

数字信号处理考研真题 PDF



一只通信考研的er

2024数字信号处理...

群号: 973810613




扫一扫二维码, 加入群聊。

PDF 东南大学937 2021年

PDF 西北工业大学816 2021年



需要报班、择校、答疑、求职就业问题可加我私人微信, 也有个交流群, 可以加一下



冲刺课程

火热招生中.....

课程介绍

1、资料内容
冲刺课不提供讲义, 附送院校适配的 4 套冲刺试卷(11 月中旬统一发货)。

2、课程时长
冲刺课以科目为单位, 单科时长约 10-20 课时。

3、课程内容
冲刺课分为课本重点串讲、重点题精讲和真题预测课:
(1) **课本重点串讲**: 归纳总结历年考点, 梳理完善知识体系。
(2) **重点题精讲**: 集中精讲经典题型, 查漏补缺补齐短板。
(3) **真题预测课**: 把握分析命题方向, 科学预测热门考点, 增长考场临变经验, 迅速提升应试能力。

4、答疑及其他服务
报班即享答疑群答疑, 当天问题当天解决。
各学科配备班主任, 提供复习规划和学习督导、每日一题、择校评估服务;
还赠送重点院校划重点视频, 非重点院校的教务老师一对一复习指导。

5、直播答疑服务
直播课: 伴随进度动态调整, 直播授课直奔要害, 第一时间解决学生疑难问题, 加强教学中的互动反馈。
答疑群内定期组织直播答疑服务, 报班即可按照答疑群通知时间参与直播答疑并开通往直播答疑视频观看权限。

6、收费及定价
原价: 499 起
不同科目及院校定价不同, 具体可联系下方微信咨询。

7、优惠说明
买过公共课程或者资料班的同学凭借淘宝订单截图**优惠 100 元**。
之前非水木观畴教育学员的同学, 可以无分组转发朋友圈或 QQ 空间集赞 10 个即可优惠 100 元(不设置分组可见, 30 分钟以上)、不与其他优惠叠加。

重要说明(必看)

》》 冲刺卷不单卖, 只和冲刺课配套出售。
》》 冲刺卷 11 月中旬统一发货, 冲刺课程 11 月初开始授课, 上课时间另行通知, 答疑服务报班之后立即提供。
》》 **全课程的同学本身课程中包含冲刺课部分, 无需重复购买。**

- 本文档适合大家把本校真题做完后用来查漏补缺使用, 也当作模拟啦, 有答案, 有解析, 有视频讲解, 相当 nice~
- 当然也适合 24 考研刚开始准备考研的同学拿来了解信号考什么使用~
- Ps: 另外我们这边也有针对冲刺的课程, 里面包含 4 套模拟卷, 全程的答疑服务, 20 小时的冲刺课程, 另外我们前面还有一些专题直播, 也都附赠一起了, 还有就是重点院校的划重点视频赠送, 非重点院校的教务老师一对一复习指导, 还有班主任监督, 每日一题。这个冲刺班用于查漏补缺都还是挺不错的, 如有需要的话可以联系我, 具体的介绍可以参考上图

东南大学 2021 年硕士研究生入学考试试卷

(考生注意: 全部答案必须写在答题纸上否则后果自负!)

考试科目代码: 937 考试科目: 生物信号处理

注: ①所有答案必须写在答题纸或答题卡上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效;

②本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、已知两个序列 $f_1(k) = \{1, 1, 2, 3, 5\}$, $k = 0, 1, 2, 3, 4$, $f_2(k) = \{3, 0, 2, 1\}$, $k = 1, 2, 3, 4$, 求这两个序列的线性卷积。【10 分】

二、一线性时不变系统差分方程如下:

$$y(k) = y(k-1) + 6y(k-2) + x(k)$$

(1) 求该系统的系统函数, 并画出其零极点图。

(2) 当 $x(k) = \varepsilon(k)$ 时, 求系统的零状态响应。【10 分】

三、一线性时不变系统差分方程如下:

$$y(k) + y(k-1) = x(k)$$

求该系统的系统函数, 并粗略画出其幅频响应频谱图。【10 分】

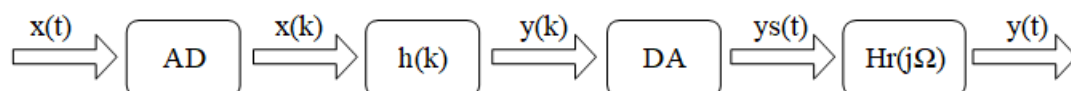
四、一段含 9 个点的实序列($k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$)进行 DFT，其中 5 点的 DFT 值为 $F(0) = a_0 + b_0j, F(2) = a_2 + b_2j, F(4) = a_4 + b_4j, F(6) = a_6 + b_6j, F(8) = a_8 + b_8j$ ，求原序列 $f(0)$ 的值。【10 分】

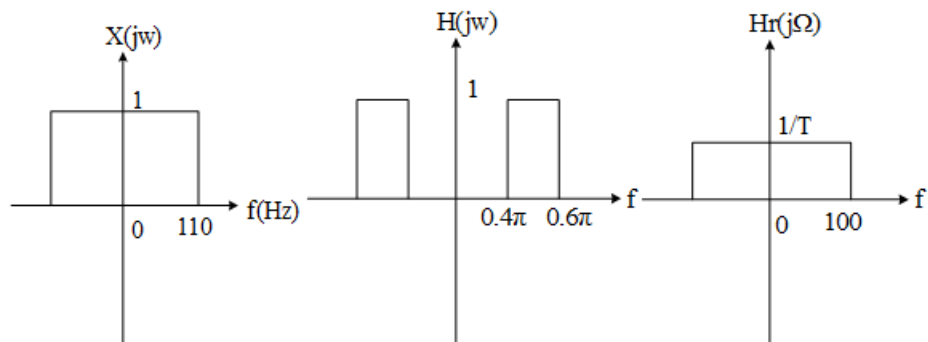
五、一 IIR 滤波器系统函数如下， $T = 0.1s$ ，使用激励响应不变法将该模拟滤波器转换为数字滤波器，并比较激励响应不变法和双线性变换法的优缺点。【10 分】

$$H(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$$

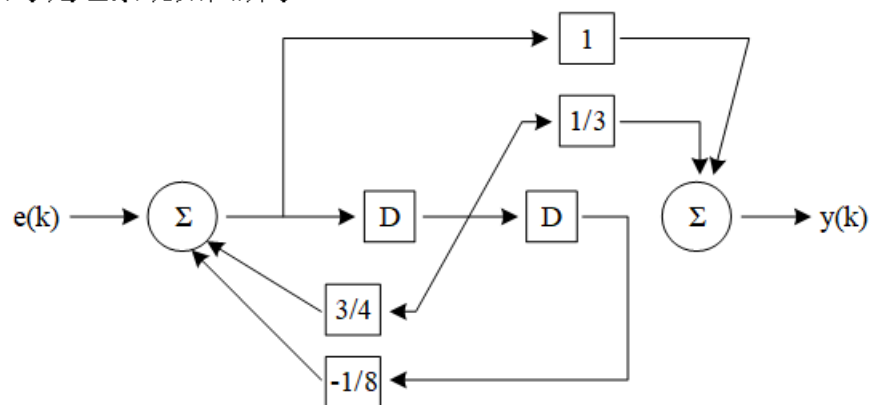
六、给出三阶 FIR 滤波器，系统函数为 $H(z) = (2 - 3z^{-1})(4 + 3z^{-1})(5 + 2z^{-1})$ ，求出与该系统幅度响应相同的最大相位系统。【10 分】

七、如下为一数字信号处理系统程序框图， $x(t)$ 为输入信号， $y(t)$ 为输出信号， $T = 0.01s$ 。给出 $X(j\omega)$ ， $H(j\omega)$ ， $H_r(j\Omega)$ 频谱图，试求对应时域序列 $x(k)$ ， $h(k)$ ， $y(k)$ 。【15 分】





八、一信号处理系统如图所示



- (1) 求该系统差分方程，并判断系统是否稳定。
- (2) 若激励函数 $e(k) = \left(-\frac{1}{3}\right)^k \varepsilon(k)$ ，求系统的零状态响应。【15 分】

九、已知 $x(k)$ 是长度为 N 的实偶对称序列, 即 $x(k) = x(N - k), k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ 。对其进行 DFT 得到 $X(m)$, 判断 $X(m)$ 是否为实偶对称序列。【15 分】

十、一连续信号如下, 现对其进行采样。其最小采样频率是? 在此采样频率下, 最小采样点数是?

$$y(t) = 2\cos(560\pi t + 0.21\pi) + 0.2\sin(570\pi t + 0.42\pi)$$

十一、现有一线性相位 FIR 系统, 单位响应为 $h(k), k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ 。

(1) 请写出线性相位 FIR 系统的充分必要条件。

(2) 若 $h(k)$ 为偶对称序列, 求证 $H(z) = z^{-(N-1)}H(z^{-1})$ 【15 分】

十二、使用窗函数法设计如下参数的低通线性相位滤波器, 写出详细设计过程, 并求出单位响应 $h(k)$ 。【15 分】

采样频率: 60000π

通带截止频率: 3000π

阻带截止频率: 6000π

阻带衰减不小于 -50dB

东南大学 2021 年硕士研究生入学考试试卷答案

一、【水木路研解析】

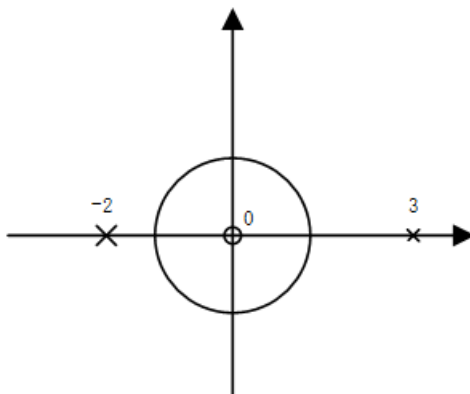
线性卷积为 $f_1(k) * f_2(k) = \{1, 1, 2, 3, 5\} * \{3, 0, 2, 1\} = 3 \cdot \{1, 1, 2, 3, 5\} + 2 \cdot \{0, 0, 1, 1, 2, 3, 5\} + \{0, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 5\} = \{3, 3, 8, 12, 20, 8, 13, 5\}$

二、【水木路研解析】

(1) 根据差分方程有系统函数：

$$H(z) = \frac{1}{1 - z^{-1} - 6z^{-2}} = \frac{z^2}{(z-3)(z+2)}$$

可得到极点为 $z=3, z=-2$ ，零点为 $z=0$ （二阶），极零图如下：



(2)

$$x(k) = \varepsilon(k) \rightarrow \frac{z}{z-1}$$

$$Y_{zs}(z) = \frac{z}{z-1} \cdot \frac{z^2}{(z-3)(z+2)} = -\frac{1}{6} \cdot \frac{z}{z-1} + \frac{9}{10} \cdot \frac{z}{z-3} - \frac{4}{15} \cdot \frac{z}{z+2}$$

于是， $y_{zs}(k) = \left[-\frac{1}{6} + \frac{9}{10} \times 3^k - \frac{4}{15} \times (-2)^k \right] \cdot \varepsilon(k)$

三、【水木路研解析】

根据差分方程有系统函数：

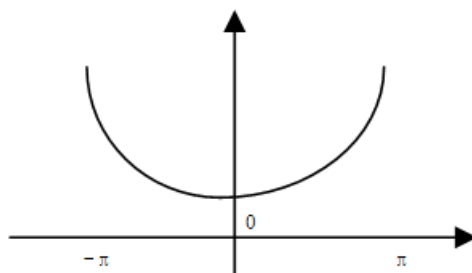
$$H(z) = \frac{1}{1 + z^{-1}}$$

幅频响应为：

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 + e^{-j\omega}} = e^{\frac{j\omega}{2}} \frac{1}{\cos \frac{\omega}{2}}$$

$$|H(e^{j\omega})| = \left| \frac{1}{\cos \frac{\omega}{2}} \right|$$

大致图像为：



四、【水木路研解析】

实序列的 DFT 满足 $F(k) = F^*(9 - 1 - k)$, 则有

$$\begin{aligned} f(0) &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^7 F(k) = \frac{1}{N} F(4) + \frac{1}{N} \sum_{k=0}^3 F(k) + F(8-k) \\ &= \frac{1}{N} F(4) + \frac{2}{N} [\operatorname{Re}[F(0)] + \operatorname{Re}[F(2)] + \operatorname{Re}[F(6)] + \operatorname{Re}[F(8)]] \\ &= \frac{1}{N} (a_4 + 2a_0 + 2a_2 + 2a_6 + 2a_8) \end{aligned}$$

五、【水木路研解析】(1)

$$\begin{aligned} H_1(z) &= H_1(s) \Big|_{s=20 \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = \frac{1}{\left(20 \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + 2\right) \left(20 \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + 3\right)} \\ &= \frac{(1+z^{-1})^2}{(22-18z^{-1})(23-17z^{-1})} \end{aligned}$$

双线性变换法避免了脉冲响应不变法中频谱的混叠, 但数字滤波器和模拟滤波器的频率关系是非线性的。由于频率关系非线性对设计幅度响应是分段线性的滤波器不会产生不良影响, 故在实际中得到了广泛的使用。

脉冲响应不变法的优点是数字滤波器和模拟滤波器的频率关系是线性的; 其最大缺点是存在频谱的混叠, 因而不能直接用来设计高通、带阻等类型的数字滤波器。

六、【水木路研解析】

$$H(z) = (2 - 3z^{-1})(4 + 3z^{-1})(5 + 2z^{-1})$$

该系统零点为 $z = \frac{3}{2}, z = -\frac{3}{4}, z = -\frac{2}{5}$, 极点为 $z = 0$ (3 阶), 将后两个零点通过全通系统移至单位圆外, 有:

$$\begin{aligned} H(z) &= (2 - 3z^{-1})(4 + 3z^{-1})(5 + 2z^{-1}) \\ &= (2 - 3z^{-1})(3 + 4z^{-1})(2 + 5z^{-1}) \frac{(4 + 3z^{-1})(5 + 2z^{-1})}{(3 + 4z^{-1})(2 + 5z^{-1})} \end{aligned}$$

其中 $H_0 = \frac{(4+3z^{-1})(5+2z^{-1})}{(3+4z^{-1})(2+5z^{-1})}$ 为一全通系统 (极零点互为倒数), $H_1 = (2 - 3z^{-1})(3 + 4z^{-1})(2 + 5z^{-1})$ 为所求最大相位系统 (极点全部在单位圆内, 零点在单位圆外)。

七、【水木路研解析】

根据 $X(j\Omega)$ 的图像, 可得 $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-220\pi}^{220\pi} e^{j\Omega t} d\Omega = \frac{\sin 220\pi t}{\pi t}$

以 $f_s = 100\text{Hz}$ 取样后有 $x(n) = \frac{\sin 220\pi n}{\pi n} \Big|_{t=0.01n} = \frac{\sin 2.2\pi n}{0.01\pi n}$

频谱会产生混叠, 混叠后的频谱为 $\begin{cases} 300, & |\omega| \leq 0.1\pi \\ 200, & \pi \geq |\omega| > 0.1\pi \end{cases}$

有 $H(j\omega) = \begin{cases} 1, & 0.6\pi \geq |\omega| > 0.4\pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

反变换有 $h(n) = \frac{\sin 0.6\pi n}{\pi n} - \frac{\sin 0.4\pi n}{\pi n}$

经过 $H(j\omega)$ 之后变为 $Y(j\omega) = \begin{cases} 200, & 0.6\pi \geq |\omega| > 0.4\pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

反变换之后有 $y(n) = \frac{\sin 0.6\pi n}{0.01\pi n} - \frac{\sin 0.4\pi n}{0.01\pi n}$

八、【水木璐研解析】

(1) 根据框图可得差分方程 $y(n) = x(n) + \frac{1}{3}x(n-1) + \frac{3}{4}y(n-1) - \frac{1}{8}y(n-2)$
系统函数为:

$$H(z) = \frac{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}{1 - \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}} = \frac{z(z + \frac{1}{3})}{(z - \frac{1}{2})(z - \frac{1}{4})}$$

可得到极点为 $z = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, 均在单位圆内, 因此收敛域包括单位圆, 系统稳定。

(2) 有 $E(z) = \frac{z}{z + \frac{1}{3}}$, 因此有

$$Y(z) = E(z)H(z) = \frac{z^2}{(z - \frac{1}{2})(z - \frac{1}{4})} = \frac{2z}{z - \frac{1}{2}} - \frac{z}{z - \frac{1}{4}}$$

因此有 $y(k) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^k \varepsilon(k) - \left(\frac{1}{4}\right)^k \varepsilon(k)$

九、【水木璐研解析】

$$X(m) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) W_N^{km}$$

$$X^*(m) = \sum_{k=0}^{N-1} x^*(k) W_N^{-km} = \sum_{k=0}^{N-1} x(N-k) W_N^{(N-k)m} = X(m)$$

$$X(N-m) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) W_N^{Nk} W_N^{-km} = \left[\sum_{k=0}^{N-1} x^*(k) W_N^{km} \right]^* = \left[\sum_{k=0}^{N-1} x(k) W_N^{km} \right]^* = X^*(m)$$

$$= X(m)$$

综上, $X^*(m)$ 为实偶对称序列。

十、【水木璐研解析】

有 $y(t) = 2\cos(560\pi t + 0.21\pi) + 0.2\sin(570\pi t + 0.42\pi)$ 的第一部分周期为 280Hz , 第二部分周期为 285Hz , 有频率分辨率至少应为 5Hz , 最小采样频率为 $2 \cdot 285 = 570\text{Hz}$, 则最小采样点数应为 $\frac{570}{5} = 114$ 点。

十一、【水木璐研解析】

(1) $h(n)$ 必须满足 $h(n) = h(N-1-n)$ 或 $h(n) = -h(N-1-n)$, 前者称为偶对称后者称为奇对称。

(2) $h(k)$ 为偶对称序列时, 有 $h(n) = h(N-1-n)$, 则:

$$\begin{aligned} H(z) &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n} \stackrel{n=N-1-k}{=} \sum_{k=0}^{N-1} h(N-1-k) z^{-(N-1-k)} \\ &= z^{-(N-1)} \sum_{k=0}^{N-1} h(k) z^k \\ &= z^{-(N-1)} H(z^{-1}) \end{aligned}$$

证毕。

十二、【水木路研解析】

换算角频率有: $\omega_p = \frac{3000\pi}{60000\pi} \cdot 2\pi = 0.1\pi$, $\omega_c = \frac{6000\pi}{60000\pi} \cdot 2\pi = 0.2\pi$, 衰减为 -50dB ,

因此选择海明窗, 过渡带宽为 $0.1\pi = \frac{6.6\pi}{N}$, 得 $N = 66$, 因此选择窗 $w_{66}(n) =$

$$\left[0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{65}\right) \right] R_{66}(n)$$

求等效低通滤波器有:

$$\begin{aligned} H_d(e^{j\omega}) &= \begin{cases} e^{-j\omega\tau}, & 0 \leq |\omega| \leq \omega_\tau \\ 0, & \omega_\tau < |\omega| \leq \pi \end{cases} \\ h_d(n) &= \begin{cases} \frac{\sin[\omega_\tau(n-\tau)]}{\pi(n-\tau)}, & n \neq \tau \\ \omega_\tau/\pi, & n = \tau (\tau = \text{整数时}) \end{cases} \end{aligned}$$

代入 $\tau = \frac{N-1}{2}$, $\omega_c = 0.1\pi$:

$$h_d(n) = \frac{\sin[\omega_c(n-\tau)]}{\pi(n-\tau)} = \frac{\sin[0.1\pi(n-32.5)]}{\pi(n-32.5)}$$

加窗后有

$$h(n) = h_d(n)w_{66}(n) = \frac{\sin[0.1\pi(n-32.5)]}{\pi(n-32.5)} \left[0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{65}\right) \right] R_{66}(n)$$

西北工业大学 2021 年硕士研究生入学考试试题

(考生注意: 全部答案必须写在答题纸上否则后果自负!)

考试科目代码: 816 考试科目: 数字信号处理

注: ①所有答案必须写在答题纸或答题卡上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效;

②本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、填空题

- 1、序列 $x(n) = \sin(3\pi n/7)$ 的周期为_____。
- 2、双边序列 z 变换的收敛域形状为_____。
- 3、某序列的 DFT 表达式为 $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_M^{kn}$, 由此可以看出, 该序列时域的长度为____, 变换后数字频域上相邻两个频率样点之间的间隔是_____。
- 4、设系统 $y(n) = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^4 x(n-i)$, 系统的单位脉冲响应 $h(n) =$ _____; 该系统是_____通滤波器, 具有第_____类线性相位特性, 系统的群延时为_____。
- 5、已知 $x(n] * h(n) = \{2, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 2, 2\}$, 则 $x(n) \textcircled{6} h(n) =$ _____; $x(n) \textcircled{10} h(n) =$ _____。(注: ⑥、⑩分别为 6 点循环卷积和 10 点循环卷积)
- 6、系统极点越靠近单位圆, 系统幅频特性曲线在该极点处的幅度值_____, 若极点在单位圆上且该点不是零点, 系统幅频特性曲线在该极点处的幅度值_____。
- 7、已知 $X(e^{j\omega}) = FT[R_4(n)]$, 对 $X(e^{j\omega})$ 在 $[0, 2\pi]$ 上进行 8 点等间隔采样 (从 $\omega = 0$ 开始) 得到 $X_8(k)$, $x_8(n) = IDFT[X_8(k)]$, 则 $x_8(n) =$ _____。
- 8、设某序列长度为 500, 其基 2FFT 算法为_____级蝶形运算, 每级包含_____个蝶形运算。

二、已知因果的线性时不变网络的差分方程为

$$y(n) = 0.9y(n-1) + x(n) + 0.9x(n-1)$$

(1) 求系统函数 $H(z)$ 及单位抽样响应 $h(n)$ 画其零极点分布图，并用阴影斜线表示出其收敛域，判断系统的稳定性。

(2) 写出网络传输函数 $H(e^{j\omega})$ 的表达式，并定性画出其幅频特性曲线。

(3) 画出网络结构的直接型信号流图。

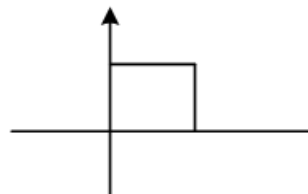
(4) 设输入 $x(n] = e^{j\omega_0 n}$ ，求输出 $y(n)$ 。

三、已知连续信号 $x(t) = \sin(\pi t) + \sin(2\pi t) + \sin(3\pi t)$ 以采样频率 $f_s = 4\text{Hz}$ 对其进行理想采样，得采样信号 $x(t)$ ，再让采样信号通过理想低通滤波器 $G(j\Omega)$ ，设理想低通滤波器为

$$G(j\Omega) = \begin{cases} 0.2s & |\Omega| \leq \Omega_s/2 \\ 0 & |\Omega| > \Omega_s/2 \end{cases} \quad (\text{其中 } \Omega_s = 2\pi f_s)$$

(1) 写出采样信号 $x(t)$ 的表达式

(2) 求理想低通滤波器的输出信号 $y(t)$



五、已知实序列 $x(n)$ 的 8 点 DFT 的前 5 个值为 $X(0) = 6$ 、 $X(1) = 4 + j3$ 、 $X(2) = -3 - j2$ 、 $X(3) = 2 - j$ 、 $X(4) = 4$ ，5,6,7

(1) 求 $X(k)$ 的其余 3 点的值

(2) 利用 DFT 的性质求这些表达式的值 $x(0)$ 、 $x(4)$ 、 $\sum_{n=0}^7 x(n)$ 、 $\sum_{n=0}^7 |x(n)|^2$

六、设线性非时变系统 LTI 的单位脉冲响应为 $h(n) = R_8(n)$ ，输入信号 $x(n) = 0.5^n R_8(n)$

(1) 求该系统的输出信号 $y(n)$ ，并显示输出信号

(2) 如果对 $h(n)$ 和 $x(n)$ 分别进行 16 点 DFT，得到 $H(k)$ 和 $X(k)$ ，令 $Y_1(k) = H(k)X(k)$ ， $y_1(n) = \text{IDFT}[Y_1(k)]$ ， $n, k = 0, 1, \dots, 15$ ，求 $y_1(n)$

(3) 画出用快速卷积法计算该系统输出 $y(n)$ 的框图，(FFT 计算作为一个框)，并注明 FFT 的最小计算区间 N 等于多少？

七、设计一个巴特沃斯低通 IIR 数字滤波器，通带截止频率等于 0.2π ，阻带截止频率 0.92π ，通带最大衰减等于 1dB，阻带最小衰减等于 20dB，采用双线性变换设计法进行设计，设计中参数 $T = 1$ ，计算中参数精度精确到小数点后两位

- (1) 画出该数字滤波器技术指标的（容限）示意图
- (2) 设计出数字滤波器的系统函数 $H(z)$ 的表达式
- (3) 写出该滤波器的差分方程
- (4) 双线性不变法与脉冲响应不变法相比，存在的主要缺点是什么？为什么？

附表 1：巴特沃斯滤波器参数

阶次 N	$B(P) = P^N + b_{N-1}P^{N-1} + b_{N-2}P^{N-2} + \dots + b_1P + b_0$					
	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
1	1.0000					
2	1.0000	1.4142				
3	1.0000	2.0000	2.0000			

西北工业大学 2021 年硕士研究生入学考试试题答案

一、填空题

1. 【答案】14

【水木璐研解题】 $\omega = \frac{3\pi}{7}$, $N = \frac{2\pi}{\omega} \cdot K$, $N = \frac{14}{3} \cdot K$, K 取 3, 所以周期为 10.

2. 【答案】圆环或空集

【水木璐研解题】双边序列的收敛域为 $R_{x-} < |z| < R_{x+}$, 若 $R_{x+} > R_{x-}$ 则收敛域为圆环, 若 $R_{x+} < R_{x-}$, 则收敛域为空集, 此时序列 z 变换不存在。

3. 【答案】 $N; \frac{2\pi}{M}$

【水木璐研解题】由 DFT 的表达式 $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_M^{kn}$ 易得。该序列长度为 N , 进行的是 M 点的 DFT, 因此变换后数字频域上相邻两个频率样点之间的间隔是 $\frac{2\pi}{M}$ 。

4. 【答案】 $\frac{1}{5} \sum_{i=0}^4 \delta(n-i)$; 低; 第 I; 2

【水木璐研解题】

$$y(n) = \frac{1}{5} \sum_{k=0}^4 x(n-k) = \frac{1}{5} [x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3) + x(n-4)]$$

当 $x(n) = \delta(n)$ 时,

$$y(n) = h(n) = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^4 \delta(n-i)$$

移动平均为常见的低通滤波; $h(n)$ 关于 $n=2$ 偶对称, $N=5$, 为奇数, 因此属于第 I 类滤波器; $\tau = \frac{N-1}{2} = 2$ 。

5. 【答案】{4,4,5,4,4,3}; {2,2,3,4,4,3,2,2,2,0}

【水木璐研解题】

$x(n) * h(n) = \{2,2,3,4,4,3,2,2,2\}$, 卷积周期小于线性卷积序列长度, 则多出来的部分依次加至线性卷积序列头部, 即 $x(n) \textcircled{6} h(n) = \{4,4,5,4,4,3\}$;

卷积周期大于等于线性卷积序列长度, 则周期卷积等于线性卷积, 不够的部分用 0 补齐, 即 $x(n) \textcircled{10} h(n) = \{2,2,3,4,4,3,2,2,2,0\}$ 。

6. 【答案】越大; 无穷大

【水木璐研解题】

$$H(e^{j\omega}) = A \frac{\text{各零矢量连乘积}}{\text{各极矢量连乘积}}$$

系统极点越靠近单位圆, 极矢量越小, $H(e^{j\omega})$ 越大; 若极点在单位圆上且该点不是零点, 系统幅频特性曲线在该极点处的幅度值为无穷大, 即系统不稳定。

7. 【答案】{1,1,1,1,0,0,0,0}

【水木璐研解题】

$R_4(n) = \text{IDFT}[X_4(k)]$, 采样点增多主值区间不变, 不够的部分用 0 补齐,

即 $x_8(n) = \{1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0\}$

8. 【答案】9; 256

【水木路研解题】

取 $N = 512$, 级数 $M = \log_2 N = 9$, 每级包含 $N/2 = 256$ 个蝶形运算。

二、【水木路研解题】

$$(1) y(n] - 0.9y(n-1) = x(n) + 0.9x(n-1)$$

$$Y(z) - 0.9z^{-1}Y(z) = X(z) + 0.9z^{-1}X(z)$$

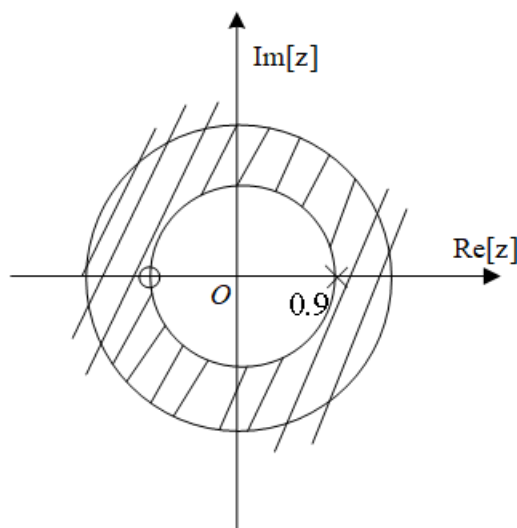
$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 0.9z^{-1}}{1 - 0.9z^{-1}} = H(z)$$

零点: $z = -0.9$; 极点: $z = 0.9$ 系统为因果系统, 收敛域为 $|z| > 0.9$

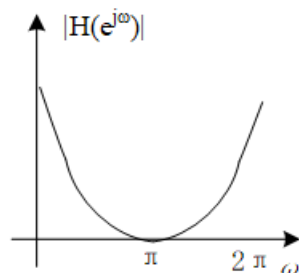
$$h(n) = \text{IZT}[H(z)]H(z) = \frac{1}{1 - 0.9z^{-1}} + \frac{0.9z^{-1}}{1 - 0.9z^{-1}}$$

$$h(n) = \text{IZT}[H(z)] = 2 \cdot 0.9^n u(n-1) + \delta(n)$$

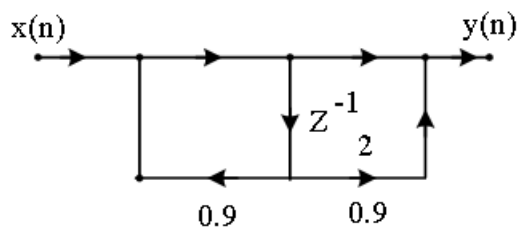
收敛域为 $|z| > 0.9$, 包含单位圆, 系统稳定。



$$(2) H(e^{j\omega}) = \frac{1+0.9e^{-j\omega}}{1-0.9e^{-j\omega}}, \text{ 幅度特性曲线图如下所示}$$



(3) 直接型结构



$$(3) y[n] = x[n]H(e^{j\omega}) = e^{j\omega_0 n} \cdot \frac{1+0.9e^{-j\omega_0}}{1-0.9e^{-j\omega_0}}$$

三、【水木路研解题】

$$(1) P_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT), \quad (F_s = T^{-1}) \quad T = 0.25$$

$$\hat{x}(t) = x(t) \cdot P_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\sin(\pi nT) + \sin(2\pi \cdot nT) + \sin(3\pi \cdot nT)] \delta(t - nT)$$

(2)

$$X(j\Omega) = -j\pi[\delta(\Omega - \pi) - \delta(\Omega + \pi) + \delta(\Omega - 2\pi) - \delta(\Omega + 2\pi) + \delta(\Omega - 3\pi) - \delta(\Omega + 3\pi)]$$

$$\hat{X}(j\Omega) = \text{FT}[\hat{x}(t)] = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\Omega - jn\Omega_s)$$

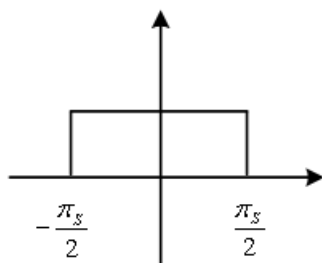
$$= -j\frac{\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\delta(\Omega - \pi - 8n\pi) - \delta(\Omega + \pi - 8n\pi) + \delta(\Omega - 2\pi - 8n\pi) - \delta(\Omega + 2\pi - 8n\pi) + \delta(\Omega - 3\pi - 8n\pi) - \delta(\Omega + 3\pi - 8n\pi)], \quad \left[\Omega_s = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.25} = 8\pi\right]$$

Ω_s 截取 $\hat{x}(j\Omega)$ 频谱 $(-4\pi, 4\pi)$

$$s = j\Omega$$

$$G(j\Omega) = 0.2s = 0.2j\Omega = 0.2 \times 2\pi f_s$$

$$Y(j\Omega) = -j\pi[\delta(\Omega - \pi) - \delta(\Omega + \pi) + \delta(\Omega - 2\pi) - \delta(\Omega + 2\pi) + \delta(\Omega - 3\pi) - \delta(\Omega + 3\pi)]$$



其实 $y(t)$ 等于 $x(t)$ 采样信号恢复了

$$Y(j\Omega) = G(j\Omega) \cdot \hat{X}(j\Omega)$$

$$y(t) = \sin(\pi t) + \sin(2\pi t) + \sin(3\pi t)$$

五、【水木路研解题】

(1) 利用实序列 DFT 圆周共轭对称性及圆周移位性质

$$X(k) = X^*(N - k)$$

$$X(5) = X^*(3) = 2 + j$$

$$X(6) = X^*(2) = -3 + j2$$

$$X(7) = X^*(1) = 4 - j3$$

(2)

$$\textcircled{1} x(0) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^7 X(k) = \frac{1}{8} (6 + 4 + j3 - 3 - j2 + 2 - j + 4) = 2$$

②根据圆周循环移位性质

$$x_m(n) = x((n+m))_N R_N(n)$$

$$X_m(k) = e^{j\frac{2\pi}{N}km} X(k)$$

$$\begin{aligned} x(4) = x_4(0) &= \frac{1}{8} \sum_{k=0}^7 X_4(k) W_8^{-nk} = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^7 (-1)^k X(k) \\ &= \frac{1}{8} (6 - 4 - j3 - 3 - j2 - 2 + j + 4 - 2 - j - 3 + j2 - 4 + j3) \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \sum_{n=0}^7 x(n) = \sum_{n=0}^7 x(n) e^{-\frac{2\pi}{8}nk} \Big|_{k=0} = X(0) = 6$$

④帕塞瓦尔定理:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^7 |x(n)|^2 &= \frac{1}{8} \sum_{k=0}^7 |X(k)|^2 \\ &= \frac{1}{8} [6^2 + (4 + j3)^2 + (3 - j2)^2 + (2 - j)^2 + 4^2 + (2 + j)^2 + (-3 + j2)^2 \\ &\quad + (4 - j3)^2] \\ &= 17.25 \end{aligned}$$

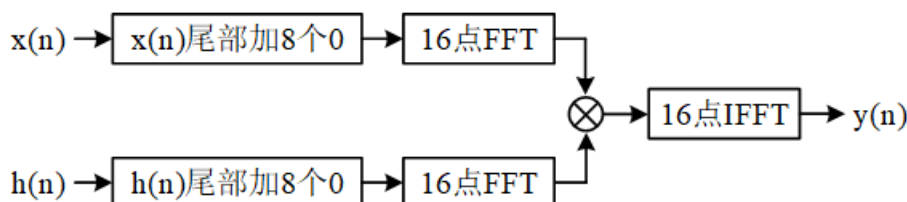
六、【水木路研解题】

$$(1) y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m) h(n-m)$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} 0.5^{n-m} R_8(n-m) \cdot R_8(m) = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ 2 - 0.5^n & 0 \leq n \leq 7 \\ 2^8 \cdot 0.5^n - 2^{-7} & 8 \leq n \leq 14 \\ 0 & 15 < n \end{cases}$$

(2) 对 $x(n)$, $h(n)$ 分别作 16 点 DFT 相乘后再做 16 点 IDFT $y_1(n)$ 的波形和 $y(n)$ 一样, 即 $y_1(n) = y(n)$

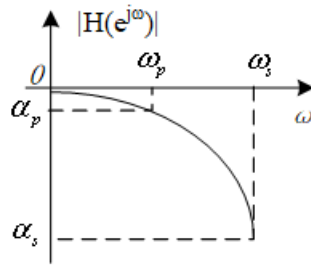
(3) 快速卷积法



FFT 和 IFFT 最小计算区间为 16, $L=16$

七、【水木路研解题】

(1)



$$(2) \quad \Omega_p = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_p}{2} = 2 \tan 0.1\pi = 0.6498 \text{ rad/s}$$

$$\Omega_s = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_s}{2} = 2 \tan 0.46\pi = 15.8316$$

设计过渡模拟

$$\lambda_{sp} = \frac{\Omega_s}{\Omega_p} = 24.36385$$

$$k_{sp} = \sqrt{\frac{10^{\alpha_s/10} - 1}{10^{\alpha_p/10} - 1}} = \sqrt{\frac{10^2 - 1}{10^{0.1} - 1}} = 19.55$$

$$N = \frac{\lg k_{sp}}{\lg \lambda_{sp}} = \frac{\lg 19.55}{\lg 24.363} = \frac{1.2911}{1.3858} = 0.93 \approx 1$$

$$G_a(p) = \frac{1}{p+1} \quad \text{极点: } -1$$

计算 Ω_c

$$\Omega_c = \Omega_p (10^{0.1\alpha_p} - 1)^{-\frac{1}{2N}} = 0.6498 (10^{0.1} - 1)^{-\frac{1}{2}} = 1.277$$

$$P = \frac{s}{\Omega_c} \Rightarrow H_a(s) = \frac{1}{\frac{s}{\Omega_c} + 1} = \frac{\Omega_c}{s + \Omega_c} = \frac{1.277}{s + 1.277}$$

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} (T=1)} = \frac{\Omega_c}{2 \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + \Omega_c}$$

$$= \frac{1.277 + 1.277z^{-1}}{2 - 2z^{-1} + 1.277 + 1.277z^{-1}}$$

$$= \frac{1.277z^{-1} + 1.277}{-0.723z^{-1} + 3.277}$$

$$= \frac{1.28z^{-1} + 1.28}{-0.72z^{-1} + 3.28}$$

(3)

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1.28z^{-1} + 1.28}{-0.72z^{-1} + 3.28}$$

所以系统差分方程为

$$3.28y(n) - 0.72y(n-1) = 1.28x(n) + 1.28x(n-1)$$

(4) 与脉冲响应法相比双线性法的缺点： ω 与 Ω 是非线性变换，的在高频处有较大失真

拓展:

脉冲响应不变法	优点	缺点
	$\Omega \rightarrow \omega$ 转换是线性的	会产生频谱混叠现象, 只适合带限
双线性变换法	克服多值映射关系 消除频率混叠	时域到频域是非线性的, 在高频处有较大失真