



KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów klas IV-VIII szkół podstawowych
województwa mazowieckiego
w roku szkolnym 2019/2020

Model odpowiedzi i schematy punktowania

Za **każde poprawne i pełne** rozwiązanie, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań zadań, przyznajemy **maksymalną** liczbę punktów.

ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	1.	2.	3.
Maks. liczba punktów	1 pkt	1 pkt	1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	C	F, P	B, D

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 4. (2 pkt)

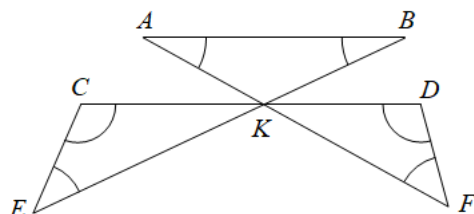
Takim samym literom odpowiadają takie same cyfry,
a różnym literom – różne cyfry. Rozszyfruj mnożenie.
Napisz, jakiej cyfrze odpowiada litera R.

$$\begin{array}{r} \text{R A C H U N E K} \\ \cdot \\ \hline 9 \\ \text{K K K K K K K K} \end{array}$$

<p>Uczeń:</p> <p>1. Uzasadnia, że K musi być równe 5:</p> <p>Jedyną jednocyfrową liczbą, która pomnożona przez 9 daje w wyniku ostatnią cyfrę równą sobie, jest 5.</p> <p>2. Wykonuje dzielenie: $55555555 : 9 = 61\,728\,395$ i podaje odpowiedź.</p> <p>Odpowiedź: Cyfrze 6 odpowiada litera R.</p> <p>Uwaga. Jeśli uczeń rozwiąże zadanie innym sposobem, to 1 punkt otrzymuje za poprawne uzasadnienie, że K musi być równe 5. Tym uzasadnieniem może być np. kolejne mnożenie 9 przez 1, 2, 3...</p>	<p>1p.</p> <p>1p.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------

Zadanie 5. (2 pkt)

Na rysunku odcinki AF , BE i CD przecinają się w punkcie K , a odcinki AB i CD są równoległe. Oblicz sumę miar kątów zaznaczonych łukami. Odpowiedź uzasadnij.



<p>Uczeń:</p> <p>1. Wprowadza oznaczenia na rysunku, np.:</p> <p>oraz zapisuje równości: $\beta + \varphi = 180^\circ - \alpha$, $\gamma + \delta = 180^\circ - \varepsilon$</p> <p>2. Uzasadnia, że suma miar kątów zaznaczonych łukami jest równa 360°: Np.</p> $(180^\circ - \alpha) + (180^\circ - \varepsilon) + (\varepsilon + \alpha) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="text-align: center;"> \updownarrow $(\beta + \varphi)$ </div> <div style="text-align: center;"> \updownarrow $+$ </div> <div style="text-align: center;"> \updownarrow $(\gamma + \delta)$ </div> <div style="text-align: center;"> \updownarrow $+$ </div> <div style="text-align: center;"> \updownarrow $(\varepsilon + \alpha)$ </div> </div> <p>Odpowiedź: Suma miar kątów zaznaczonych łukami jest równa 360°.</p>	<p>1p.</p> <p>1p.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------

Zadanie 6. (3 pkt)

Czy istnieje trójkąt, którego wysokości są równe: 2, 4, 6? Odpowiedź uzasadnij.

<p>Uczeń:</p> <p>1. Zapisuje równość określającą pole trójkąta, zakładając, że taki trójkąt istnieje oraz a, b, c, są długościami boków tego trójkąta: $\frac{a \cdot 2}{2} = \frac{b \cdot 4}{2} = \frac{c \cdot 6}{2}$ stąd</p> <p>$a = 2b = 3c$ i $b = 1,5c$</p> <p>2. Zapisuje nierówności, które wynikają z warunku istnienia trójkąta:</p> <p>$a + b > c, \quad a + c > b, \quad b + c > a$</p> <p>3. Sprawdza, czy zachodzą te nierówności: Np.</p> <p>$3c + 1,5c > c$ - prawda</p> <p>$3c + c > 1,5c$ - prawda</p> <p>$1,5c + c > 3c$ - fałsz</p> <p>i podaje odpowiedź.</p> <p>Odpowiedź: Ponieważ jeden z warunków istnienia trójkąta nie został spełniony, więc taki trójkąt nie istnieje.</p>	<p>1p.</p> <p>1p.</p> <p>1p.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------

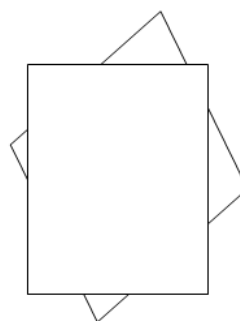
Zadanie 7. (3 pkt)

Prostokąt o wymiarach $22 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$ naklejono na romb, jak na rysunku.

Prostokąt przykrył $\frac{4}{5}$ powierzchni rombu.

Po odwróceniu sklejonych figur okazało się, że romb przykrył $\frac{3}{4}$ powierzchni

prostokąta. Oblicz pole tego rombu.



<p>Uczeń:</p> <p>1. Oblicza pole wspólnej części obu figur, korzystając z informacji, że to pole stanowi $\frac{3}{4}$ pola prostokąta: $\frac{3}{4} \cdot (22 \cdot 16) = 3 \cdot 88 = 264 \text{ (cm}^2\text{)}$</p>	<p>1p.</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------

2. Układa równanie, korzystając z informacji, że wspólna część obu figur wynosi $\frac{4}{5}$ szukanego pola P rombu: $\frac{4}{5} \cdot P = 264 \text{ (cm}^2\text{)}$	1p.
3. Oblicza pole rombu i podaje odpowiedź z uwzględnieniem jednostki miary. $P = 264 : \frac{4}{5} = 264 \cdot \frac{5}{4} = 66 \cdot 5 = 330 \text{ (cm}^2\text{)}$ Odpowiedź: Pole rombu jest równe 330 cm^2 .	1p.

Zadanie 8. (3 pkt)

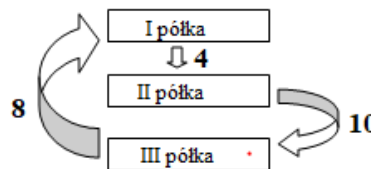
Na trzech półkach stało 60 książek. Asia, robiąc porządki, przełożyła 10 książek z drugiej półki na trzecią, z trzeciej półki 8 książek na pierwszą, a następnie z pierwszej półki 4 książki na drugą półkę. Wówczas okazało się, że na każdej półce jest po tyle samo książek. Ile książek stało na każdej półce przed porządków Asi? Odpowiedź uzasadnij.

I sposób

Uczeń:	
1. Układa i rozwiązuje równanie opisujące liczbę książek stojących na półce I: $x + 8 - 4 = 20, x = 16$	1p.
2. Układa i rozwiązuje równanie opisujące liczbę książek stojących na półce II: $y - 10 + 4 = 20, y = 26$	1p.
3. Układa i rozwiązuje równanie opisujące liczbę książek stojących na półce III: $z + 10 - 8 = 20, z = 18$ i podaje odpowiedź:	
Odpowiedź: Na pierwszej półce było 16 książek, na drugiej 26 książek, a na trzeciej 18 książek.	1p.

II sposób

Uczeń:	
1. Wykonuje rysunek np. taki jak obok oraz zapisuje stan książek stojących na półce I: $16 \leftarrow 24 \leftarrow 20$	1p.
2. Zapisuje stan książek stojących na półce II: $26 \leftarrow 16 \leftarrow 20$	1p.
3. Zapisuje stan książek stojących na półce III: $18 \leftarrow 10 \leftarrow 20$ i podaje odpowiedź.	1p.



Odpowiedź: Na pierwszej półce było 16 książek, na drugiej 26 książek, a na trzeciej 18 książek.	
-------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Zadanie 9. (4 pkt)

Znajdź wszystkie liczby całkowite a , dla których wartość wyrażenia $\frac{2a+3}{a-2}$ jest liczbą całkowitą dodatnią.

<p>Uczeń:</p> <p>1. Przekształca dane wyrażenie do postaci:</p> $\frac{2a+3}{a-2} = \frac{2(a-2)+7}{a-2} = 2 + \frac{7}{a-2}$ <p>2. Zapisuje liczby, które mogą być w mianowniku otrzymanego wyrażenia, aby wyrażenie było liczbą całkowitą: 1, -1, 7, -7.</p> <p>3. Zapisuje i rozwiązuje równania: $a-2=1$ lub $a-2=-1$, lub $a-2=7$, lub $a-2=-7$. Zatem $a=3$ lub $a=1$, lub $a=9$, lub $a=-5$.</p> <p>4. Eliminuje rozwiązanie, które nie spełnia warunków zadania</p> <p>$(2 + \frac{7}{a-2})$ ma być liczbą całkowitą dodatnią, zatem $a \neq 1$.</p> <p>W odpowiedzi podaje <u>wszystkie</u> wartości a.</p> <p>Odpowiedź: $a=3$ lub $a=9$, lub $a=-5$.</p> <p>Uwaga. Jeśli uczeń rozwiąże zadanie inną metodą, to stosujemy następującą punktację:</p> <p>Za znalezienie <u>każdego</u> z trzech rozwiązań uczeń otrzymuje 1 punkt</p> <p>$a=3$ - 1 pkt</p> <p>$a=9$ - 1 pkt</p> <p>$a=-5$ - 1 pkt</p> <p>Dodatkowo, za poprawne uzasadnienie, że są to wszystkie rozwiązania, uczeń otrzymuje 1 pkt.</p>	<p>1p.</p> <p>1p.</p> <p>1p.</p> <p>1p.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------