Mazowiecki Kurator Oświaty
Al. Jerozolimskie 32, 00-024 Warszawa

MSCDN
MAZOWIECKIE SAMORZĄDOWE
CENTRUM DOSKONALENIA NAUCZYCIELI

# KONKURS MATEMATYCZNY

## dla uczniów klas IV-VIII szkół podstawowych województwa mazowieckiego

## w roku szkolnym 2019/2020

# <u>Model odpowiedzi i schematy punktowania</u>

Za **każde poprawne i pełne** rozwiązanie, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań zadań, przyznajemy **maksymalną** liczbę punktów.

## ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

| **Nr zadania** | **1.** | **2.** | **3.** |
|---|---|---|---|
| **Maks. liczba punktów** | **1 pkt** | **1 pkt** | **1 pkt** |
| **Prawidłowa odpowiedź** | **C** | **F, P** | **B, D** |

## ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

**Zadanie 4.** (2 pkt)

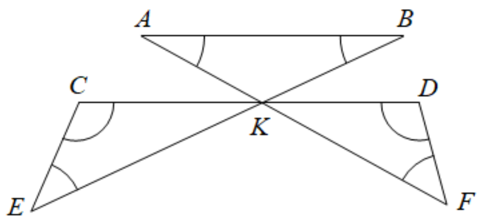
Takim samym literom odpowiadają takie same cyfry, a różnym literom – różne cyfry. Rozszyfruj mnożenie. Napisz, jakiej cyfrze odpowiada litera R.

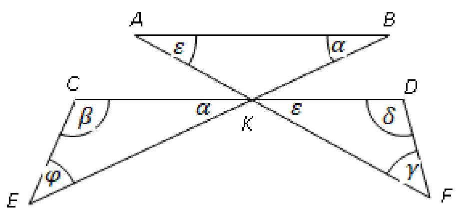
$$\begin{array}{r} R\,A\,C\,H\,U\,N\,E\,K \\ \cdot \qquad\qquad\qquad 9 \\ \hline K\,K\,K\,K\,K\,K\,K\,K\,K \end{array}$$

| | |
|---|---|
| Uczeń: | |
| 1. Uzasadnia, że K musi być równe 5:<br>Jedyną jednocyfrową liczbą, która pomnożona przez 9 daje w wyniku ostatnią cyfrę równą sobie, jest 5. | 1p. |
| 2. Wykonuje dzielenie: 555555555 : 9 = 61 728 395 i podaje odpowiedź.<br>Odpowiedź: Cyfrze 6 odpowiada litera R. | 1p. |
| ***Uwaga.*** *Jeśli uczeń rozwiąże zadanie innym sposobem, to 1 punkt otrzymuje za poprawne uzasadnienie, że* K *musi być równe 5. Tym uzasadnieniem może być* np. *kolejne mnożenie 9 przez 1, 2, 3… .* | |

**Zadanie 5.** (2 pkt)

Na rysunku odcinki *AF*, *BE* i *CD* przecinają się w punkcie *K*, a odcinki *AB* i *CD* są równoległe. Oblicz sumę miar kątów zaznaczonych łukami. Odpowiedź uzasadnij.




| | |
|---|---|
| Uczeń: | |
| 1. Wprowadza oznaczenia na rysunku, np.:<br><br>oraz zapisuje równości: $\beta + \varphi = 180° - \alpha,\ \gamma + \delta = 180° - \varepsilon$ | 1p. |
| 2. Uzasadnia, że suma miar kątów zaznaczonych łukami jest równa $360°$: Np.<br>$(180° - \alpha) + (180° - \varepsilon) + (\varepsilon + \alpha) = 180° + 180° = 360°$<br>$(\beta + \varphi) + (\gamma + \delta) + (\varepsilon + \alpha)$<br>Odpowiedź: Suma miar kątów zaznaczonych łukami jest równa 360º. | 1p. |

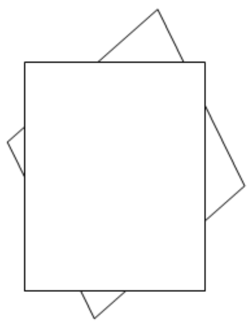
**Zadanie 6.** (3 pkt)

Czy istnieje trójkąt, którego wysokości są równe: 2, 4, 6? Odpowiedź uzasadnij.

| | |
|---|---|
| Uczeń:<br>1. Zapisuje równość określającą pole trójkąta, zakładając, że taki trójkąt istnieje oraz $a$, $b$, $c$, są długościami boków tego trójkąta: $\frac{a \cdot 2}{2} = \frac{b \cdot 4}{2} = \frac{c \cdot 6}{2}$ stąd<br>$a = 2b = 3c$ i $b = 1{,}5c$ | 1p. |
| 2. Zapisuje nierówności, które wynikają z warunku istnienia trójkąta:<br>$a + b > c, \quad a + c > b, \quad b + c > a$ | 1p. |
| 3. Sprawdza, czy zachodzą te nierówności: Np.<br>$3c + 1{,}5c > c$ - prawda<br>$3c + c > 1{,}5c$ - prawda<br>$1{,}5c + c > 3c$ - fałsz<br>i podaje odpowiedź.<br>Odpowiedź: Ponieważ jeden z warunków istnienia trójkąta nie został spełniony, więc taki trójkąt nie istnieje. | 1p. |

**Zadanie 7.** (3 pkt)

Prostokąt o wymiarach 22 cm × 16 cm naklejono na romb, jak na rysunku. Prostokąt przykrył $\frac{4}{5}$ powierzchni rombu. Po odwróceniu sklejonych figur okazało się, że romb przykrył $\frac{3}{4}$ powierzchni prostokąta. Oblicz pole tego rombu.



| | |
|---|---|
| Uczeń:<br>1. Oblicza pole wspólnej części obu figur, korzystając z informacji, że to pole stanowi $\frac{3}{4}$ pola prostokąta: $\frac{3}{4} \cdot (22 \cdot 16) = 3 \cdot 88 = 264$ (cm$^2$) | 1p. |

| | |
|---|---|
| 2. Układa równanie, korzystając z informacji, że wspólna część obu figur wynosi $\frac{4}{5}$ szukanego pola $P$ rombu: $\frac{4}{5} \cdot P = 264$ (cm$^2$) | 1p. |
| 3. Oblicza pole rombu i podaje odpowiedź z uwzględnieniem jednostki miary.<br>$P = 264 : \frac{4}{5} = 264 \cdot \frac{5}{4} = 66 \cdot 5 = 330$ (cm$^2$)<br>Odpowiedź: Pole rombu jest równe 330 cm$^2$. | 1p. |

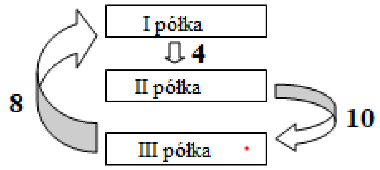
**Zadanie 8.** (3 pkt)

Na trzech półkach stało 60 książek. Asia, robiąc porządki, przełożyła 10 książek z drugiej półki na trzecią, z trzeciej półki 8 książek na pierwszą, a następnie z pierwszej półki 4 książki na drugą półkę. Wówczas okazało się, że na każdej półce jest po tyle samo książek. Ile książek stało na każdej półce sprzed porządków Asi? Odpowiedź uzasadnij.

*I sposób*

| | |
|---|---|
| Uczeń: | |
| 1. Układa i rozwiązuje równanie opisujące liczbę książek stojących na półce I:<br>$x + 8 – 4 = 20$, $x = 16$ | 1p. |
| 2. Układa i rozwiązuje równanie opisujące liczbę książek stojących na półce II:<br>$y – 10 + 4 = 20$, $y = 26$ | 1p. |
| 3. Układa i rozwiązuje równanie opisujące liczbę książek stojących na półce III:<br>z + 10 – 8 = 20, z = 18 i podaje odpowiedź:<br>Odpowiedź: Na pierwszej półce było 16 książek, na drugiej 26 książek, a na trzeciej 18 książek. | 1p. |

*II sposób*

| | |
|---|---|
| Uczeń: | |
| 1. Wykonuje rysunek np. taki jak obok<br>oraz zapisuje stan książek stojących na półce I:<br>16 ⟵ 24 ⟵ 20<br><br> | 1p. |
| 2. Zapisuje stan książek stojących na półce II:<br>26 ⟵ 16 ⟵ 20 | 1p. |
| 3. Zapisuje stan książek stojących na półce III:<br>18 ⟵ 10 ⟵ 20 i podaje odpowiedź. | 1p. |

| | |
|---|---|
| Odpowiedź: Na pierwszej półce było 16 książek, na drugiej 26 książek, a na trzeciej 18 książek. | |

**Zadanie 9.** (4 pkt)

Znajdź wszystkie liczby całkowite $a$, dla których wartość wyrażenia $\frac{2a+3}{a-2}$ jest liczbą całkowitą dodatnią.

| | |
|---|---|
| Uczeń:<br>1. Przekształca dane wyrażenie do postaci:<br>$\frac{2a+3}{a-2} = \frac{2(a-2)+7}{a-2} = 2 + \frac{7}{a-2}$ | 1p. |
| 2. Zapisuje liczby, które mogą być w mianowniku otrzymanego wyrażenia, aby wyrażenie było liczbą całkowitą: $1, -1, 7, -7$. | 1p. |
| 3. Zapisuje i rozwiązuje równania: $a - 2 = 1$ lub $a - 2 = -1$, lub $a - 2 = 7$, lub $a - 2 = -7$. Zatem $a = 3$ lub $a = 1$, lub $a = 9$, lub $a = -5$. | 1p. |
| 4. Eliminuje rozwiązanie, które nie spełnia warunków zadania<br>( $2 + \frac{7}{a-2}$ ma być liczbą całkowitą **dodatnią**), zatem $a \neq 1$.<br>W odpowiedzi podaje wszystkie wartości $a$.<br>Odpowiedź: $a = 3$ lub $a = 9$, lub $a = -5$.<br>***Uwaga.*** *Jeśli uczeń rozwiąże zadanie inną metodą, to stosujemy następującą punktację:*<br>*Za znalezienie każdego z trzech rozwiązań uczeń otrzymuje 1 punkt*<br>$a = 3$ - *1 pkt*<br>$a = 9$ - *1 pkt*<br>$a = -5$ - *1 pkt*<br>***Dodatkowo, za poprawne uzasadnienie, że są to wszystkie rozwiązania, uczeń otrzymuje 1 pkt.*** | 1p. |