



**MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA
KONKURS MATEMATYCZNY DLA KLAS IV-VIII
UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAZOWIECKIEGO
ETAP SZKOLNY 2020/2021**

Ważne terminy!

Zgodnie z harmonogramem termin ogłoszenia wyników w szkole mija **23 października 2020 r.**

Najpóźniej do 2 listopada 2020 r. należy bezwzględnie wprowadzić wyniki **wszystkich uczniów** na Platformę Konkursów Przedmiotowych. Zgłoszenie uczestników po wyznaczonym terminie nie będzie przyjęte i **skutkuje ich dyskwalifikacją.**

9 listopada 2020 r. należy zapoznać się z listą uczniów zakwalifikowanych do etapu rejonowego oraz przekazać informację o ewentualnym zakwalifikowaniu się do kolejnego etapu konkursu uczniom i ich rodzicom/opiekunom prawnym.

Uczeń maksymalnie może zdobyć 20 punktów.

Za poprawne rozwiązanie zadania zamkniętego uczeń może zdobyć maksymalnie 1 punkt, a za zadanie otwarte dwa 2 lub 3 punkty. Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań, należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA ZADAŃ

Nr zadania	1.	2.	3.
Maks. liczba punktów	0-1 pkt	0-1 pkt	0-1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	C.	B., D.	F, P

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 4. (0-2 pkt)

W równości $\mathbf{W \cdot O \cdot D \cdot A = \frac{D \cdot E \cdot S \cdot Z \cdot C \cdot Z}{U \cdot L \cdot E \cdot W \cdot A}}$ różnym literom odpowiadają różne cyfry, a jednakowym literom jednakowe cyfry. Jaką najmniejszą wartość może przyjmować iloczyn $\mathbf{Z \cdot A \cdot L \cdot E \cdot W}$? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń:	
1. Zauważa, że w danej równości jest 10 różnych liter A, C, D, E, L, O, S, U, W, Z , więc jedna z nich musi odpowiadać zeru i nie może występować w mianowniku.	1p.
2. Uzasadnia, że najmniejsza wartość iloczynu $\mathbf{Z \cdot A \cdot L \cdot E \cdot W}$ wynosi 120.	
Zero jest w liczniku. Musi też być po obu stronach, żeby zachodziła równość. Litera która jest po obu stronach, to D, więc $\mathbf{D = 0}$, zatem najmniejsza wartość iloczynu $\mathbf{Z \cdot A \cdot L \cdot E \cdot W}$ jest równa $\mathbf{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120}$, bo żadna z występujących tu liter nie odpowiada zeru, a najmniejszymi liczbami naturalnymi jednocyfrowymi odpowiadającymi pięciu różnym literom są: 1, 2, 3, 4, 5.	1p.

Zadanie 5. (0-2 pkt)

W sklepie warzywniczym obniżano w kolejnych trzech dniach cenę niesprzedanych śliwek o 10%, 40% i o 50%. Czy cena w trzecim dniu była wyższa od 25% ceny początkowej? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń:	
1. Oznacza przez x – początkową cenę śliwek i zapisuje za pomocą wyrażenia ceny śliwek w kolejnych dniach.	1p.
$0,9x$ – cena śliwek w pierwszym dniu obniżki	
$0,9x - 0,4 \cdot 0,9x = 0,9x - 0,36x = 0,54x$ - cena śliwek w drugim dniu obniżki	
$0,5 \cdot 0,54x = 0,27x$ – cena śliwek w trzecim dniu obniżki	
2. Podaje odpowiedź i uzasadnia ją.	1p.
Odpowiedź. W ostatnim dniu sprzedaży cena śliwek stanowiła 27% ceny początkowej, a więc była wyższa niż 25% ceny początkowej.	

Zadanie 6. (0-2 pkt)

Oblicz wartość wyrażenia.

$$-\left(2018\frac{17}{39} \cdot 2021\frac{17}{39} - 2019\frac{17}{39} \cdot 2020\frac{17}{39}\right)$$

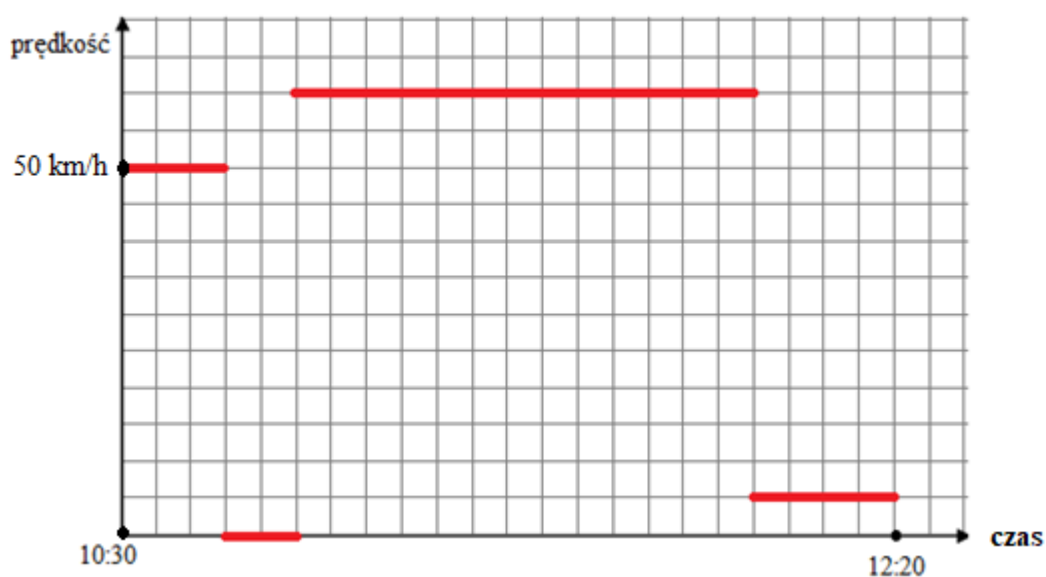
Uczeń:	
1. Przyjmuje oznaczenie $a = 2018\frac{17}{39}$ i zapisuje dane wyrażenie w innej postaci.	1p.
Jeśli $a = 2018\frac{17}{39}$, to $2021\frac{17}{39} = a + 3$, $2019\frac{17}{39} = a + 1$, $2020\frac{17}{39} = a + 2$, zatem otrzymujemy wyrażenie	
$-[a(a + 3) - (a + 1)(a + 2)]$	
	1p.

2. Oblicza wartość otrzymanego wyrażenia.

$$-[a(a+3) - (a+1)(a+2)] = -(a^2 + 3a - a^2 - 2a - a - 2) = -(-2) = 2$$

Zadanie 7. (0-2 pkt)

Ada postanowiła pojechać autobusem w odwiedzinach do babci. Na przystanek autobusowy mama podwiozła ją samochodem, a z końcowego przystanku doszła pieszo do domu babci. Skorzystaj z wykresu i oblicz długość trasy pokonanej przez Adę z dokładnością do kilometra.



I sposób

Uczeń:

1. Interpretuje dane na wykresie.

Jednostką na osi czasu jest 5 minut, a na osi prędkości 5 km/h. Droga do przystanku autobusowego trwała 15 minut i przebyto ją z prędkością 50 km/h. Przez 10 minut Ada czekała na autobus. O 10:55 wsiadła do autobusu. Autobusem jechała przez 65 minut z prędkością 60 km/h. Ostatni etap podróży przebyła pieszo z prędkością 5 km/h.

2. Oblicza długości trasy i podaje odpowiedź.

I. Droga do przystanku S_1 :

15 minut to 0,25 godziny

$$S_1 = 0,25 \cdot 50 = 12,5 \text{ [km]}$$

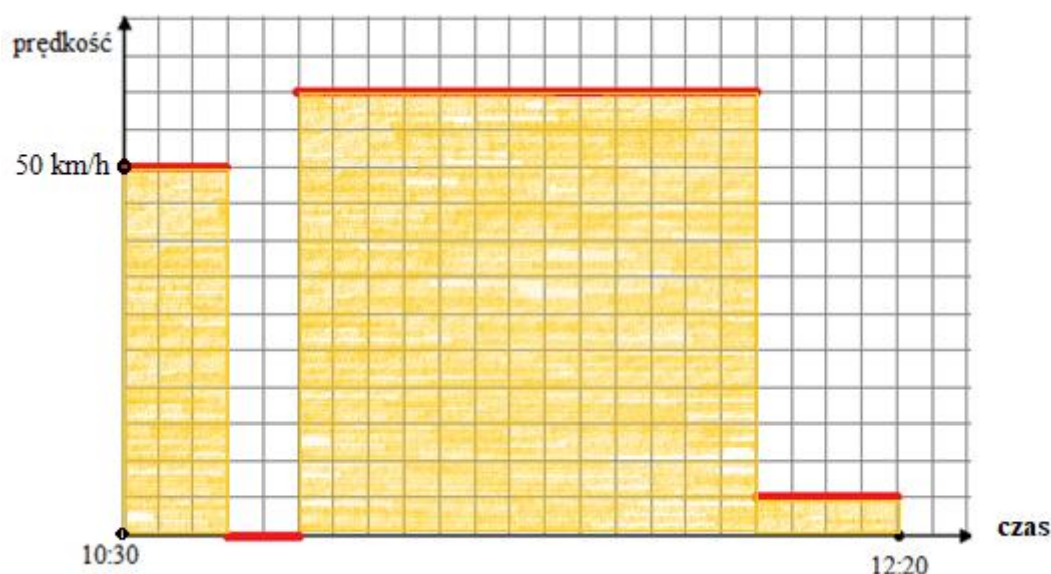
1p.

1p.

<p>II. Droga autobusem S_2:</p> <p>65 minut to $\frac{13}{12}$ godziny</p> $S_2 = \frac{13}{12} \cdot 60 = 65 \text{ [km]}$ <p>III. Droga do domu babci S_3:</p> <p>20 minut to $\frac{1}{3}$ godziny</p> $S_3 = \frac{1}{3} \cdot 5 = 1,(6) \text{ [km]}$ <p>IV. Długość całej trasy S_4.</p> $S_4 = 12,5 + 65 + 1,(6) \approx 79 \text{ [km]}$ <p>Odpowiedź: Ada pokonała około 79 km.</p>	
---	--

II sposób

<p>Uczeń:</p> <p>1. Interpretuje dane na wykresie.</p> <p>Jednostką na osi czasu jest 5 minut, a na osi prędkości 5 km/h. Droga do przystanku autobusowego trwała 15 minut i przebyto ją z prędkością 50 km/h. Przez 10 minut Ada czekała na autobus. O 10:55 wsiadła do autobusu. Autobusem jechała przez 65 minut z prędkością 60 km/h. Ostatni etap podróży przebyła pieszo z prędkością 5 km/h.</p> <p>2. Oblicza długości trasy i podaje odpowiedź.</p> <p>Z danych wynika, że pole jednej kratki to $\frac{1}{12} \text{ h} \cdot 5 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{5}{12} \text{ km}$, bo droga to iloczyn czasu i prędkości.</p> <p>Długość drogi jest równa sumie pól prostokątów zaznaczonych na wykresie.</p>	<p>1p.</p> <p>1p.</p>
--	-----------------------



W zaznaczonych prostokątach mieści się $30 + 12 \cdot 13 + 4 = 190$ kratek.

Zatem droga wynosi $190 \cdot \frac{5}{12} \approx 79$ [km]

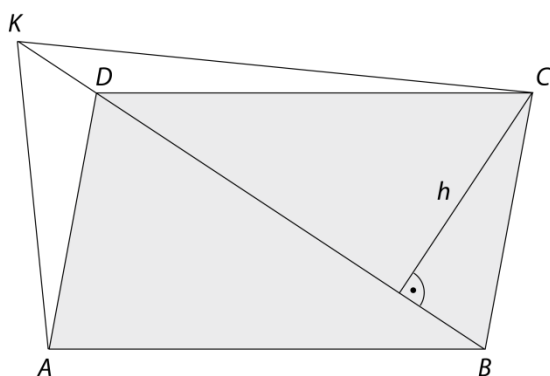
Odpowiedź: Ada pokonała około 79 km.

Zadanie 8. (0-3 pkt)

Dany jest równoległobok $ABCD$. Na półprostej BD zaznaczono punkt K , którego odległość od punktu B jest o 20% większa niż odległość punktu D od punktu B . Ile razy pole trójkąta KDC jest mniejsze od pola równoległoboku $ABCD$? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń:

- Wykonuje rysunek do treści zadania i zaznacza wysokość trójkąta BCD z wierzchołka C oraz zauważa, że jest to również wysokość trójkąta KDC .



Trójkąty BCD i KDC mają tę samą wysokość równą h .

1p.

2. Uzasadnia zależność między polem trójkąta KDC a polem trójkąta BCD .	
$P_{KDC} = \frac{1}{2} \cdot KD \cdot h$, ale $ KD = 0,2 \cdot BD $, więc $P_{KDC} = 0,2 \cdot \frac{1}{2} \cdot BD \cdot h$, zatem	1p
$P_{KDC} = 0,2P_{BCD}$	
3. Uzasadnia odpowiedź i podaje ją.	1p.
Ponieważ pole trójkąta BCD jest połową pola równoległoboku $ABCD$, więc	
$P_{KDC} = 0,2 \cdot 0,5P_{ABCD} = 0,1P_{ABCD}$	
Odp. Pole trójkąta KDC jest 10 razy mniejsze od pola równoległoboku $ABCD$.	

Zadanie 9. (0-3 pkt)

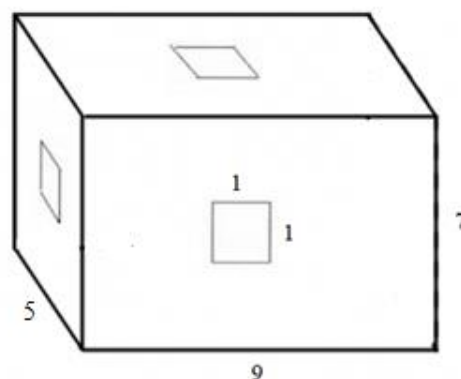
W szkolnym plebiscycie „Osobowość roku szkolnego 2019/2020” nominowanymi byli: Adam, Bartek, Celina, Darek i Ewelina. Wszystkich głosujących było pięć razy więcej niż głosujących na dziewczęta. Na Adama i Bartka zagłosowały w sumie 84 osoby, na Bartka i Celinę – 78 osób, na Celinę i Darka – 150 osób, a na Darka i Ewelinę – 144 osoby. Kto wygrał w tym plebiscycie i ile procent głosów zdobył? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń:	
1. Wykonuje analizę zadania.	1p.
x – liczba oddanych głosów na Adama	
$84 - x$ – liczba oddanych głosów na Bartka	
$78 - (84 - x) = x - 6$ – liczba oddanych głosów na Celinę	
$150 - (x - 6) = 156 - x$ – liczba oddanych głosów na Darka	
$144 - (156 - x) = x - 12$ – liczba oddanych głosów na Ewelinę	
2. Układa równanie i rozwiązuje je.	1p.
$x + 84 - x + x - 6 + 156 - x + x - 12 = 5 \cdot (2x - 18)$	
$x + 84 - x + x - 6 + 156 - x + x - 12 = 10x - 90$	
$x - x + x - x + x - 10x = -90 - 84 + 18 - 156$	
$-9x = -312$	
$x = 34,6$	

3. Podaje odpowiedź i uzasadnienie.	
Na przykład: Zadanie nie ma rozwiązania. Taka sytuacja jest niemożliwa, bo rozwiązaniem równania nie jest liczba całkowita dodatnia.	1p.

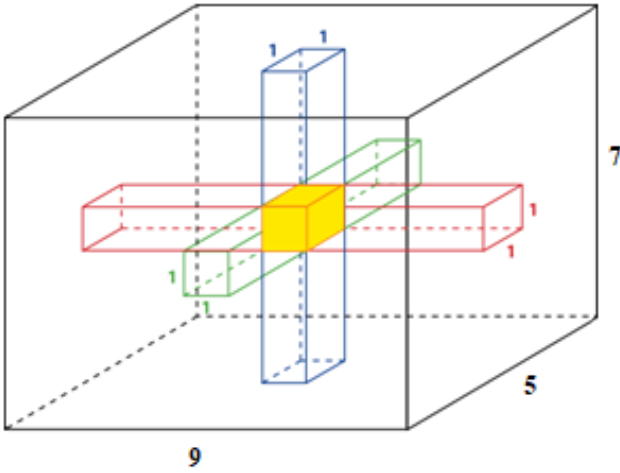
Zadanie 10. (0-3 pkt)

W drewnianym klocku Robert wydrążył na wylot trzy centralnie położone i wzajemnie prostopadłe tunele o jednakowym przekroju, jak na rysunku. Oblicz pole powierzchni całkowitej otrzymanego klocka.



I sposób

Uczeń:	
1. Oblicza pole P powierzchni klocka przed wydrążeniem tuneli np.	1p.
$P = 2 \cdot 45 + 28 \cdot 7 = 286$ (gdzie 45 – pole podstawy, 28 – obwód podstawy)	1p.
2. Oblicza pole P_1 powierzchni wewnętrznej wydrążonego klocka.	
Częścią wspólną tych trzech tuneli jest sześcian o krawędzi 1, którego ściany nie należą do powierzchni wewnętrznej wydrążonego klocka. Zatem pole wewnętrznej powierzchni klocka składa się pola dwóch tuneli o długości 4, dwóch tuneli o długości 3 i dwóch tuneli o długości 2 (patrz rysunek).	
$P_1 = 2 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 2 = 32 + 24 + 16 = 72$	

 <p>3. Oblicza pole P_2 powierzchni całkowitej klocka po wydrążeniu tuneli i podaje odpowiedź.</p> $P_2 = 286 - 6 + 72 = 352$ <p>Odpowiedź. Pole powierzchni całkowitej otrzymanego klocka wynosi 352.</p>	<p>1p.</p>
--	------------

II sposób

<p>Uczeń:</p> <p>1. Oblicza pole P powierzchni klocka przed wydrążeniem tuneli np.</p> $P = 2 \cdot (45 + 35 + 63) = 286$ <p>2. Oblicza pole P_1 powierzchni wewnętrznej wydrążonego klocka (patrz rysunek w sposobie I).</p> <p>Częścią wspólną tych trzech tuneli jest sześcián o krawędzi 1, którego ściany nie należą do powierzchni wewnętrznej wydrążonego klocka.</p> <p>Tunel o długości 5 ma pole powierzchni równe 20 i zawiera 4 ściany sześciánu, który jest częścią wspólną tych trzech tuneli, podobnie tunel o długości 7 ma pole powierzchni równe 28 i zawiera 4 ściany tego sześciánu, a także tunel o długości 9 ma pole powierzchni równe 36 i zawiera 4 ściany wspólnego sześciánu. Zatem</p> $P_1 = 20 + 28 + 36 - 3 \cdot 4 = 84 - 12 = 72$ <p>3. Oblicza pole P_2 powierzchni całkowitej klocka po wydrążeniu tuneli i podaje odpowiedź.</p> $P_2 = 286 - 6 + 72 = 352$ <p>Odpowiedź. Pole powierzchni całkowitej otrzymanego klocka wynosi 352.</p>	<p>1p.</p> <p>1p.</p> <p>1p.</p>
---	----------------------------------