

## 第一章 行列式

1. 行列式  $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x & 1 \\ 1 & x & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & x \end{vmatrix}$  展开式中的常数项为 ( )

- A. 4                      B. 2                      C. 1                      D. 0

2. 计算  $D = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = ( )$ .

- A. 0                      B. 27                      C. 189                      D. 256

3. 四阶行列式  $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$  的值等于

- (A)  $a_1 a_2 a_3 a_4 - b_1 b_2 b_3 b_4$                       (B)  $a_1 a_2 a_3 a_4 + b_1 b_2 b_3 b_4$   
(C)  $(a_1 a_2 - b_1 b_2)(a_3 a_4 - b_3 b_4)$                       (D)  $(a_2 a_3 - b_2 b_3)(a_1 a_4 - b_1 b_4)$  [      ]

4.  $\begin{vmatrix} a_1 + b_1 & b_1 + c_1 & c_1 + a_1 \\ a_2 + b_2 & b_2 + c_2 & c_2 + a_2 \\ a_3 + b_3 & b_3 + c_3 & c_3 + a_3 \end{vmatrix} = m \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ , 则 m 为 ( ) .

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4

5. 设  $a, b, c$  是方程  $x^3 - 2x + 4 = 0$  的三个根, 则行列式  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$  的值等于 ( ) .

- A. 1                      B. 0                      C. -1                      D. -2

6. 已知行列式  $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ ,  $A_{21}, A_{22}, A_{23}, A_{24}$  是其第 2 行各元素对应的代数余

子式, 那么  $A_{21} - A_{22} - A_{23} + A_{24}$  的值为 ( ) .

- A. 1                      B. 0                      C. -1                      D. -2

7. 阶行列式  $\begin{vmatrix} 2 & 0 & \cdots & 0 & 2 \\ -1 & 2 & \cdots & 0 & 2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 2 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 2 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

## 第二章 矩 阵

1. 已知  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ , 则  $A^n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2.  $\beta$  是三维列向量,  $\beta^T$  是  $\beta$  的转置, 若  $\beta\beta^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $\beta^T\beta = (\quad)$ .

A. 4

B. 6

C. 8

D. 12

3. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $E$  为三阶单位矩阵, 若三阶矩阵  $Q$  满足关系  $AQ + E = A^2 + Q$ , 则

$Q$  的第一行的行向量是  $(\quad)$ .

A. (1 0 1)

B. (1 0 2)

C. (2 0 1)

D. (2 0 2)

10. 已知  $XA + B = AB + X$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 求  $X^{99}$ .

$X^{99} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ .

11 设  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$   $B = P^{-1}AP$ , 其中  $P$  为 3 阶可逆矩阵, 则  $B^{2004} - 2A^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 在  $(x_1 \ x_2 \ x_3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$  的展开式中,  $x_2x_3$  项的系数是  $(\quad)$ .



1 行是  $(-1 \ 0 \ 0)$ , 则  $(A+2E)^{-1}$  的第 1 行是 ( ).

- A.  $(1 \ 0 \ 0)^*$       B.  $(-1 \ 0 \ 0)$       C.  $(-1 \ 0 \ -1)$       D.  $(1 \ 0 \ 1)$

21. 设  $A, B$  都是  $n$  阶非零矩阵, 且  $AB = O$ , 则  $A$  和  $B$  的秩 ( ).

- A. 必有一个等于零      B. 都小于  $n$   
C. 一个小于  $n$ , 一个等于  $n$       D. 都等于  $n$

22.  $A$  为 4 阶非零矩阵, 其伴随矩阵  $A^*$  的秩  $r(A^*) = 0$ , 则  $r(A)$  等于 ( ).

- A. 1 或 2      B. 1 或 3      C. 2 或 3      D. 3 或 4

23. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ , 则 ( ).

- A.  $|AB| = 2$       B.  $|BA| = 0$       C.  $|BA| = -8$       D.  $|AB| = 0$

24. 设  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & -6 \\ -3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ , 则  $r(AB - B) = ( )$

- A. 3      B. 2      C. 1      D. 0

25. 设  $\alpha$  是  $n$  维单位列向量,  $E$  为  $n$  阶单位矩阵, 则 ( )

(A)  $E - \alpha\alpha^T$  不可逆      (B)  $E + \alpha\alpha^T$  不可逆

(C)  $E + 2\alpha\alpha^T$  不可逆      (D)  $E - 2\alpha\alpha^T$  不可逆

26. 设  $A$  和  $B$  都是  $n$  阶矩阵,  $C = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$  则  $C^* =$

(A)  $\begin{pmatrix} |A|A^* & 0 \\ 0 & |B|B^* \end{pmatrix}$  (B)  $\begin{pmatrix} |B|B^* & 0 \\ 0 & |A|A^* \end{pmatrix}$

(C)  $\begin{pmatrix} |A|B^* & 0 \\ 0 & |B|A^* \end{pmatrix}$  (D)  $\begin{pmatrix} |B|A^* & 0 \\ 0 & |A|B^* \end{pmatrix}$

### 第三章 向量

- 下列向量组中线性相关性的向量组是 ( )  
 A.  $\alpha_1 = (1 \ 0 \ 0)^T, \alpha_2 = (0 \ 1 \ 2)^T, \alpha_3 = (0 \ 3 \ 4)^T$ .  
 B.  $\beta_1 = (1 \ 0 \ 0 \ a)^T, \beta_2 = (0 \ 1 \ 2 \ b)^T, \beta_3 = (0 \ 3 \ 4 \ 0)^T$ .  
 C.  $\beta_1 = (1 \ 0 \ 0 \ a)^T, \beta_2 = (0 \ 1 \ 2 \ b)^T, \beta_3 = (0 \ 3 \ 4 \ 0)^T, \beta_4 = (4 \ 1 \ -1 \ 0)^T$   
 D.  $(1 \ 0 \ 1)^T, (1 \ 0 \ 2)^T, (3 \ 1 \ 2)^T, (2 \ 1 \ 1)^T$  (D)
  - 若向量组  $\alpha, \beta, \gamma$  线性无关, 而向量组  $\alpha + 2\beta, 2\beta + k\gamma, 3\gamma + \alpha$  线性相关, 则  $k =$  ( ).  
 A. 3                      B. 2                      C. -2                      D. -3
  - 设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关, 下列向量组无关的是 ( )  
 A.  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$                       B.  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$   
 C.  $\alpha_1 + 2\alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$                       D.  $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$  (A)
  - 已知向量组  $\alpha, \beta, \gamma$  线性无关, 则  $k \neq 1$  是向量组  $\alpha + k\beta, \beta + k\gamma, \alpha - \gamma$  线性无关的 (C).  
 A. 充分必要条件                      B. 充分条件, 但非必要条件  
 C. 必要条件, 但非充分条件                      D. 既非充分条件也非必要条件
  - 设向量组  $\alpha, \beta, \gamma$  线性无关, 而  $\alpha, \beta, \delta$  线性相关, 则 ( ).  
 A.  $\alpha$  必能被  $\beta, \gamma, \delta$  线性表出                      B.  $\beta$  必不能被  $\alpha, \gamma, \delta$  线性表出  
 C.  $\delta$  必能被  $\alpha, \beta, \gamma$  线性表出                      D.  $\delta$  必不能被  $\alpha, \beta, \gamma$  线性表出
- 答: C.
- 设向量组  $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$  线性无关, 下列向量组中与  $S$  等价的有 ( ) 个.  
 ①  $\alpha_1 - \alpha_3, \alpha_2 - \alpha_3$                       ②  $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$   
 ③  $\alpha_1 - \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3, 2\alpha_1, 3\alpha_3$                       ④  $\alpha_1 - \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3, 2\alpha_2, 3\alpha_3$   
 A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

7. 设向量  $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\alpha_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\alpha_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ , 则向量组  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$

的一个极大线性无关组是 ( D ).

- A.  $\alpha_3, \alpha_4$       B.  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$       C.  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$       D.  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$

8. 设  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  是一个  $n$  维向量组, 且  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$ ,

$\beta_i = \alpha - \alpha_i$  ( $i=1,2,3,4$ ), 则 ( ).

- A.  $r(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = r(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$   
B.  $r(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) > r(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$   
C.  $r(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) < r(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$   
D. 不能确定  $r(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$  与  $r(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$  的关系

9. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  为线性无关的 3 维列向量组, 则向量组  $A\alpha_1, A\alpha_2, A\alpha_3$

的秩为\_\_\_\_\_

10. 设  $A, B, C$  均为  $n$  阶矩阵, 若  $AB = C$ . 则  $B$  可逆, 则

- (A) 矩阵  $C$  行向量组与  $A$  的行向量组等价  
(B) 矩阵  $C$  列向量组与  $A$  的列向量组等价  
(C) 矩阵  $C$  行向量组与  $B$  的行向量组等价  
(D) 矩阵  $C$  列向量组与  $B$  的列向量组等价

## 第四章 线性方程组

1. 当  $a =$  ( ) 时, 方程组  $\begin{cases} x_1 + ax_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$  有非零解.

- A. 1                      B. 0                      C. 6                      D. -6

2.  $A$  为  $m \times n$  的非零矩阵, 方程组  $Ax = 0$  只有零解的充分必要条件是 (A ).

- A.  $A$  的列向量组线性无关                      B.  $A$  的列向量组线性相关  
C.  $A$  的行向量组线性无关                      D.  $A$  的行向量组线性相关

3. 已知三阶非零矩阵  $B$  的每一列都是方程组  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$  的解,

则  $\lambda = ( )$ .

- A. -2                      B. -1                      C. 1                      D. 3                      (C)

4. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ a & b & c \end{pmatrix}$ , 且  $r(A) = 2$ , 则  $A^*X = 0$  的通解是 ( ).

- A.  $k_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$                       B.  $k_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$                       C.  $k_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ c \end{pmatrix}$                       D.  $k_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$

( $k_1, k_2$  为任意常数)

5. 已知  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  是齐次方程组  $Ax = 0$  的基础解系, 那么基础解系还可以是 ( ).

- (A)  $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + k_3\alpha_3$ ;                      (B)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$ ;  
(C)  $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3$ ;                      (D)  $\alpha_1, \alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_2$ .

6. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \alpha \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & \alpha^2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $b = (-1 \ -1 \ \alpha)^T$ , 则当  $\alpha = ( )$  时方程组  $AX = b$  无解.

- A. -2                      B. -1                      C. 1                      D. 2

7. 设  $\beta_1, \beta_2$  是线性方程组  $Ax = b$  的两个不同的解,  $\alpha_1, \alpha_2$  是方程组导出组  $Ax = 0$  的基础解系, 则方程组  $Ax = b$  的通解是 ( ).

- A.  $\frac{1}{2}(\beta_1 - \beta_2) + k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2$                       B.  $\frac{1}{2}(\beta_1 - \beta_2) + k(\alpha_1 + \alpha_2)$   
C.  $\frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) + k_1\alpha_1 + k_2(\beta_1 - \beta_2)$                       D.  $\frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) + k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2$

其中  $k, k_1, k_2$  是任意常数.

8. 设  $A$  是  $5 \times 4$  矩阵,  $b$  是 4 维列向量,  $r(A) = 3$ ,  $X_1, X_2, X_3$  是方程组  $AX = b$  的三个解向量, 且满足  $X_1 + X_2 = (1, 2, -1, 0)^T$ ,  $X_1 + X_3 = (0, 1, 2, -3)^T$ , 则方程组  $AX = b$  的通解为 ( ). (其中  $k_1, k_2$  为任意常数)

A.  $k_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  B.  $k_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$  C.  $k_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$  D. 以上结果均不正确

9. 已知  $A = (a_{ij})$  为 3 阶矩阵,  $A^T A = E$  ( $A^T$  是  $A$  的转置矩阵,  $E$  是单位矩阵). 若  $a_{11} = -1$ ,  $b = (1, 0, 0)^T$ , 则方程组  $AX = b$  的解  $X =$  ( D ).

A.  $(-1, 1, 0)^T$  B.  $(-1, 0, 1)^T$  C.  $(-1, -1, 0)^T$  D.  $(-1, 0, 0)^T$

10.  $A \in M_{mn}$ ,  $AX = 0$  是  $AX = b$  对应的齐次方程组. 则

- A. 若  $AX = 0$  只有零解, 则  $AX = b$  有唯一解.  
B. 若  $AX = 0$  有非零解, 则  $AX = b$  有无穷多解.  
C. 若  $AX = b$  有无穷多解, 则  $AX = 0$  有非零解.  
D. 若  $AX = b$  无解, 则  $AX = 0$  只有零解.

11. 设线性方程组  $Ax = b$  有  $n$  个未知量,  $m$  个方程, 且  $r(A) = r$ , 则此方程组 ( ).

- (A)  $r = m$  时, 有解; (B)  $r = n$  时, 有惟一解;  
(C)  $m = n$  时, 有惟一解; (D)  $r < n$  时, 有无穷多解.

12.  $A \in M_{4,5}$ ,  $A$  的行向量线性无关, 则错误的是

- A.  $A^T X = 0$  只有零解. B.  $A^T A X = 0$  必有无穷多解.  
C.  $\forall b, A^T X = b$  有惟一解. D.  $\forall b, AX = b$  总有无穷多解.

13. 设  $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ , 且可逆, 则方程组  $\begin{cases} a_1 x_1 + a_2 x_2 = a_3 \\ b_1 x_1 + b_2 x_2 = b_3 \\ c_1 x_1 + c_2 x_2 = c_3 \end{cases}$

- A. 有唯一解. B. 有无穷多解. C. 无解 D. 不能确定 (C)



## 第五章 特征值与特征向量

1. 已知三阶矩阵  $M$  的特征值为  $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 1$ , 它们对应的特征向量为

$\alpha_1 = (1, 0, 0)^T, \alpha_2 = (0, 2, 0)^T, \alpha_3 = (0, 0, 1)^T$ , 则矩阵  $M$  为 ( ).

A.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$       B.  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$       C.  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$       D.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. 矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ , 若  $A$  的特征值和  $B$  的特征值对应相等, 则其中

( ).

A.  $x = 1, y = 1$       B.  $x = 0, y = 1$       C.  $x = -1, y = 0$       D.  $x = 0, y = -1$

3. 设  $A^*$  是  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  的伴随矩阵, 则  $A^*$  的一个特征值为 ( A ).

A. 3      B. 4      C. 6      D. 9

4. 设  $X_1, X_2$  是三阶矩阵  $A$  的属于  $\lambda_1$  的两个线性无关的特征向量,  $X_3$  是  $A$  的属于  $\lambda_2$  的特征向量, 且  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ , 则 ( ). (其中  $k_1, k_2$  为任意常数)

A.  $k_1 X_1 + k_2 X_2$  是  $A$  的特征向量      B.  $k_1 X_1 + k_2 X_3$  是  $A$  的特征向量  
C.  $X_1 + X_2$  是  $2A - E$  的特征向量      D.  $X_1 + X_3$  是  $2A - E$  的特征向量

5. 三阶矩阵  $A$  的元素全为 2, 则  $A$  的特征值为 ( ).

A. 0, 6, -6      B. 0, 0, 6      C. 0, 0, -6      D. 0, 2, 6

6. 若矩阵  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $A$  是  $B$  的相似矩阵, 则矩阵  $A + E$  ( $E$  是单位矩阵) 的秩是

( ).

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

7. 设  $A \in M_3$ ,  $A$  的特征值为  $\lambda = -1, 2, 3$ . 则  $|3I + A| = ( )$ .

A. 60      B. 20      C. -6      D. -20 (A)

8. 设  $A$  是 3 阶不可逆矩阵,  $E$  是 3 阶单位矩阵. 若线性齐次方程组  $(A - 3E)x = 0$  的基础解

系由两个线性无关的解向量构成, 则行列式中  $|A+E| = ( \quad )$ .

- A. 2    B. 4    C. 8    D. 16\*

9. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , 其中彼此相似的矩阵是  
( ).

- A.  $A, B$     B.  $B, C$     C.  $A, C$     D.  $A, B, C$

10. 下列矩阵中, 与对角阵  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  相似的矩阵是 ( ).

- A.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     B.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     C.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$     D.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

11. 与  $-1$  是矩阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -t & -1 & t \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$  的特征值, 则当  $t = ( \quad )$  时矩阵  $A$  可对角化.

- A.  $-1$     B.  $0$     C.  $1$     D.  $2$

13.  $A = \begin{pmatrix} & & 1 \\ x & 1 & y \\ 1 & & \end{pmatrix}$ , 可对角化, 则  $x, y$  满足条件 ( ).

- A.  $x - y = 0$     B.  $x - 2y = 0$     C.  $x + y = 0$     D.  $x + 2y = 0$

14. 三阶矩阵  $A$  的特征值为  $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 1$ , 属于特征值的特征向量分别是

$\alpha_1 = (1 \ 0 \ 0)^T, \alpha_2 = (0 \ 2 \ 0)^T, \alpha_3 = (0 \ 0 \ 1)^T$ , 则  $A = ( \quad )$

- A.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     B.  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     C.  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$     D.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  (D)

15.  $A \in M_2, |A| < 0$ , 则

- (A)  $A$  与一对角阵相似.    (B)  $A$  不能与一对角阵相似

(C) 不能确定  $A$  能否与一对角阵相似 (D)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  (A)

16. 下列矩阵中, 不能与对角矩阵相似的是 ( ).

A.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  B.  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  C.  $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  D.  $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$

17. 若  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & a & 2 \end{pmatrix}$  与  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  相似, 则  $a =$  ( ).

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

18. 设  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 4 & -5 & 0 \\ a & 2 & -1 \end{pmatrix}$ , 若  $A$  的三重特征值  $\lambda$  对应两个线性无关的特征向量, 则  $a =$  ( ).

A. 1 B. 2 C. -1 D. -2\*

19. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ , 则 ( )

(A)  $A$  与  $C$  相似,  $B$  与  $C$  相似

(B)  $A$  与  $C$  相似,  $B$  与  $C$  不相似

(C)  $A$  与  $C$  不相似,  $B$  与  $C$  相似

(D)  $A$  与  $C$  不相似,  $B$  与  $C$  不相似

20. 二次型  $f(x_1, x_2, x_3)$  在正交变换  $x = Py$  下的标准形为  $2y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$ , 其中  $P = (e_1, e_2, e_3)$ , 若  $Q = (e_1, -e_3, e_2)$ ,  $f(x_1, x_2, x_3)$  在正交变换  $x = Qy$  下的标准型为 ( )

(A)  $2y_1^2 - y_2^2 + y_3^2$  (B)  $2y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$

(C)  $2y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$  (D)  $2y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$

21. 设 3 阶矩阵  $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  有 3 个不同的特征值, 且  $\alpha_3 = \alpha_1 + 2\alpha_2$ .

(I) 证明  $r(A) = 2$ ;

(II) 若  $\beta = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ , 求方程组  $Ax = \beta$  的通解。

22. 设二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - x_2^2 + ax_3^2 + 2x_1x_2 - 8x_1x_3 + 2x_2x_3$

在正交变换  $X = QY$  下的标准型  $\lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2$ , 求  $a$  的值及一个正交矩阵  $Q$