MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA

KONKURS MATEMATYCZNY DLA KLAS IV-VIII

UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAZOWIECKIEGO

ETAP SZKOLNY 2023/2024

Ważne terminy!

Zgodnie z harmonogramem termin ogłoszenia wyników w szkole mija **17.10.2022 r.**

Najpóźniej do 25.10.2022 r. należy bezwzględnie wprowadzić wyniki **wszystkich uczniów** na Platformę Konkursów Przedmiotowych. Zgłoszenie uczestników po wyznaczonym terminie nie będzie przyjęte i **skutkuje ich dyskwalifikacją**.

08.11.2022 r. należy zapoznać się z listą uczniów zakwalifikowanych do etapu rejonowego oraz przekazać informację o ewentualnym zakwalifikowaniu się do kolejnego etapu konkursu uczniom i ich rodzicom/opiekunom prawnym.

Uczeń maksymalnie może zdobyć 20 punktów.

Za poprawne rozwiązanie zadania zamkniętego uczeń może otrzymać maksymalnie 1 punkt, a za rozwiązanie zadania otwartego 2 lub 3 punkty. Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań, należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA ZADAŃ

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	**1.**	**2.**	**3.**
Maks. liczba punktów	0-1 pkt	0-1 pkt	0-1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	B., D.	P., F.	B., D.

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 4. (0-2 pkt)

W małej sali kinowej wszystkie miejsca są zajęte przez dzieci i dorosłych. W każdym rzędzie siedzi tyle samo dzieci. Liczba dzieci i liczba dorosłych w rzędzie są różnymi liczbami pierwszymi. Rzędów jest tyle, ile miejsc w każdym rzędzie. Wszystkich miejsc jest więcej niż 60, ale mniej niż 100. Oblicz, ile dzieci i ilu dorosłych mogło być w tej sali, jeżeli dzieci było mniej niż dorosłych. Rozpatrz wszystkie możliwości.

Uczeń: 1. Analizuje treść zadania i zauważa, że widownia jest kwadratem o boku 8 lub 9, a zatem są dwa rozwiązania. 2. Oblicza, ile jest dzieci i ilu dorosłych w obu przypadkach oraz podaje odpowiedź. Jeśli 8 to: $8 = 3 + 5$, zatem dzieci było $3 \cdot 8 = 24$, a dorosłych $5 \cdot 8 = 40$. Jeśli 9 to: $9 = 2 + 7$, zatem dzieci było $2 \cdot 9 = 18$, a dorosłych $7 \cdot 9 = 63$. Odpowiedź: W sali kinowej mogło być 24 dzieci i 40 dorosłych lub 18 dzieci i 63 dorosłych. *Uwaga. Jeśli uczeń rozpatrzy jeden z dwóch przypadków (kwadraty 8×8, 9×9) lub dodatkowo przypadek kwadratu 10×10, to otrzymuje 1p.*	 1p. 1p.

Zadanie 5. (0-2 pkt)

Obwody trzech różnych ścian prostopadłościennego wazonu wynoszą: 44 cm, 60 cm, 64 cm. Oblicz, ile pełnych litrów wody można wlać do tego wazonu.

I sposób

Uczeń: 1. Analizuje treść zadnia i oblicza sumę długości trzech różnych krawędzi prostopadłościanu. Połowy obwodów ścian wynoszą odpowiednio: 22 cm, 30 cm i 32 cm. Zatem podwojona suma długości trzech różnych krawędzi jest równa 22 + 30 + 32 = 84 [cm], a więc suma długości trzech różnych krawędzi wynosi 42 cm.	1p.
2. Oblicza długości wszystkich krawędzi w decymetrach i pojemność wazonu w litrach oraz podaje odpowiedź. Długości krawędzi to odpowiednio: 42 – 22 = 20 [cm] = 2 dm, 42 – 30 = 12 [cm] = 1,2 dm, 42 – 32 = 10 [cm] = 1 dm. $V = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 2 = 2{,}4$ l Odpowiedź: Do wazonu można wlać 2 pełne litry wody.	1p.

II sposób

Uczeń: 1. Analizuje treść zadnia, np.: przez zapisanie w postaci równań zależności między długościami krawędzi prostopadłościanu oraz poprawnie oblicza długość przynajmniej jednej krawędzi. $2(a+b) = 44,$ to $a + b = 22$ $2(a+c) = 60,$ to $a + c = 30$ $2(b+c) = 64,$ to $b + c = 32$ $a + b + a + c = 52$	1p.

$2a + b + c = 52$ $2a + 32 = 52$ $2a = 20$ $a = 10$ gdzie a, b, c – długości krawędzi prostopadłościanu. 2. Oblicza długości wszystkich krawędzi w decymetrach i pojemność wazonu w litrach oraz podaje odpowiedź. $a = 10$ cm, więc $b = 12$ cm, $c = 20$ cm $a = 1$ dm, $b = 1{,}2$ dm, $c = 2$ dm $V = 1 \cdot 1{,}2 \cdot 2 = 2{,}4$ l Odpowiedź: Do wazonu można wlać 2 pełne litry wody.	1p.

Zadanie 6. (0-2 pkt)

Zuzia rzuciła 45 razy sześcienną kostką do gry i sumowała liczby wyrzuconych oczek. Czy jest możliwe, żeby suma ta wyniosła 147, jeśli liczb parzystych wypadło dwa razy mniej niż nieparzystych? Odpowiedź uzasadnij.

I sposób

Uczeń: 1. Wykonuje analizę zadania i zapisuje występującą w nim zależność, np. w postaci równania. *x* – liczba liczb parzystych 2*x* – liczba liczb nieparzystych $3x = 45$ 2. Oblicza, ile wypadło liczb parzystych a ile nieparzystych i uzasadnia odpowiedź . $x = 15$ Jest 15 liczb parzystych, ich suma jest liczbą parzystą. Jest 30 liczb nieparzystych, ich suma jest liczbą parzystą. Suma wszystkich liczb jest liczbą parzystą, a zatem nie może wynosić 147.	1p. 1p.

II sposób

Uczeń: 1. Analizuje treść zadania i zauważa, że suma wyników nieparzystych jest liczbą parzystą: Liczba wyników nieparzystych jest parzysta (bo liczb parzystych jest **dwa razy** mniej), zatem suma tych wyników jest liczbą parzystą. 2. Uzasadnia odpowiedź . Suma dowolnej liczby wyników parzystych jest liczbą parzystą, więc suma wszystkich liczb jest liczbą parzystą, a zatem nie może wynosić 147.	1p. 1p.

Zadanie 7. (0-2 pkt)

Złoty puchar jest o 40% wyższy od srebrnego pucharu. Jeśli srebrny puchar ustawimy na 15-centymetrowym podwyższeniu, to wraz z podwyższeniem będzie wyższy od złotego pucharu o 25%. Oblicz różnicę wysokości tych pucharów (bez podwyższenia).

Uczeń: 1. Zapisuje zależność między wysokościami pucharów w postaci równania np.: x – wysokość srebrnego pucharu $1{,}4x$ – wysokość złotego pucharu $x + 15 = 1{,}4x + 0{,}25 \cdot 1{,}4x$ 2. Rozwiązuje równanie i oblicza różnicę wysokości tych pucharów oraz podaje odpowiedź. $x + 15 = 1{,}4x \cdot 1{,}25$ $x + 15 = 1{,}75x$ $0{,}75x = 15$ $x = 20$ [cm] – wysokość srebrnego pucharu $1{,}4x = 28$ [cm] – wysokość złotego pucharu Odpowiedź: Różnica wysokości tych pucharów wynosi 8 cm.	1p. 1p.

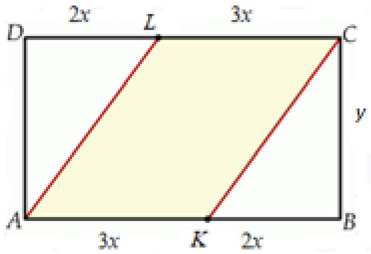
Zadanie 8. (0-3 pkt)

W prostokącie *ABCD* na boku *AB* zaznaczono punkt *K* tak, że $\frac{|AK|}{|KB|} = \frac{3}{2}$, natomiast na boku *CD* punkt *L* tak, że odcinek *AL* jest równoległy do odcinka *CK*. Oblicz, jaką część pola prostokąta *ABCD* stanowi pole czworokąta *AKCL*.

I sposób

<table>
<tr><td>
Uczeń:

1. Przeprowadza analizę zadania i przedstawia ją np. za pomocą rysunku.



</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>
2. Zapisuje za pomocą wyrażeń pola czworokątów ABCD i AKCL.

$P_{ABCD} = 5x \cdot y = 5xy$

$P_{AKCL} = 3x \cdot y = 3xy$
</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>
3. Oblicza, jaką część pola prostokąta ABCD stanowi pole czworokąta AKCL.

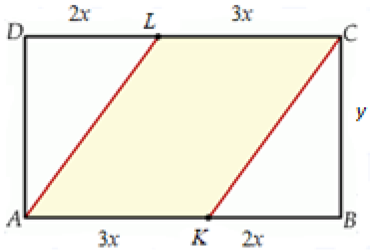
$\frac{P_{AKCL}}{P_{ABCD}} = 3xy : 5xy = \frac{3}{5} = 0{,}6$
</td><td>1p.</td></tr>
</table>

II sposób

Uczeń:

1. Przeprowadza analizę zadania i przedstawia ją np. za pomocą rysunku. 1p.

2. Zauważa, że stosunek pól prostokąta $ABCD$ i czworokąta $AKCL$ jest równy stosunkowi ich podstaw. 1p.



Prostokąt $ABCD$ i równoległobok $AKCL$ mają wspólną wysokość BC, a zatem stosunek ich pól jest równy stosunkowi długości podstaw $\frac{AK}{AB}$.

3. Oblicza, jaką część pola prostokąta $ABCD$ stanowi pole czworokąta $AKCL$. 1p.

Ponieważ $\frac{AK}{KB} = \frac{3}{2}$, to $\frac{AK}{AB} = \frac{3}{5} = \frac{P_{AKCL}}{P_{ABCD}}$

Zadanie 9. (0-3 pkt)

Uzasadnij, że jest dokładnie dziesięć dat w roku 2024, które mają tę własność, że numer dnia i numer miesiąca są liczbami nieparzystymi, a ich suma jest liczbą podzielną przez 9. Zapisz te daty.

Uczeń:

1. Analizuje treść zadania i ustala, jakimi liczbami może być suma numeru dnia i miesiąca. 1p.

Sumami numeru dnia i miesiąca mogą być tylko liczby podzielne przez 9 nie większe niż 42 i parzyste, a zatem 18 i 36.

2. Wyznacza te sumy, które spełniają warunki zadania dla przynajmniej czterech miesięcy, np.: 1p.

17 + 1, 15 + 3, 31 + 5, 27 + 9, … , gdzie pierwszy składnik jest dniem miesiąca, a drugi numerem miesiąca.

3. Zapisuje daty roku 2024, o których jest mowa w treści zadania. 1p.

17 stycznia, 15 marca, 13 maja, 31 maja, 11 lipca, 29 lipca, 9 września, 27 września, 7 listopada, 25 listopada.

Uwaga. Jeśli uczeń wypisze 10 poprawnych dat bez uzasadnienia, to otrzymuje 2 p.

Zadanie 10. (0-3 pkt)

Dwaj bracia, starszy Bartek i młodszy Kuba, trenują bieg na 200 m. W pierwszej próbie wyścigu wygrał Bartek, wyprzedzając Kubę o 40 m (w momencie, gdy Bartek przekraczał metę). W drugiej próbie, aby wyrównać szanse, Bartek rozpoczyna bieg 40 m przed linią startu. Każdy z nich biegnie z taką samą prędkością, jak w pierwszej próbie. Który z braci wygra ten bieg? Odpowiedź uzasadnij.

I sposób

Uczeń:	
1. Zapisuje w postaci wyrażeń prędkości obu braci. $V_B = \frac{200}{t}, \qquad V_K = \frac{160}{t}$	1p.
2. Zapisuje w postaci wyrażeń czas obu braci w drugiej próbie biegu. $t_B = \frac{240 \cdot t}{200} = \frac{24}{20} \cdot t, \qquad t_K = \frac{200 \cdot t}{160} = \frac{25}{20} \cdot t$	1p.
3. Porównuje czasy obu braci w drugiej próbie biegu i podaje odpowiedź. $t_B < t_K$ Odpowiedź: Wygra Bartek.	1p.

II sposób

Uczeń:	
1. Analizuje treść zadania i oblicza drogę, jaką każdy z braci przebył w tym samym czasie w pierwszej próbie. Bartek przebiega 200 metrów w tym samym czasie, co Kuba 160 metrów, zatem Bartek przebiega 50 m w tym czasie, co Kuba 40 m.	1p.
2. Oblicza, jaką drogę przebyłby Bartek w tym samym czasie, w którym Kuba przebiegnie 200 m. W tym czasie, w którym Kuba przebiegnie 200 m, Bartek przebiegnie 250 m.	1p.
3. Uzasadnia, który z braci wygra bieg. 250 m to więcej niż 240 m, jakie ma do przebiegnięcia Bartek, zatem to on wygra.	1p.

III sposób

Uczeń:	
1. Analizuje treść zadania i oblicza drogę, jaką każdy z braci przebył w tym samym czasie w pierwszej próbie.	1p.
Bartek przebiega 200 metrów w tym samym czasie, co Kuba 160 metrów.	
2. Zauważa, że wystarczy stwierdzić, który z braci w drugiej próbie szybciej przebiegnie nadwyżkę ponad powyższe wartości.	1p.
Ta nadwyżka jest jednakowa dla obu braci i wynosi 40 m.	
3. Uzasadnia, który z braci wygra bieg.	
Bartek jest szybszy, zatem to on wygra drugą próbę.	1p.