MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA
KONKURS MATEMATYCZNY DLA KLAS IV-VIII
UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAZOWIECKIEGO

ETAP REJONOWY 2020/2021

Uczeń maksymalnie może zdobyć 20 punktów.

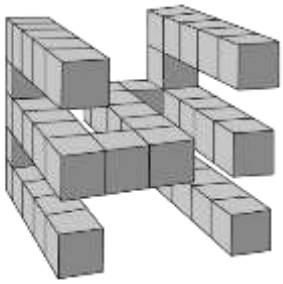
Za poprawne rozwiązanie zadania zamkniętego uczeń może zdobyć maksymalnie 1 punkt, a za zadanie otwarte dwa 2 lub 3 punkty. Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań, należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA ZADAŃ

Nr zadania	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**
Maks. liczba punktów	**0-1 pkt**	**0-1 pkt**	**0-1 pkt**	**0-1 pkt**
Prawidłowa odpowiedź	**C.**	**P, F**	**B., D.**	**A., D.**

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 5. (0-2 pkt)



Bartek ma białe i szare klocki sześcienne. Białych klocków ma trzy razy więcej niż szarych. Ze wszystkich szarych klocków skleił bryłę przedstawioną na rysunku, składającą się z dwóch jednakowych elementów w kształcie litery E i łącznika w kształcie litery S.

Oblicz, ile białych klocków zostało Bartkowi po uzupełnieniu tej bryły do najmniejszego sześcianu.

Uczeń:	
1. Oblicza, ile zużyto szarych klocków i ile jest białych klocków. Bryła składa się z dwóch jednakowych części w kształcie litery E, na które zużyto $2 \cdot 17 = 34$ klocki oraz łącznika z 7 klocków. Zatem bryłę sklejono z 41 szarych klocków. Białych klocków jest $3 \cdot 41 = 123$.	1p.
2. Oblicza, ile zostało białych klocków po uzupełnieniu bryły do najmniejszego sześcianu. Najmniejszy sześcian składa się z $5^3 = 125$ klocków, więc na jego zbudowanie zużyto $125 – 41 = 84$ białych klocków. Zatem Bartkowi pozostało $123 – 84 = 39$ białych klocków.	1p.

Zadanie 6. (0-3 pkt)

Agnieszka zapisała pięć liczb w kolejności rosnącej. Różnica między pierwszą a ostatnią liczbą wynosi 10, środkowa liczba jest o 200% większa od pierwszej. Druga liczba to 4, a przedostatnia liczba jest o 2 mniejsza od ostatniej. Średnia arytmetyczna tych liczb wynosi 8. Jakie to liczby? Uzasadnij odpowiedź.

Uczeń:	
1. Przeprowadza bezbłędnie analizę zadania. x – najmniejsza liczba 4 – druga liczba $3x$ – trzecia liczba $x + 8$ – czwarta liczba $x + 10$ – piąta liczba	1p.
2. Układa równanie i rozwiązuje je $x + 4 + 3x + x + 8 + x + 10 = 40$ $6x = 40 - 22$ $6x = 18$ $x = 3$	1p.
3. Wyznacza brakujące liczby uwzględniając warunek kolejności rosnącej i sprawdza, czy średnia arytmetyczna pięciu liczb jest równa 8. Brakujące liczby to 3, 9, 11 i 13. Średnia arytmetyczna liczb 3, 4, 9, 11 i 13 to	1p.

$$\frac{3+4+9+11+13}{5}=\frac{40}{5}=8$$ *Uwaga. Jeżeli uczeń poprawnie rozwiąże zadanie, ale nie sprawdzi, czy średnia arytmetyczna pięciu liczb jest równa 8, to też otrzymuje maksymalną liczbę punktów.*	

Zadanie 7. (0-3 pkt)

Pan Jacek trenuje jazdę na rowerze. Wcześniej obliczył, że jadąc ze średnią prędkością 20 km/h wróci na obiad na godzinę 15. Po przejechaniu 70% drogi „złapał gumę". Jej wymiana zajęła panu Jackowi 9 minut. Aby nie spóźnić się na obiad, musiał resztę drogi jechać ze średnią prędkością 30 km/h. Oblicz, jaką drogę miał do pokonania pan Jacek.

Uczeń: 1. Przyjmuje oznaczenia i zapisuje czas w godzinach na poszczególne etapy drogi. s – droga do przejechania t – czas na pokonanie drogi Czas I etapu – $\frac{0,7s}{20}$ Czas postoju – $\frac{9}{60}$ Czas II etapu – $\frac{0,3s}{30}$	1p.
2. Układa równanie. $\frac{0,7s}{20}+\frac{9}{60}+\frac{0,3s}{30}=\frac{s}{20}$	1p.
3. Rozwiązuje równanie i podaje odpowiedź – 1p. $\frac{0,7s}{20}+\frac{9}{60}+\frac{0,3s}{30}=\frac{s}{20}/\cdot 60$ $2,1s+9+0,6s=3s$ $0,3s=9$ $s=30$ Odpowiedź. Pan Jacek miał do przejechania 30 km.	1p.

Zadanie 8. (0-4 pkt)

Ania kupiła w prezencie dwa jednakowe pojemniki na przyprawy. Pojemniki te mają kształt graniastosłupa prawidłowego. Długość krawędzi podstawy pojemnika wynosi a, wysokość jest od niej trzy razy większa, natomiast suma długości wszystkich krawędzi pojemnika jest równa $30a$. Ania chce zapakować te dwa pojemniki do prostopadłościennego pudełka. Ile jest pudełek o najmniejszej objętości, ale o różnych wymiarach, w których można umieścić te dwa pojemniki? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń:

1. Uzasadnia, że podstawą graniastosłupa jest sześciokąt foremny. 1p.

n – liczba krawędzi bocznych graniastosłupa

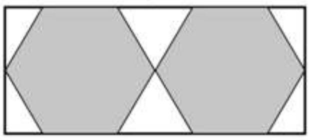
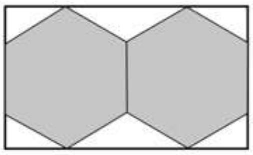
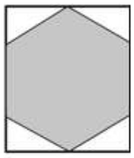
S – suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa

$S = 2na + 3na = 30a$, stąd $n = 6$

Zatem w podstawie jest sześciokąt foremny.

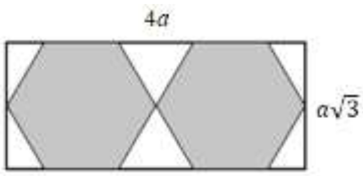
2. Przedstawia możliwy układ pojemników na dnie pudełek. 1p.

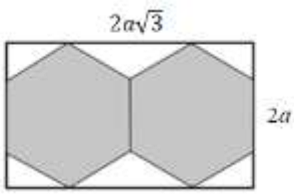
I. Styczność krawędziami bocznymi II. Styczność ścianami bocznymi III. Styczność podstawami

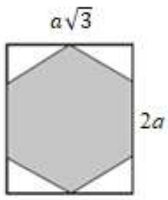

lub

lub


3. Wyznacza wymiary pudełek. 1p.

I. Wysokość = $3a$ II. Wysokość = $3a$ III. Wysokość = $6a$



lub


lub


4. Oblicza objętość poszczególnych pudełek i formułuje wniosek. 1p.

$V_I = 4a \cdot 3a \cdot a\sqrt{3} = 12a^3\sqrt{3}$

$V_{II} = 2a \cdot 3a \cdot 2a\sqrt{3} = 12a^3\sqrt{3}$

$V_{III} = 2a \cdot 6a \cdot a\sqrt{3} = 12a^3\sqrt{3}$

<table>
<tr><td>
Wniosek. Są trzy takie pudełka, ponieważ ich wymiary są różne, a objętości jednakowe.

Uwaga. Przy innym sposobie rozwiązania proponujemy zastosować następującą punktację:

1p. – za wyznaczenie, że są to graniastosłupy sześciokątne.

1p. – za rozważenie jednej lub dwóch możliwości (w tym obliczenie objętości).

2p. – za rozważenie trzech możliwości (w tym obliczenie objętości).

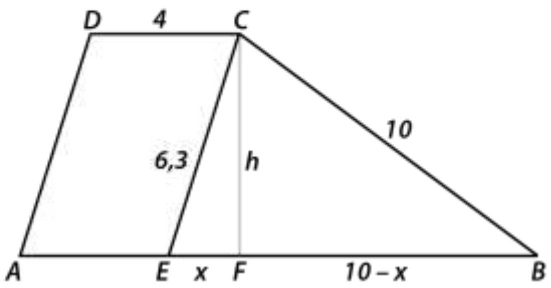
1p. – za poprawny wniosek.
</td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 9. (0-4 pkt)

Pan Andrzej ma trawnik w kształcie trapezu o wymiarach: podstawy 14 m i 4 m, ramiona 10 m i 6,3 m. Do pielęgnacji trawnika stosuje sześć razy w roku nawóz. Zakupił worek, w którym jest 10 kg nawozu. Oszacuj, czy wystarczy panu Andrzejowi ta ilość nawozu na rok, jeżeli na jednokrotne użycie potrzeba 30 g nawozu na 1 m^2. W obliczeniach przyjmij, że $(6{,}3)^2 = 40$.

<table>
<tr><td>
Uczeń:

1. Uczeń wykonuje rysunek zgodny z warunkami zadania i wprowadza oznaczenia.



$|AD| = 6{,}3$ m, $|AB| = 14$ m, $|BC| = 10$ m, $|CD| = 4$ m
</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>
2. Oblicza wysokość trapezu.
Czworokąt $AECD$ to równoległobok, więc boki trójkąta BCE mają długości: $|EB| = 10$ m,
$|BC| = 10$ m, $|CE| = 6{,}3$ m.
Z twierdzenia Pitagorasa:
w trójkącie CEF: $h^2 = 6{,}3^2 - x^2$
</td><td>1p.</td></tr>
</table>

w trójkącie BCF: $h^2 = 10^2 - (10 - x)^2$ stąd $39{,}69 - x^2 = 100 - (10 - x)^2$ $39{,}69 - x^2 = 100 - 100 + 20x - x^2$ $20x = 39{,}69 \approx 40$, więc $x \approx 2$, zatem $h \approx \sqrt{40 - 4} = 6$ 3. Oblicza pole trapezu. $P = \frac{1}{2}(4 + 14) \cdot 6 = 54$ [m²] 4. Ustala, na ile zastosowań wystarczy panu Andrzejowi jedno opakowanie nawozu i podaje odpowiedź. Na jednokrotne nawożenie trawnika potrzeba 54 · 30 g = 1620 g = 1,620 kg nawozu. $10 : 1{,}62 > 6$ Odpowiedź. To opakowanie nawozu wystarczy panu Andrzejowi na rok użytkowania.	 1p. 1p.