Mazowiecki Kurator Oświaty
Al. Jerozolimskie 32, 00-024 Warszawa

MSCDN

KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów gimnazjów województwa mazowieckiego w roku szkolnym 2017/2018

Model odpowiedzi i schematy punktowania

UWAGA 1.
Łącznie uczeń może zdobyć **20 punktów**.

Do etapu rejonowego zakwalifikowani będą uczniowie, którzy w etapie szkolnym uzyskają **co najmniej 80%** punktów możliwych do zdobycia **(co najmniej 16 punktów)**.

UWAGA 2.
Za **każde poprawne** rozwiązanie, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań zadań, przyznajemy **maksymalną** liczbę punktów.

Informacja o wynikach konkursu matematycznego dla uczniów gimnazjów.
Informujemy, że obniżono do 11 punktów próg kwalifikacji uczniów do etapu rejonowego konkursu matematycznego dla uczniów gimnazjów.
Zmiana progu nastąpiła na podstawie analizy zbiorczych wyników uczestników etapu szkolnego konkursu oraz ekspertyzy łatwości arkusza.

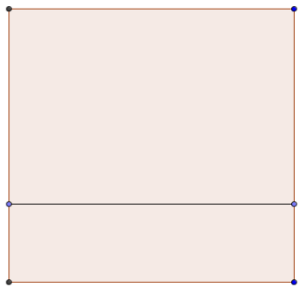
ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	1.	2.	3.	4.
Maks. liczba punktów	1 pkt	1 pkt	1 pkt	1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	B	C	C	A

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 5. (3 pkt)

Kwadratowy kawałek materiału podzielono na dwie części, z których wykonano dwie prostokątne serwetki. Na obszycie większej z nich zużyto $\frac{4}{3}$ razy więcej frędzli niż na obszycie mniejszej.



Oblicz stosunek pola powierzchni mniejszej serwetki do pola powierzchni większej serwetki. Zapisz obliczenia.

Uczeń: 1. zapisuje zależność między obwodami prostokątów, w kształcie których są serwetki. Np. $2a+2(a-x)=\frac{4}{3}(2a+2x)$, gdzie a - długość boku kwadratowego kawałka materiału, z którego zrobiono serwetki, a, $a-x$ - długości boków większej z serwetek, a, x - długości boków mniejszej z serwetek,	1 p.
2. wyznacza zależność między liczbami a oraz x, np. $x=\frac{2}{7}a$,	1 p.
3. wyznacza stosunek pola powierzchni mniejszej serwetki do pola powierzchni większej serwetki: oblicza pola powierzchni serwetek: $\frac{2}{7}a^2$ i $\frac{5}{7}a^2$, oblicza stosunek pól: $\frac{\frac{2}{7}a^2}{\frac{5}{7}a^2}=\frac{2}{5}$	1 p.

Zadanie 6. (2 pkt)

Prostokątny plac oświetlają cztery latarnie: L_1, L_2, L_3, L_4. Latarnie L_1, L_2, L_3 w podanej kolejności, stoją przy Ścieżce Sarny, biegnącej wzdłuż jednego z boków placu. Latarnia L_4 stoi przy Ścieżce Dzika, równoległej do Ścieżki Sarny. Odległość między latarniami L_1 i L_2 jest równa odległości między latarniami L_2 i L_3 oraz odległości między latarniami L_2 i L_4 i wynosi 40 m. Odległość między latarniami L_1 i L_4 jest równa 48 m. Znajdź odległość między latarniami L_3 i L_4.

Uczeń: 1. zauważa, że odcinki L_1L_2, L_2L_3 i L_2L_4 mają równe długości więc punkt L_2 jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie $L_1L_3L_4$, którego średnicą jest odcinek L_1L_3, a stąd wynika, że kąt $L_1L_4L_3$ jest prosty,	1p.
2. oblicza długość odcinka L_3L_4 z twierdzenia Pitagorasa: 64 m. Formułuje odpowiedź: odległość między latarniami L_3 i L_4 jest równa 64 m.	1p.

Zadanie 7. (2 pkt)

Dane są takie dwa ułamki nieskracalne $\frac{a}{b}$ i $\frac{c}{d}$, że ich różnica jest równa 0,1.

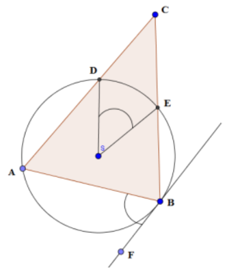
Stosunek liczby a do liczby c jest równy 3 : 4. Stosunek liczby b do liczby d jest równy 2 : 5.

Znajdź te ułamki. Zapisz obliczenia.

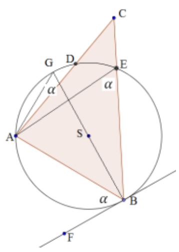
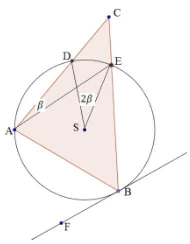
Uczeń: 1. wykorzystuje stosunek liczników oraz stosunek mianowników ułamków i zapisuje jeden z ułamków w zależności od drugiego, np. $\frac{a}{b}=\frac{15}{8}\cdot\frac{c}{d}$	1p.
2. wykorzystuje różnicę ułamków do obliczenia wartości obu ułamków, np. $\frac{15}{8}\cdot\frac{c}{d}-\frac{c}{d}=\frac{1}{10}$, $\frac{c}{d}=\frac{4}{35}$, $\frac{a}{b}=\frac{3}{14}$.	1p.

Zadanie 8. (3 pkt)

Wierzchołki A oraz B trójkąta ABC leżą na okręgu o środku S. Punkty D oraz E są punktami wspólnymi tego okręgu i odpowiednio boku AC i boku BC trójkąta ABC. Prosta FB jest styczna do tego okręgu w punkcie B (patrz rysunek).



Oblicz miarę kąta ACB trójkąta ABC, wiedząc, że kąt ABF ma miarę α, a kąt DSE ma miarę 2β.

Uczeń: 1. uzasadnia, że kąt AEB ma miarę α: promień jest prostopadły do stycznej w punkcie styczności, kąt oparty na średnicy okręgu jest prosty, zatem miara kąta wpisanego AGB (patrz rysunek) to $180^0-(90^0+90^0-\alpha)=\alpha$; kąt wpisany AEB jest oparty na tym samym łuku co kąt wpisany AGB, więc jego miara też jest równa α; 	1p.
2. zauważa, że kąt DAE, jako kąt wpisany oparty na tym samym łuku co kąt środkowy DSE ma miarę β; 	1p.
3. rozważa kąty trójkąta ACE : kąt CAE ma miarę β, kąt AEC ma miarę $180^0-\alpha$, zatem miara kąta ACB jest równa $180^0-(180^0-\alpha+\beta)=\alpha-\beta$.	1p.

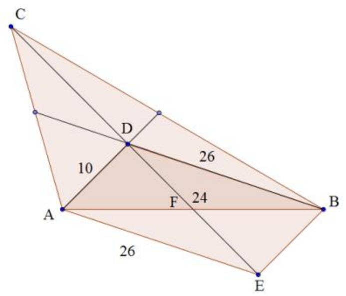
Zadanie 9 (3 pkt)

Suma trzech różnych liczb naturalnych pierwszych jest równa 80. Różnica największej z tych liczb i najmniejszej z tych liczb jest podzielna przez 5. Znajdź te liczby. Ile rozwiązań ma to zadanie?

<table>
<tr><td>Uczeń:
1. zauważa, że suma 3 liczb pierwszych jest liczbą parzystą, tylko wtedy, gdy jedna z tych liczb jest parzysta, zatem najmniejsza z szukanych liczb to 2.</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>2. Zapisuje zależność między największą z szukanych liczb, a najmniejszą, korzystając z faktu, ze różnica tych liczb jest podzielna przez 5, np. $c = 5t + 2$, gdzie t liczba naturalna dodatnia i wyznacza liczbę c:
c = 47 lub c = 67. Podaje jedno z rozwiązań: 2, 11, 67 lub 2, 31, 47.</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>3. Wyznacza oba rozwiązania zadania. Podaje odpowiedź np. szukane liczby to 2, 11, 67 lub 2, 31, 47. Są dwa rozwiązania tego zadania.</td><td>1p.</td></tr>
</table>

Zadanie 10. (3 pkt)

Środkowe trójkąta mają długości 15, 36 i 39. Oblicz pole tego trójkąta.

<table>
<tr><td>Uczeń:
1. uzasadnia, że środkowe dzielą trójkąt na 6 trójkątów o równych polach,</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>2. oblicza pole jednego z tych trójkątów: 60


Dobudowuje do trójkąta ABC trójkąt ABE, przystający do trójkąta ABD i uzasadnia, że przekątna tak utworzonego równoległoboku ADBE dzieli go na dwa trójkąty prostokątne ADE i BED takie, że pole każdego z nich jest równe $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 24 = 120$, wtedy pole np. trójkąta ADF jest równe 120 : 2 = 60,</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>3. oblicza pole trójkąta ABC: $6 \cdot 60 = 360$

Uwaga: w rozwiązaniu uczeń korzysta z własności środkowych trójkąta: środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie, który dzieli każdą z nich w stosunku 2:1 licząc od wierzchołka.</td><td>1p.</td></tr>
</table>