81 \cdot 10^6} = 3 \cdot 10^2$
- B. $\sqrt[3]{81 \cdot 10^6} = 3\sqrt{3} \cdot 10^2$
- C. $\sqrt[3]{81 \cdot 10^6} = 3 \cdot 10^3$
- D. $\sqrt[3]{81 \cdot 10^6} = 3\sqrt{3} \cdot 10^3$
- E. $\sqrt[3]{81 \cdot 10^6} = 3^3\sqrt{3} \cdot 10^2$

...../ 3 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie nr 4

Która z poniższych liczb jest równa 5?

- A. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$
- B. $(0,5)^{-1}$
- C. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^{-1}$
- D. $\sqrt{4} + \sqrt[3]{8} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{8}}$
- E. $\frac{(5^2)^3}{5^4}$

...../ 2 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie nr 5

Kasia od stycznia do czerwca włącznie odkładała pieniądze na smartwatcha. Co miesiąc odkładała o 10 zł więcej niż poprzedniego miesiąca. Odkładając czerwcową „ratę” zauważyła, że brakuje jej jeszcze 37% ceny C smartwatcha. Niech x oznacza pierwszą kwotę odłożoną przez Kasię. Które równanie opisuje przedstawioną sytuację?

- A. $6x + 150 = 0,37C$
- B. $6x + 50 = 0,37C$
- C. $6x + 150 = 0,63$
- D. $6x + 50 = 0,63C$
- E. $6x + 150 = 0,63C$

...../ 3 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie nr 6

Rozważmy pięć zdań:

1. Istnieje trapez, który nie ma osi symetrii
2. Istnieje trapez, który ma dokładnie cztery osie symetrii
3. Istnieje trapez, który ma dokładnie dwie osie symetrii
4. Istnieje trapez, który ma dokładnie jedną oś symetrii
5. Istnieje trapez, który ma dokładnie trzy osie symetrii

Wskaż odpowiedź, w której wskazane są wszystkie zdania prawdziwe spośród zdań 1-5 oraz nie pojawiają się zdania fałszywe.

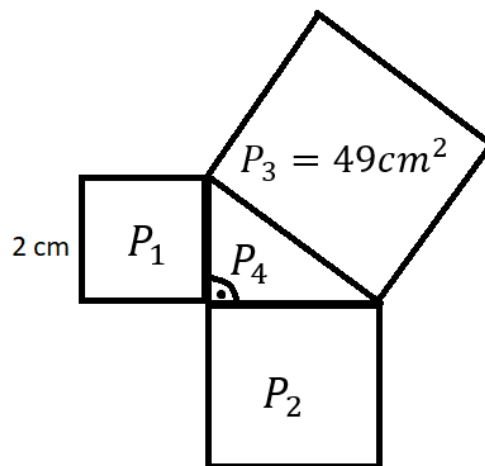
- A. 1,2,3,4,5
- B. 1,2,3,4
- C. 1,3,4,5
- D. 1,3,4
- E. 2,3,4

...../ 2 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie nr 7

Każdy z boków trójkąta prostokątnego jest też bokiem kwadratu (por. rysunek).



Korzystając z danych przedstawionych na rysunku oblicz sumę pól $P_1 + P_2 + P_3 + P_4$.

- A. $(51 + 2\sqrt{47})cm^2$
- B. $(98 + 3\sqrt{5})cm^2$
- C. $(49 + 5\sqrt{5})cm^2$
- D. $83cm^2$
- E. $(\sqrt{53} + 102)cm^2$

...../ 3 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie nr 8

Wskaż parę punktów, które są równoodległe od punktu $(-2,1)$.

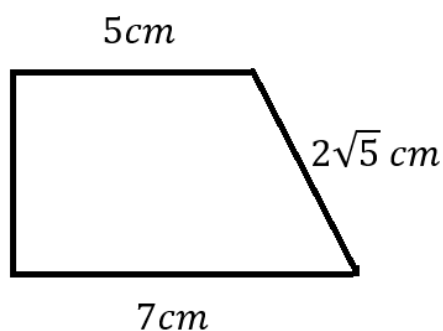
- A. $(1, -2)$ i $(2, -1)$
- B. $(3,0)$ i $(-3, -3)$
- C. $(-1,4)$ i $(1,0)$
- D. $(4,3)$ i $(5,1)$
- E. $(0,2)$ i $(2,2)$

...../ 2 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie nr 9

Jedna ze ścian bocznych graniastosłupa prostego jest kwadratem. Podstawą graniastosłupa jest trapez prostokątny przedstawiony na poniższym rysunku.



Najmniejsza możliwa objętość tego graniastosłupa jest równa

- A. $96cm^3$.
- B. $120cm^3$.
- C. $24cm^3$.
- D. $48\sqrt{5}cm^3$.
- E. $72cm^3$.

...../ 3 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie nr 10

Jakie jest prawdopodobieństwo, że losując liczbę ze zbioru liczb $1, \dots, 100$ włącznie wylosujemy liczbę, której pierwiastek sześcienny jest liczbą naturalną.

- A. 50%
- B. 25%
- C. 10%
- D. 4%
- E. 3%

...../ 2 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie nr 11

Kwota wolna od podatku wynosi w Polsce 30000 zł. Oznacza to, że podatek płacony jest jedynie od dochodów powyżej 30000 zł. Jeśli podatnik zarabia nie więcej niż 120000 zł, to podatek wynosi 12%. Dochód powyżej 120000 zł objęty jest podatkiem 32%. Pan Mateusz zarobił w 2022 roku 150000 zł a pani Zofia - 100000 zł. Niech R oznacza różnicę w zapłaconych przez nich podatkach w 2022 roku.

Wskaż zdanie prawdziwe A-C oraz jego uzasadnienie 1-3.

A	R to kwota większa niż podatek zapłacony przez panią Zofię	ponieważ	1	Pan Mateusz zapłacił 20400 zł podatku a pani Zofia 8400 zł
B	R jest równe kwocie podatku zapłaconego przez panią Zofię		2	Pan Mateusz zapłacił 24000 zł podatku a pani Zofia 12000 zł
C	R to kwota niższa niż podatek zapłacony przez panią Zofię		3	Pan Mateusz zapłacił 38400 zł a pani Zofia 12000 zł

Odpowiedź: ponieważ

A,B lub C

1,2 lub 3

...../ 3 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie 12

Rozwiąż równanie

$(x - y)^2 + 3x + 7 = x^2 - 1 + 3y + y^2$
względem zmiennej x , gdy $y = 2$.

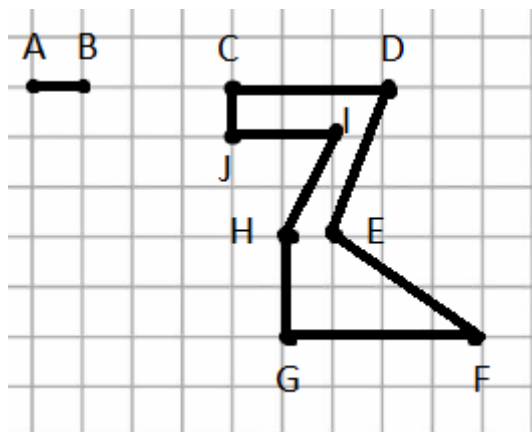
Rozwiązanie:

...../ 5 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie 13

Punkty $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$ leżą na punktach przecięcia krutek (są to tzw. punkty kratowe). Przyjmijmy, że długość odcinka AB jest równa $\sqrt{3}$.



- Oblicz obwód ośmiokąta $CDEFGHIJ$. Podając ostateczny wynik wyłącz $\sqrt{3}$ przed nawias.
- Czy pole tego ośmiokąta jest większe, mniejsze czy równe 30? Odpowiedź uzasadnij.

Rozwiązanie:

...../ 10 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie 14

Objętość ostrosłupa prostego jest 8 razy mniejsza niż $4^3 \cdot 3^2 \text{ cm}^3$. Podstawą tego ostrosłupa jest prostokąt, w którym stosunek długości boków jest jak 1: 2, a jego wysokość jest 2 razy mniejsza niż obwód podstawy. Oblicz objętość sześcianu, którego bok ma długość równą dłuższej krawędzi podstawy rozważanego ostrosłupa.

Rozwiązanie:

...../ 10 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

Zadanie 15

Przyjmijmy, że w Polsce mamy 6 mln emerytów. Średnia emerytura to 3300 zł. Średnia emerytura mężczyzn wynosi 4100 zł, a średnia emerytura kobiet - 2800 zł. Oblicz, ile jest w Polsce emerytek. Wynik zaokrąglij do setek tysięcy. Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie:

...../ 7 pkt.

(liczba uzyskanych punktów / maksymalna liczba punktów)

BRUDNOPIS