



KONKURS MATEMATYCZNY

dla uczniów szkół podstawowych województwa mazowieckiego
w roku szkolnym 2017/2018

Model odpowiedzi i schematy punktowania

UWAGA 1.

Łącznie uczeń może zdobyć **20 punktów**.

Do etapu rejonowego zakwalifikowani będą uczniowie, którzy w etapie szkolnym uzyskają **co najmniej 80%** punktów możliwych do zdobycia (**co najmniej 16 punktów**).

UWAGA 2.

Za **każde poprawne** rozwiązanie, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań zadań, przyznajemy **maksymalną** liczbę punktów.

ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	1.	2.	3.
Maks. liczba punktów	1 pkt	1 pkt	1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	C	B	A

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 4. (2 pkt)

Na świadectwie Maćka jest 12 ocen. Maciek ma jedną szóstkę, pozostałe oceny to trójki, czwórki i piątki. Piątek jest trzy razy więcej niż trójkę i o trzy więcej niż czwórek.

Ile trójek, czwórek i ile piątek jest na świadectwie Maćka? Ile jest równa średnia ocen Maćka?

Uczeń:

1. Zauważa, że liczba piątek na świadectwie Maćka jest podzielna przez 3, bo jest ich trzy razy więcej niż trójkę. Nie jest ona równa 3, bo Maciej ma także czwórki, których jest o trzy mniej. Nie jest równa 9, bo wtedy Maciek miałby sześć czwórek i razem więcej niż 15 ocen. Oczywiście nie jest też równa 12, a zatem zostaje tylko 6 piątek. Stąd czwórek o 3 mniej czyli $6 - 3 = 3$, trójkę jest dwie, bo $6 : 3 = 2$.

1p.

Jedna szóstka, sześć piątek, trzy czwórki i dwie trójki to razem 12 ocen.	
2. Oblicza średnią arytmetyczną.	1p.
$\frac{1 \cdot 6 + 6 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2}{12} = 4,5.$ Średnia ocen Maćka jest równa 4,5.	

Zadanie 5. (2 pkt)

Ogrodnik porównuje dwa plany tego samego prostokątnego ogrodu. Na jednym z nich, sporządzonym w skali 1: 5 000, alejka różana ma długość 2 cm. Na drugim planie ta alejka ma długość 1 cm, zaś cały ogród ma długość 2 cm, a szerokość 1,5 cm. Podaj rzeczywiste wymiary tego ogrodu.

Uczeń:	
1. Oblicza skalę na drugim planie 1: 10 000	1p.
2. Oblicza rzeczywiste długości boków prostokątnego ogródka i podaje odpowiedź: 200 m x 150 m	1p.

Zadanie 6. (2 pkt)

Wstaw znaki wartości bezwzględnej tak, aby otrzymać w wyniku 0.

$$3 - 7 + 2 - (-5) + 4 - (-7) - 2 + 4$$

Czy to zadanie ma tylko jedno rozwiązanie? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń:	
1. Wstawia we właściwe miejsca znaki wartości bezwzględnej Odpowiedzi jest kilka, np.:	1p.
$ 3 - 7 + 2 - -5 + 4 - -7 - 2 + 4 = 4 + 2 - 1 - 9 + 4 = 0$ $ 3 - 7 + 2 - -5 + 4 - -7 - 2 + 4 = 6 - 1 - 5 = 0$ $3 - 7 + 2 - (-5) + 4 - -7 - 2 + 4 = 3 + 3 - 6 = 0$ $ 3 - 7 + 2 - (-5) + 4 - -7 - 2 + 4 = 1 + 4 - 7 - 2 + 4 = 0$	
Uwaga: przypadek traktowania spacji jako znaku mnożenia	
$3 \cdot -7 + 2 - (-5) \cdot 4 - (-7) - 2 + 4 = 3 \cdot 0 \cdot 13 = 0$	
Uwaga: Uczeń otrzymuje punkt jeśli poda jedną poprawną odpowiedź.	
2. Poprawnie uzasadnia, że zadanie nie ma tylko jednego rozwiązania np. wskazuje co najmniej dwa różne rozwiązania.	1p.

Zadanie 7. (3 pkt)

Rozpoczynając od pewnej liczby parzystej, wypisano siedem kolejnych liczb naturalnych. Suma pięciu początkowych jest trzycyfrowa, suma pięciu końcowych jest czterocyfrowa. Ile jest równa suma wszystkich siedmiu liczb?

<p>Uczeń:</p> <p>1. Wypisuje pięć kolejnych liczb naturalnych. Zakłada, że są to $2n - 2$, $2n - 1$, $2n$, $2n + 1$, $2n + 2$. Ich suma to $10n = 2 \cdot (5n)$. Ma być ona mniejsza od 1000 (bo trzycyfrowa). Największą liczbą o tej własności jest 198, która jest liczbą środkową, zatem początkową jest 196. Oblicza sumę pierwszych pięciu liczb: $196 + 197 + 198 + 199 + 200 = 990$</p> <p>lub inaczej:</p> <p>Szacuje sumę pięciu pierwszych składników, jako największą liczbę trzycyfrową i zauważa, że niektóre składniki winny być mniejsze niż 200, bo $5 \cdot 200 = 1000$. Odnajduje metodą prób pierwszą lub piątą liczbę sumy oraz pozostałe składniki i oblicza sumę pierwszych pięciu liczb: $196 + 197 + 198 + 199 + 200 = 990$</p>	1p.
<p>2. Oblicza sumę ostatnich pięciu liczb: $198 + 199 + 200 + 201 + 202 = 1000$</p>	1p.
<p>3. Oblicza sumę wszystkich siedmiu liczb $990 + 403 = 1393$</p>	1p.

Zadanie 8. (3 pkt)

Pan Jabłoński zapomniał, jakie są dwie ostatnie cyfry dziewięciocyfrowego kodu do sejfu. Pamięta tylko siedem pierwszych cyfr: 2002001 * *. Pamięta także, że cały numer był liczbą podzielną przez 12. Jakie mogły być dwie ostatnie cyfry tego numeru? Podaj wszystkie możliwości.

<p>Uczeń:</p> <p>1. Bada sumy podzielne przez 3, w których jednym składnikiem jest liczba 5 (5 - suma siedmiu pierwszych cyfr szyfru).</p> <p>$5 + 1 = 6$ (możliwości na dwie ostatnie cyfry to: 01, 10)</p> <p>$5 + 4 = 9$ (możliwości na dwie ostatnie cyfry to: 13, 31, 22, 40, 04)</p> <p>$5 + 7 = 12$ (możliwości na dwie ostatnie cyfry to: 16, 61, 07, 70, 25, 52, 34, 43)</p> <p>$5 + 10 = 15$ (możliwości na dwie ostatnie cyfry to: 19, 91, 28, 82, 73, 37, 46, 64, 55)</p> <p>$5 + 13 = 18$ (możliwości na dwie ostatnie cyfry to: 49, 94, 85, 58, 76, 67)</p> <p>$5 + 16 = 21$ (możliwości na dwie ostatnie cyfry to: 97, 79, 88)</p>	1p.
<p>2. Wśród otrzymanych liczb dwucyfrowych wskazuje liczby podzielne przez 4 (liczba jest podzielna przez 12, gdy jest podzielna przez 3 i przez 4)</p>	1p.
<p>3. Wypisuje wszystkie możliwości tj. znajduje dwie ostatnie cyfry szyfru: 40, 04, 16, 52, 28, 64, 76, 88.</p>	1p.

Zadanie 9. (3 pkt)

Spośród 50 uczniów klas siódmych 23 gra w koszykówkę, 31 umie pływać, a 8 posiada obie te umiejętności. Ilu uczniów nie umie grać w koszykówkę ani pływać?

Uczeń:	
1. Oblicza ilu uczniów umie pływać, ale nie umie grać w koszykówkę ($31 - 8 = 23$).	1p.
2. Oblicza ilu uczniów umie grać w koszykówkę, ale nie umie pływać ($23 - 8 = 15$).	1p.
3. Oblicza ilu uczniów posiada jedną z tych umiejętności lub obie ($23 + 15 + 8 = 46$). Podaje poprawną odpowiedź (4 uczniów).	1p.

Zadanie 10. (2 pkt)

Anielka urodziła się 25 lipca. W 2017 roku obchodziła urodziny we wtorek. W którym roku urodziny Anielki wypadną znów we wtorek? Ile lat temu urodziny Anielki były też we wtorek? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń:	
1. Zauważa, że w zwykłych latach zmieniają się dni tygodnia o 1 dzień, a w przestępnych zmieniają się o 2 dni. Stąd, jeśli w 2017 r. 25 lipca był we wtorek, to w 2018 r. 25 lipca będzie w środę.	1p.
Wyznacza rok, w którym 25 lipca będzie we wtorek: 2019 r. – czwartek, 2020 r. – sobota (bo 2020 jest rokiem przestępnym), 2021 r. – niedziela, 2022 r. – poniedziałek, <u>2023 r. – wtorek.</u>	
2. Oblicza, ile lat temu urodziny Anielki były też we wtorek.	1p.
Wyznacza rok, przed rokiem 2017, w którym 25 lipca był we wtorek: 2016 r. – poniedziałek, 2015 r. – sobota, 2014 r. – piątek, 2013 r. – czwartek, 2012 r. – środa, 2011 r. – poniedziałek, 2010 r. – niedziela, 2009 r. – sobota, 2008 r. – piątek, 2007 r. – środa, <u>2006 r. – wtorek.</u> Podaje odpowiedź: <u>11 lat temu.</u>	