MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA
KONKURS MATEMATYCZNY DLA KLAS IV-VIII
UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAZOWIECKIEGO

ETAP SZKOLNY 2020/2021

Ważne terminy!

Zgodnie z harmonogramem termin ogłoszenia wyników w szkole mija **23 października 2020 r.**

Najpóźniej do 2 listopada 2020 r. należy bezwzględnie wprowadzić wyniki **wszystkich uczniów** na Platformę Konkursów Przedmiotowych. Zgłoszenie uczestników po wyznaczonym terminie nie będzie przyjęte i **skutkuje ich dyskwalifikacją**.

9 listopada 2020 r. należy zapoznać się z listą uczniów zakwalifikowanych do etapu rejonowego oraz przekazać informację o ewentualnym zakwalifikowaniu się do kolejnego etapu konkursu uczniom i ich rodzicom/opiekunom prawnym.

Uczeń maksymalnie może zdobyć 20 punktów.

Za poprawne rozwiązanie zadania zamkniętego uczeń może zdobyć maksymalnie 1 punkt, a za zadanie otwarte dwa 2 lub 3 punkty. Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań, należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA ZADAŃ

Nr zadania	**1.**	**2.**	**3.**
Maks. liczba punktów	**0-1 pkt**	**0-1 pkt**	**0-1 pkt**
Prawidłowa odpowiedź	**C.**	**B., D.**	**F, P**

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 4. (0-2 pkt)

W równości $\mathbf{W \cdot O \cdot D \cdot A} = \frac{\mathbf{D \cdot E \cdot S \cdot Z \cdot C \cdot Z}}{\mathbf{U \cdot L \cdot E \cdot W \cdot A}}$ różnym literom odpowiadają różne cyfry, a jednakowym literom jednakowe cyfry. Jaką najmniejszą wartość może przyjmować iloczyn $\mathbf{Z \cdot A \cdot L \cdot E \cdot W}$? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń: 1. Zauważa, że w danej równości jest 10 różnych liter **A, C, D, E, L, O, S, U, W, Z**, więc jedna z nich musi odpowiadać zeru i nie może występować w mianowniku. 2. Uzasadnia, że najmniejsza wartość iloczynu $\mathbf{Z \cdot A \cdot L \cdot E \cdot W}$ wynosi 120. Zero jest w liczniku. Musi też być po obu stronach, żeby zachodziła równość. Litera która jest po obu stronach, to D, więc D = 0, zatem najmniejsza wartość iloczynu $\mathbf{Z \cdot A \cdot L \cdot E \cdot W}$ jest równa $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$, bo żadna z występujących tu liter nie odpowiada zeru, a najmniejszymi liczbami naturalnymi jednocyfrowymi odpowiadającymi pięciu różnym literom są: 1, 2, 3, 4, 5.	1p. 1p.

Zadanie 5. (0-2 pkt)

W sklepie warzywniczym obniżano w kolejnych trzech dniach cenę niesprzedanych śliwek o 10%, 40% i o 50%. Czy cena w trzecim dniu była wyższa od 25% ceny początkowej? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń: 1. Oznacza przez x – początkową cenę śliwek i zapisuje za pomocą wyrażenia ceny śliwek w kolejnych dniach. $0,9x$ – cena śliwek w pierwszym dniu obniżki $0,9x - 0,4 \cdot 0,9x = 0,9x - 0,36x = 0,54x$ - cena śliwek w drugim dniu obniżki $0,5 \cdot 0,54x = 0,27x$ – cena śliwek w trzecim dniu obniżki	1p.
2. Podaje odpowiedź i uzasadnia ją. Odpowiedź. W ostatnim dniu sprzedaży cena śliwek stanowiła 27% ceny początkowej, a więc była wyższa niż 25% ceny początkowej.	1p.

Zadanie 6. (0-2 pkt)

Oblicz wartość wyrażenia.

$$-\left(2018\tfrac{17}{39} \cdot 2021\tfrac{17}{39} - 2019\tfrac{17}{39} \cdot 2020\tfrac{17}{39}\right)$$

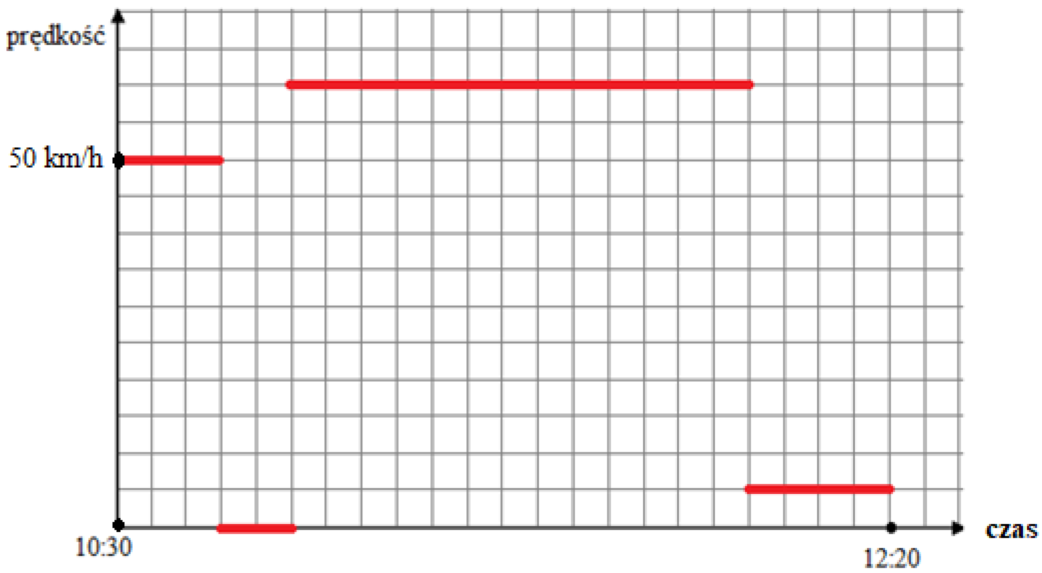
Uczeń: 1. Przyjmuje oznaczenie $a = 2018\frac{17}{39}$ i zapisuje dane wyrażenie w innej postaci. Jeśli $a = 2018\frac{17}{39}$, to $2021\frac{17}{39} = a + 3$, $2019\frac{17}{39} = a + 1$, $2020\frac{17}{39} = a + 2$, zatem otrzymujemy wyrażenie $$-[a(a+3) - (a+1)(a+2)]$$	1p.
	1p.

<table>
<tr><td>2. Oblicza wartość otrzymanego wyrażenia.

$-[a(a+3)-(a+1)(a+2)] = -(a^2+3a-a^2-2a-a-2) = -(-2) = 2$</td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 7. (0-2 pkt)

Ada postanowiła pojechać autobusem w odwiedziny do babci. Na przystanek autobusowy mama podwiozła ją samochodem, a z końcowego przystanku doszła pieszo do domu babci. Skorzystaj z wykresu i oblicz długość trasy pokonanej przez Adę z dokładnością do kilometra.



I sposób

<table>
<tr><td>Uczeń:

1. Interpretuje dane na wykresie.

Jednostką na osi czasu jest 5 minut, a na osi prędkości 5 km/h. Droga do przystanku autobusowego trwała 15 minut i przebyto ją z prędkością 50 km/h. Przez 10 minut Ada czekała na autobus. O 10:55 wsiadła do autobusu. Autobusem jechała przez 65 minut z prędkością 60 km/h. Ostatni etap podróży przebyła pieszo z prędkością 5 km/h.

2. Oblicza długości trasy i podaje odpowiedź.

I. Droga do przystanku S_1:

15 minut to 0,25 godziny

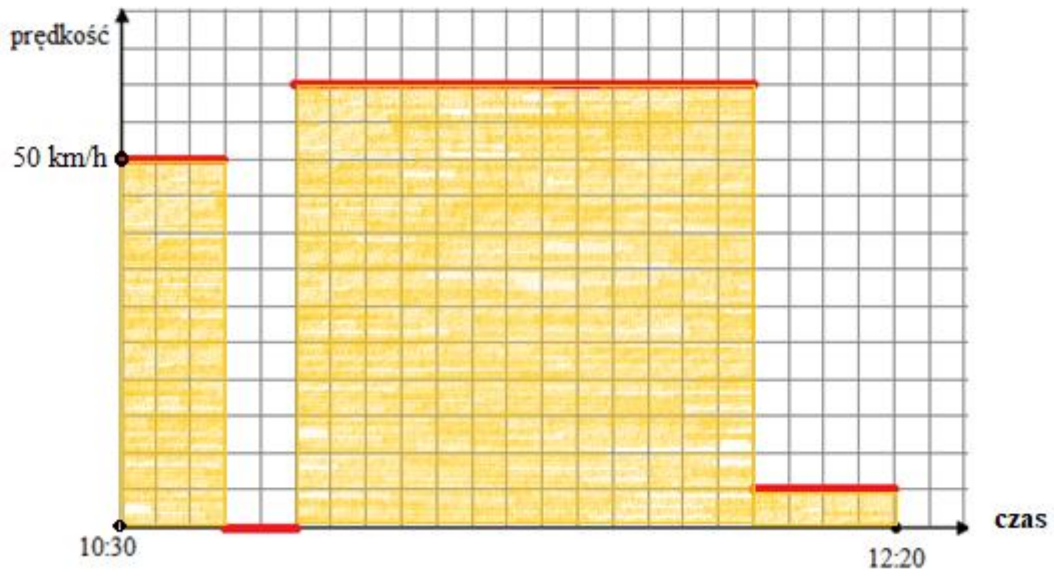
$S_1 = 0{,}25 \cdot 50 = 12{,}5$ [km]</td><td>1p.

1p.</td></tr>
</table>

II. Droga autobusem S_2: 65 minut to $\frac{13}{12}$ godziny $S_2 = \frac{13}{12} \cdot 60 = 65$ [km] III. Droga do domu babci S_3: 20 minut to $\frac{1}{3}$ godziny $S_3 = \frac{1}{3} \cdot 5 = 1,(6)$ [km] IV. Długość całej trasy S_4. $S_4 = 12,5 + 65 + 1,(6) \approx 79$ [km] Odpowiedź: Ada pokonała około 79 km.	

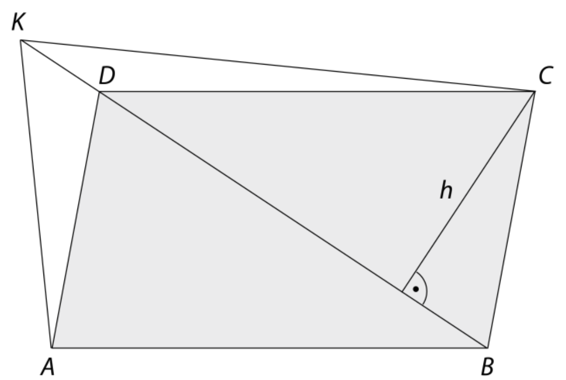
II sposób

Uczeń: 1. Interpretuje dane na wykresie. Jednostką na osi czasu jest 5 minut, a na osi prędkości 5 km/h. Droga do przystanku autobusowego trwała 15 minut i przebyto ją z prędkością 50 km/h. Przez 10 minut Ada czekała na autobus. O 10:55 wsiadła do autobusu. Autobusem jechała przez 65 minut z prędkością 60 km/h. Ostatni etap podróży przebyła pieszo z prędkością 5 km/h. 2. Oblicza długości trasy i podaje odpowiedź. Z danych wynika, że pole jednej kratki to $\frac{1}{12}\text{h} \cdot 5\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{5}{12}$ km, bo droga to iloczyn czasu i prędkości. Długość drogi jest równa sumie pól prostokątów zaznaczonych na wykresie.	1p. 1p.

 W zaznaczonych prostokątach mieści się $30 + 12 \cdot 13 + 4 = 190$ kratek. Zatem droga wynosi $190 \cdot \frac{5}{12} \approx 79$ [km] Odpowiedź: Ada pokonała około 79 km.	

Zadanie 8. (0-3 pkt)

Dany jest równoległobok *ABCD*. Na półprostej *BD* zaznaczono punkt *K*, którego odległość od punktu *B* jest o 20% większa niż odległość punktu *D* od punktu *B*. Ile razy pole trójkąta *KDC* jest mniejsze od pola równoległoboku *ABCD*? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń: 1. Wykonuje rysunek do treści zadania i zaznacza wysokość trójkąta *BCD* z wierzchołka *C* oraz zauważa, że jest to również wysokość trójkąta *KDC*.  Trójkąty *BCD* i *KDC* mają tę samą wysokość równą *h*.	1p.

2. Uzasadnia zależność między polem trójkąta *KDC* a polem trójkąta *BCD*. $P_{KDC} = \frac{1}{2} \cdot \lvert KD \rvert \cdot h$, ale $\lvert KD \rvert = 0{,}2 \cdot \lvert BD \rvert$, więc $P_{KDC} = 0{,}2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \lvert BD \rvert \cdot h$, zatem $P_{KDC} = 0{,}2 P_{BCD}$	1p
3. Uzasadnia odpowiedź i podaje ją. Ponieważ pole trójkąta *BCD* jest połową pola równoległoboku *ABCD*, więc $P_{KDC} = 0{,}2 \cdot 0{,}5 P_{ABCD} = 0{,}1 P_{ABCD}$ Odp. Pole trójkąta *KDC* jest 10 razy mniejsze od pola równoległoboku *ABCD*.	1p.

Zadanie 9. (0-3 pkt)

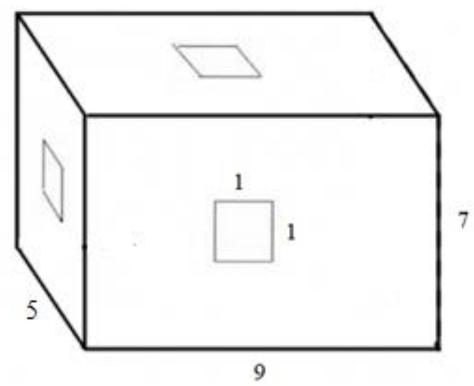
W szkolnym plebiscycie „Osobowość roku szkolnego 2019/2020" nominowanymi byli: Adam, Bartek, Celina, Darek i Ewelina. Wszystkich głosujących było pięć razy więcej niż głosujących na dziewczęta. Na Adama i Bartka zagłosowały w sumie 84 osoby, na Bartka i Celinę – 78 osób, na Celinę i Darka – 150 osób, a na Darka i Ewelinę – 144 osoby. Kto wygrał w tym plebiscycie i ile procent głosów zdobył? Odpowiedź uzasadnij.

Uczeń:	
1. Wykonuje analizę zadania. x – liczba oddanych głosów na Adama $84 - x$ – liczba oddanych głosów na Bartka $78 - (84 - x) = x - 6$ – liczba oddanych głosów na Celinę $150 - (x - 6) = 156 - x$ – liczba oddanych głosów na Darka $144 - (156 - x) = x - 12$ – liczba oddanych głosów na Ewelinę	1p.
2. Układa równanie i rozwiązuje je. $x + 84 - x + x - 6 + 156 - x + x - 12 = 5 \cdot (2x - 18)$ $x + 84 - x + x - 6 + 156 - x + x - 12 = 10x - 90$ $x - x + x - x + x - 10x = -90 - 84 + 18 - 156$ $-9x = -312$ $x = 34{,}(6)$	1p.

3. Podaje odpowiedź i uzasadnienie. Na przykład: Zadanie nie ma rozwiązania. Taka sytuacja jest niemożliwa, bo rozwiązaniem równania nie jest liczba całkowita dodatnia.	1p.

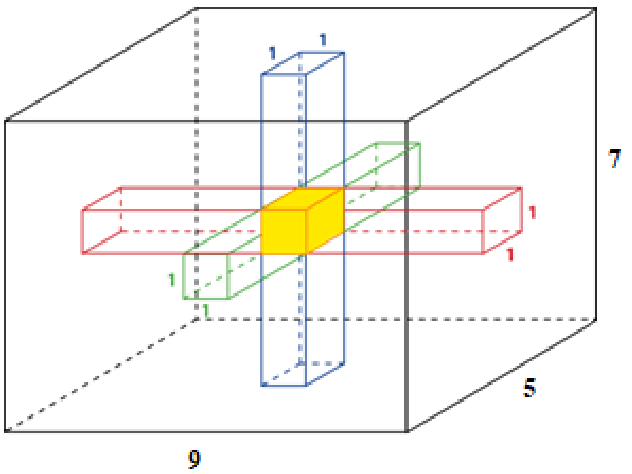
Zadanie 10. (0-3 pkt)

W drewnianym klocku Robert wydrążył na wylot trzy centralnie położone i wzajemnie prostopadłe tunele o jednakowym przekroju, jak na rysunku. Oblicz pole powierzchni całkowitej otrzymanego klocka.



I sposób

Uczeń: 1. Oblicza pole P powierzchni klocka przed wydrążeniem tuneli np. $P = 2 \cdot 45 + 28 \cdot 7 = 286$ (gdzie 45 – pole podstawy, 28 – obwód podstawy) 2. Oblicza pole P_1 powierzchni wewnętrznej wydrążonego klocka. Częścią wspólną tych trzech tuneli jest sześcian o krawędzi 1, którego ściany nie należą do powierzchni wewnętrznej wydrążonego klocka. Zatem pole wewnętrznej powierzchni klocka składa się pola dwóch tuneli o długości 4, dwóch tuneli o długości 3 i dwóch tuneli o długości 2 (patrz rysunek). $P_1 = 2 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 2 = 32 + 24 + 16 = 72$	1p. 1p.



3. Oblicza pole P_2 powierzchni całkowitej klocka po wydrążeniu tuneli i podaje odpowiedź.

$P_2 = 286 - 6 + 72 = 352$

Odpowiedź. Pole powierzchni całkowitej otrzymanego klocka wynosi 352.

1p.

II sposób

Uczeń:

1. Oblicza pole P powierzchni klocka przed wydrążeniem tuneli np.

$P = 2 \cdot (45 + 35 + 63) = 286$

1p.

2. Oblicza pole P_1 powierzchni wewnętrznej wydrążonego klocka (patrz rysunek w sposobie I).

1p.

Częścią wspólną tych trzech tuneli jest sześcian o krawędzi 1, którego ściany nie należą do powierzchni wewnętrznej wydrążonego klocka.

Tunel o długości 5 ma pole powierzchni równe 20 i zawiera 4 ściany sześcianu, który jest częścią wspólną tych trzech tuneli, podobnie tunel o długości 7 ma pole powierzchni równe 28 i zawiera 4 ściany tego sześcianu, a także tunel o długości 9 ma pole powierzchni równe 36 i zawiera 4 ściany wspólnego sześcianu. Zatem

$P_1 = 20 + 28 + 36 - 3 \cdot 4 = 84 - 12 = 72$

3. Oblicza pole P_2 powierzchni całkowitej klocka po wydrążeniu tuneli i podaje odpowiedź.

1p.

$P_2 = 286 - 6 + 72 = 352$

Odpowiedź. Pole powierzchni całkowitej otrzymanego klocka wynosi 352.