MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA

KONKURS MATEMATYCZNY DLA KLAS IV-VIII

UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAZOWIECKIEGO

ETAP WOJEWÓDZKI 2022/2023

Uczeń maksymalnie może zdobyć 20 punktów.

Za poprawne rozwiązanie zadania zamkniętego uczeń może zdobyć maksymalnie 1 punkt, a za zadanie otwarte 2 lub 3 punkty. Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań, należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

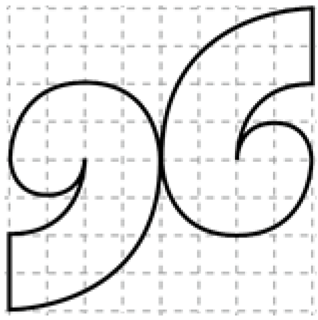
ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**
Maks. liczba punktów	**0-1 pkt**	**0-1 pkt**	**0-1 pkt**	**0-1 pkt**
Prawidłowa odpowiedź	**P, P**	**A., C.**	**T-C**	**B., D.**

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 5. (0-3 pkt)

Pan Norbert na kwadracie o polu równym 64 dm^2 wykonał projekt numeru pawilonu wulkanizacji opon (patrz rysunek). Brzeg zaprojektowanego numeru 96 jest zbudowany z odcinków i części okręgów. Następnie wyciął z kwadratu ten numer i umieścił go na tle koła, w którym zajmuje on 25% powierzchni. Czy długość promienia tego koła jest większa niż 66 cm? Odpowiedź uzasadnij.



Uczeń: 1. Analizuje z jakich figur składa się numer 96 i wyznacza jego pole $P_{96} = 2 \cdot \left[\frac{1}{2}\pi \cdot 1 + \frac{1}{2}\pi \cdot 4 + \frac{1}{4}(\pi \cdot 16 - \pi \cdot 4)\right] = 11\pi$ [dm²]	1p.
2. Oblicza długość promienia koła. $P_K = 44\pi$ [dm²] stąd $r^2 = 44$, więc $r = 2\sqrt{11}$ dm $= 20\sqrt{11}$ cm	1p.
3. Podaje odpowiedź z uzasadnieniem oraz zamianą jednostek: dm na cm lub cm na dm. Jeśli $20\sqrt{11} > 66$, to $\sqrt{11} > 3{,}3$, ale $3{,}3^2 = 10{,}89$, zatem $20\sqrt{11} > 66$ Odpowiedź. To koło ma promień większy niż 66 cm.	1p.

Zadanie 6. (0-2 pkt)

Pani Kasia kupiła sadzonki krzewów, które chce posadzić w równych odstępach wzdłuż jednego boku kwadratowej rabaty. Pierwszy i ostatni krzew postanowiła posadzić w rogach rabaty. Wówczas okazało się, że jeśli posadzi je co 45 cm, to zabraknie trzech sadzonek, a jeśli co 60 cm, to zostaną dwie sadzonki. Oblicz, ile sadzonek kupiła pani Kasia.

I sposób

Uczeń: 1. Przeprowadza analizę zadania. x – liczba sadzonek $(x + 3 - 1) \cdot 45$ – długość rabaty $(x - 2 - 1) \cdot 60$ – długość rabaty	1p.
2. Układa i rozwiązuje równanie oraz podaje odpowiedź. $(x + 2) \cdot 45 = (x - 3) \cdot 60$ $45x + 90 = 60x - 180$ $15x = 270$ $x = 18$ Odpowiedź. Pani Kasia kupiła 18 sadzonek krzewów.	1p.

II sposób

Uczeń: 1. Przeprowadza analizę zadania. x – długość boku kwadratu $\frac{x}{45} + 1 - 3$ – liczba sadzonek $\frac{x}{60} + 1 + 2$ – liczba sadzonek	1p.
2. Układa i rozwiązuje równanie oraz podaje odpowiedź. $\frac{x}{45} - 2 = \frac{x}{60} + 3$	1p.

$\frac{x}{45} - \frac{x}{60} = 3 + 2$ $\frac{4x - 3x}{180} = 5$ $x = 900$ [m] $\frac{900}{45} - 2 = 20 - 2 = 18$ Odpowiedź. Pani Kasia kupiła 18 sadzonek krzewów.	

Zadanie 7. (0-3 pkt)

Pierwszą cyfrą liczby czterocyfrowej jest 5, zaś po przestawieniu jej na ostatnie miejsce, otrzymamy liczbę stanowiąca $\frac{5}{6}$ początkowej liczby. Zapisz wszystkie liczby czterocyfrowe, które można utworzyć z cyfr tych liczb.

I sposób

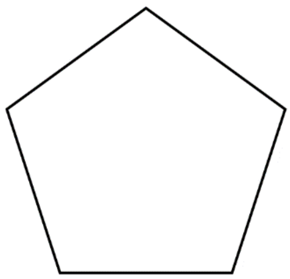
Uczeń: 1. Przeprowadza analizę zadania. $x -$ liczba trzycyfrowa utworzona z drugiej, trzeciej i czwartej cyfry szukanej liczby $5000 + x$ - szukana liczba $10x + 5$ - liczba po przestawieniu	1p.
2. Układa i rozwiązuje równanie. $\frac{5}{6}(5000 + x) = 10x + 5$ $5(5000 + x) = 60x + 30$ $25000 + 5x = 60x + 30$ $24970 = 55x$, stąd $x = 454$	1p.
3. Zapisuje wszystkie liczby czterocyfrowe, które można utworzyć z cyfr szukanej liczby. $5000 + 454 = 5454$. Te liczby to: 5454, 5544, 5445, 4545, 4455, 4554	1p.

II sposób

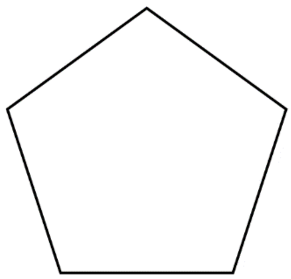
Uczeń: 1. Przeprowadza analizę zadania. $5000 + 100a + 10b + c$ - szukana liczba $1000a + 100b + 10c + 5$ - liczba po przestawieniu	1p.
2. Układa i rozwiązuje równanie. $\frac{5}{6}(5000 + 100a + 10b + c) = 1000a + 100b + 10c + 5 \mid \cdot 6$ $5(5000 + 100a + 10b + c) = 6000a + 600b + 60c + 30$ $25000 + 500a + 50b + 5c = 6000a + 600b + 60c + 30$ $24970 = 5500a + 550b + 55c$ $454 = 100a + 10b + 1c$, zatem $a = 4$, $b = 5$, $c = 4$	1p.
3. Zapisuje wszystkie liczby czterocyfrowe, które można utworzyć z cyfr szukanej liczby. Te liczby to: 5454, 5544, 5445, 4545, 4455, 4554	1p.

Zadanie 8. (0-2 pkt)

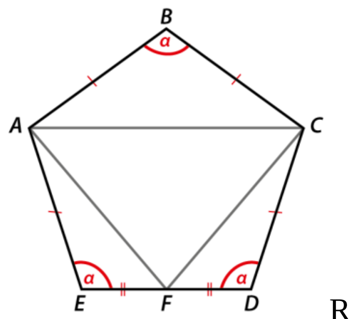
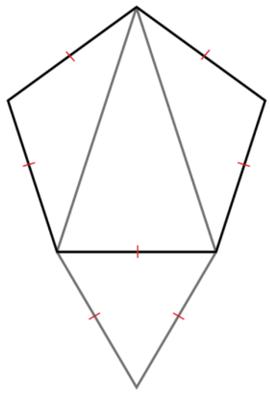
Na rysunkach 1. i 2. są przystające pięciokąty foremne. Uzupełnij te rysunki tak, aby otrzymać dwie siatki różnych czworościanów.



Rys. 1



Rys. 2

Uczeń: 1. Wykonuje np. rysunek 1a  Rys. 1a $\alpha = 108°, \qquad 3\alpha < 360°$	1p.
2. Wykonuje np. rysunek 2a  Rys. 2a *Uwaga. Jeśli uczeń narysuje dwie siatki czworościanów bez uzasadnienia, to też otrzymuje 2 punkty.*	1p.

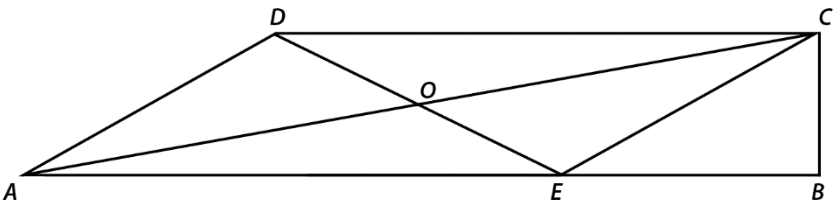
Zadanie 9. (0-3 pkt)

Bartek miał w skarbonce kwotę większą od 232 zł, ale mniejszą od 245 zł w dwuzłotówkach i pięciozłotówkach. Na prezent imieninowy dla brata wydał pewną kwotę. Wtedy okazało się, że ma w skarbonce tyle dwuzłotówek, ile przedtem miał pięciozłotówek oraz tyle pięciozłotówek, ile przedtem miał dwuzłotówek, a obecna kwota w skarbonce do kwoty początkowej jest w stosunku 3 : 4. Oblicz, ile złotych kosztował prezent dla brata Bartka.

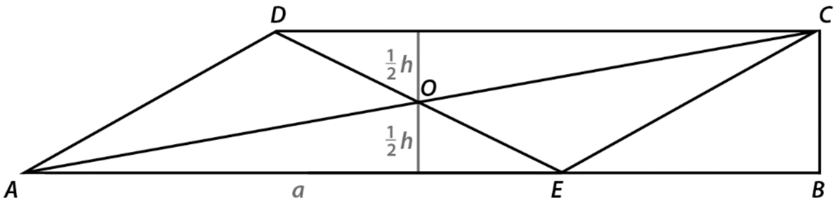
Uczeń: 1. Przeprowadza analizę zadania. *x* – liczba dwuzłotówek *y* – liczba pięciozłotówek $2x + 5y$ - początkowa kwota w skarbonce $2x + 5y > 232$ $2x + 5y < 245$	 1p.
2. Wyznacza jedną niewiadomą za pomocą drugiej. $\frac{5x + 2y}{2x + 5y} = \frac{3}{4}$ $4(5x + 2y) = 3(2x + 5y)$ $20x + 8y = 6x + 15y$ $7y = 14x$ $y = 2x$	1p.
3. Oblicza, ile złotych kosztował prezent dla brata Bartka i podaje odpowiedź. $2x + 10x = 12x$ - początkowa kwota w skarbonce 12*x* > 232 i 12*x* < 245 oraz *x* jest liczbą naturalną, stąd $x > \frac{232}{12}$ i $x < \frac{245}{12}$, więc $19,(3) < x < 20{,}42$, zatem *x* = 20, *y* = 40 Bartek miał 240 zł, zostało mu 180 zł, więc na prezent wydał 60 zł. Odpowiedź. Prezent dla brata Bartka kosztował 60 zł. *Uwaga. Jeśli uczeń w 3. z nierówności 12x > 232 i 12x < 245 wywnioskuje bez uzasadnienia, że* $12x = 240$ *(jako jedyną wielokrotność liczby 12 zawartą między liczbami 232 a 245), to również należy mu przyznać 1 punkt.*	1p.

Zadanie 10. (0-3 pkt)

W trapezie prostokątnym *ABCD* narysowano odcinek *CE* równoległy do odcinka *AD*, a następnie odcinki *AC* i *ED* przecinające się w punkcie *O*, jak na rysunku. Pole trójkąta *BCE* jest równe 3 i stanowi $\frac{2}{3}$ pola trójkąta *ECO*. Oblicz pole trapezu *ABCD*.



Uczeń:	
1. Oblicza pole trójkąta *ECO*. $\frac{P_{BCE}}{P_{ECO}} = \frac{2}{3}$ $\frac{3}{P_{ECO}} = \frac{2}{3}$ stąd $P_{ECO} = 4{,}5$	1p.
2. Uzasadnia równość pól trójkątów utworzonych przez przekątne równoległoboku. Trójkąty *AEO* i *CDO* są przystające. $\Delta AEO \equiv \Delta CDO$ ponieważ: $\lvert\sphericalangle AOE\rvert = \lvert\sphericalangle COD\rvert -$ kąty wierzchołkowe $\begin{cases} \lvert AO\rvert = \lvert OC\rvert \\ \lvert EO\rvert = \lvert DC\rvert \end{cases}$- własności przekątnych równoległoboku cecha bkb. Uczeń uzasadnia, że pole każdego z trójkątów AOE, EOC, COD i DOA jest równe 1/4 pola równoległoboku AECD. Trójkąt AEO, AOD mają równe pola, ponieważ $P_{AEO} = \frac{ah}{4}$ $P_{AEC} = \frac{1}{2}P_{AECD} = \frac{ah}{2}$, więc $P_{OEC} = P_{AEC} - P_{AEO} = \frac{ah}{4}$ Więc pole $P_{AEO} = P_{OEC}$	1p.

3. Wyznacza pole trapezu *ABCD*.  $P_{ABCD} = 4 \cdot P_{ECO} + P_{BCE} = 4 \cdot 4{,}5 + 3 = 18 + 3 = 21$ *Uwaga. Jeśli uczeń stwierdzi, że pola trójkątów utworzonych przez przekątne równoległoboku są równe, ale nie uzasadni tego faktu, to otrzymuje maksymalnie 2 punkty.*	1p.