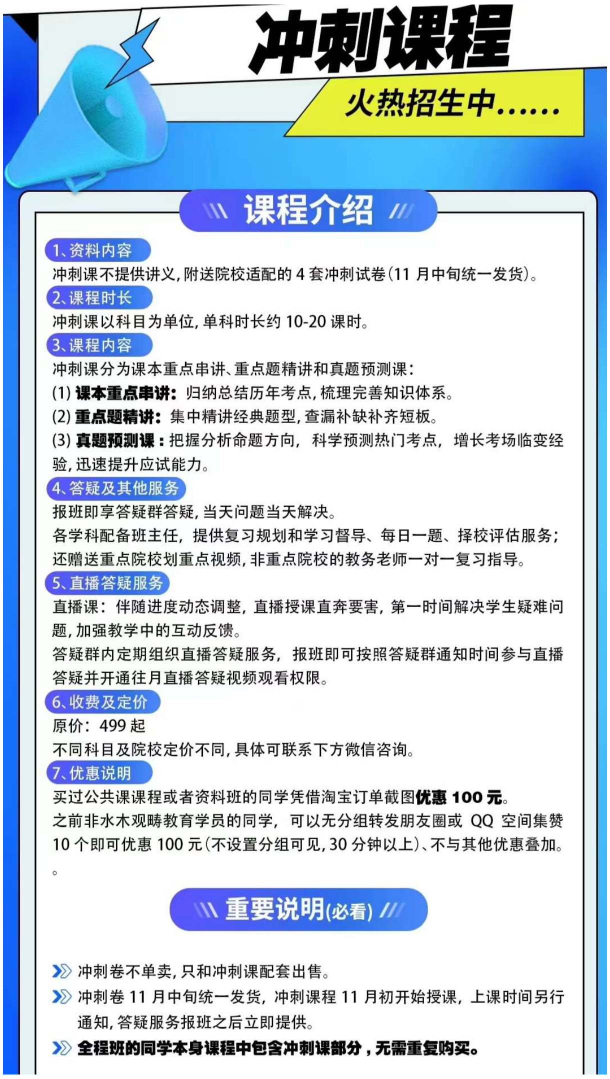
电磁场考研真题 PDF

一只通信考研的er

南京理工大学821

上海大学830

需要报班、择校、答疑、求职就业问题可加我私人微信，也有个交流群，可以加一下



- 本文档适合大家把本校真题做完后用来查漏补缺使用，也当作模拟啦，有答案，有解析，有视频讲解，相当 nice~
- 当然也适合 24 考研刚开始准备考研的同学拿来了解信号考什么使用~
- Ps: 另外我们这边也有针对冲刺的课程，里面包含 4 套模拟卷，全程的答疑服务，20 小时的冲刺课程，另外我们前面还有一些专题直播，也都附赠一起了,还有就是重点院校的划重点视频赠送，非重点院校的教务老师一对一复习指导，还有班主任监督，每日一题。这个冲刺班用于查漏补缺都还是挺不错的,如有需要的话可以联系我，具体的介绍可以参考上图

南京理工大学2019年硕士学位研究生入学考试试题

（考生注意：全部答案必须写在答题纸上否则后果自负！）

考试科目代码：821　　　　考试科目：电磁场与电磁波

注：①所有答案必须写在答题纸或答题卡上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；
②本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

注：$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}\mathrm{F/m}$，$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\mathrm{H/m}$，$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$

一、判断题（每题 2 分，共 20 分，填对、错或√、×）：

1.均匀平面波在良导体中传播时电场能量和磁场能量相等。（　　）

2.静电场不仅是有源场，并且还是无旋场。（　　）

3.分析磁场时，引入磁矢势$\vec{A}$，并令$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$，这样做的依据是$\nabla \times \mathrm{B} = \mu(\vec{J} + \partial \vec{D}/\partial t)$。（　　）

4.$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$表明，电位移矢量仅由自由电荷决定。（　　）

5.均匀平面波在无界理想介质传播，电磁波的相速与频率有关。（　　）

6.平面波的群速度，有可能超过光速。（　　）

7.在洛伦兹条件下，矢量位和标量位都满足达朗贝尔方程。（　　）

8.横电磁波是电场、磁场与传播方向相互垂直的均匀平面波。（　　）

9.对于恒定磁场，公式$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$表明磁场强度矢量仅由自由电流决定。（　　）

10.在导电媒质中，电磁波的相速度等于光速。（　　）

二、填空题（每空 2 分，共 20 分）

1．给定标量位$\varphi = x - ct$及矢量位$\vec{A} = \vec{e}_x(x/c - t)$，式中$c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$，则磁感应强度$\vec{B}$=______，电场强度$\vec{E}$=______。

2．均匀平面波从空气垂直入射到某电介质平面时，空气中的驻波比为 3，介质平面上为驻波电场最小点,则分界面上的反射系数为______。

3.均匀平面波在理想介质中传播。其电场振幅矢量为$\vec{E}_m = \vec{e}_x 2 + \vec{e}_y(-2) + \vec{e}_z (kV/m)$，磁场强度振幅矢量为$\vec{H}_m = \vec{e}_x 2 + \vec{e}_y 4 + \vec{e}_z 4 (A/m)$，则波传播方向的单位矢量$\vec{e}_k =$______，波阻抗$\eta =$______。

4、在照相机的镜头上有一种消除反射的敷层，称为 1/4 波长匹配层。现有频率为 10GHz 的均匀平面波从空气垂直入射到$\varepsilon = 4\varepsilon_0$，$\mu = \mu_0$的理想介质平面上，

为了消除反射，在媒质表面涂上 1/4 波长匹配层，该匹配层的相对介电常数为______。

5.在线性、各向同性媒质中，电场能量密度w_e表示为___，磁场能量密度w_m表示为______。

6.海水的电导率为$\sigma = 4S/m$，相对介电常数为$\varepsilon_r = 81$，频率为$5 \times 10^6 Hz$的电磁波在海水中的衰减系数为______，趋肤深度为______。

三、简答题（每题 5 分，共 20 分）

1、时变电磁场中，电介质的损耗特性是如何定义的？简述低频情况和高频情况下损耗特性的主要区别。

2、解释电磁波的极化概念。若两个相互垂直的线极化波叠加形成右旋圆极化波，需要满足哪些条件？

3、镜像法求解的基本思想是什么?根据唯一性定理，确定镜像电荷的原则是什么?

4、写出复数形式的麦克斯韦方程组，并简述它与瞬时形式有何区别。

四、（10 分）证明：在不同磁介质分界面上，矢量磁位$\vec{A}$的切向分量是连续的。

五、（10 分）证明：在有电荷密度ρ和电流密度$\vec{J}$的均匀无损耗媒质中，电场强度和磁场强度的波动方程是

$$\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=\mu\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}+\nabla\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right),\nabla^2\vec{H}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=-\nabla\times\vec{J}$$

六、（10 分）理想介质（参数为$\mu=\mu_0,\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0,\sigma=0$）中有一均匀平面波沿$+x$方向传播，已知其电场瞬时值表达式为$\vec{E}(x,t)=\vec{e}_y 377\cos(10^9 t-5x)$，求：

（1）该理想介质的相对介电常数；

（2）与$\vec{E}(x,t)$相伴的磁场$\vec{H}(x,t)$；

（3）该平面波的平均能流密度。

七、（15 分）判断下列波的极化情况（如果是圆极化或椭圆极化请说明是左旋还是右旋）。

（1）$\vec{E}=\vec{e}_x e^{j20z}-\vec{e}_y j e^{j20z}$

（2）$\vec{E}(z,t)=\vec{e}_x 15\sin(\omega t-10z)-\vec{e}_y 15\cos(\omega t-10z)$

（3）$\vec{E}=5(\vec{e}_x-j\vec{e}_y)e^{-j2z}+4(\vec{e}_x+j\vec{e}_y)e^{-j2z}e^{j\frac{\pi}{6}}$

（4）$\vec{E}=[2(1+j)\vec{e}_x+2(1-j)\vec{e}_y]e^{-jkz}$

（5）$\vec{E}=[-\vec{e}_x-\sqrt{5}\vec{e}_y+\sqrt{3}\vec{e}_z]e^{-j0.3\pi(2x-\sqrt{5}y-\sqrt{3}z)}$

八、（10 分）同轴电缆的内导体半径为 a,外导体内半径为 c,内、外导体之间填充有两层损耗介质，其介电常数分别为ε_1和ε_2，电导率分别为σ_1和σ_2，两层介质的分界面为同轴圆柱面，分界面半径为 b。当外加电压为U_0时，求：

（1）介质中电流密度和电场强度分布；

（2）同轴电缆单位长度的电容。

九、（10 分）无限大的介质中外加均匀电场$\vec{E}_0=\vec{e}_z E_0$，在介质中有一半经为 a 的球形空腔。已知介质的介电常数为ε，求：

（1）空腔内、外的电场强度；

（2）空腔表面的极化电荷密度。

十、（10 分）由半径为 a 的两圆形导体平板构成一平行板电容器，间距为 d。两极板间充满介电常数为ε，电导率为σ的媒质。设两极板间外加缓变电压$u=U_m\cos\omega t$，略去边缘效应，求：

（1）电容器内的瞬时坡印廷矢量和平均坡印廷矢量；

（2）进入电容器的平均功率。

十一、（15 分）已知$z<0$ 区域中媒质 1 的参数：$\sigma_1=0$、$\varepsilon_{r1}=4$、$\mu_{r1}=1$；在$z>0$ 区域中媒质 2 的参数：$\sigma_2=0$、$\varepsilon_{r2}=10$、$\mu_{r2}=4$；一个角频率为$\omega=5\times10^8 rad/s$的均匀平面波从媒质 1 垂直入射到分界面上。设入射波是沿 x 方向的线极化波，在$t=0$ 和$z=0$ 时入射波电场振幅为 2.4V/m。求：

（1）相位常数β_1和β_2；

（2）反射系数Γ；

（3）媒质 1 和媒质 2 中的电场强度$\vec{E}_1(z,t)$和$\vec{E}_2(z,t)$。

南京理工大学 2019 年硕士研究生入学考试试题答案

一、判断题（每题 1 分、共 20 分，填对、错，或√、×）

1.【水木珞研解析】错。均匀平面波在良导体终传播时电场能量小于磁场能量。在理想介质中，电场能量等于磁场能量。

2.【水木珞研解析】对。静电场是有源无旋场。

3.【水木珞研解析】错。
$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$的依据是$\nabla\cdot\vec{B}=0$。

4.【水木珞研解析】错。确定一个矢量需要由散度和旋度共同确定，因此仅仅由散度确定是错误的。

5.【水木珞研解析】错。均匀平面波在无界理想介质传播，相速与率无关。在导电媒质中传播，电磁波的相速与频率有关。

6.【水木珞研解析】错。波的包络传播速度称为群速度，用v_g表示，它代表了电磁波能量的传播速度，小于光速。

7.【水木珞研解析】对。

8.【水木珞研解析】对。

9【水木珞研解析】错。确定一个矢量需要由散度和旋度共同确定，因此仅仅由旋度确定是错误的。

10.【水木珞研解析】错。电磁波在真空（空气、自由空间）的相速度等于光速；在理想介质中相速度为$\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$，与频率无关；在导电媒质中相速度与频率有关，不等于光速。

二、填空题（每空 2 分，共 20 分）

1.【水木珞研解析】$\vec{B}=\begin{vmatrix}\vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_x & 0 & 0\end{vmatrix}=\vec{e}_y\frac{\partial A_z}{\partial z}-\vec{e}_z\frac{\partial A_y}{\partial y}=0$，

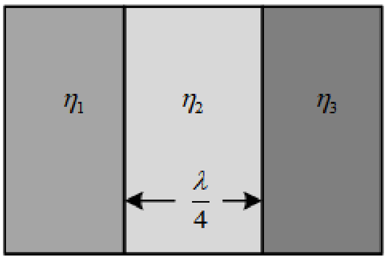
$\vec{E}=-\nabla\varphi-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}=-\vec{e}_x\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\vec{e}_z=-\vec{e}_x+\vec{e}_z=0$。

2.【水木珞研解析】$S=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=3$，$1+|\Gamma|=3(1-|\Gamma|)$，
$|\Gamma|=\frac{1}{2}$，介质平面上为驻波电场最小点，所以取$\Gamma=-\frac{1}{2}$。

3.【水木珞研解析】电场强度方向的单位矢量为

$\vec{e}_E = \frac{\vec{E}_m}{|\vec{E}_m|} = \frac{1}{3}(\vec{e}_x 2 - \vec{e}_y 2 + \vec{e}_z)$；
磁场强度方向的单位矢量为
$\vec{e}_H = \frac{\vec{H}_m}{|\vec{H}_m|} = \frac{1}{3}(\vec{e}_x + \vec{e}_y 2 + 2\vec{e}_z)$；
波的传播方向
$\vec{e}_n = \vec{e}_E \times \vec{e}_H = \frac{1}{3}(-\vec{e}_x 2 - \vec{e}_y + \vec{e}_z 2)$；
$\eta = \frac{|\vec{E}_m|}{|\vec{H}_m|} = \frac{3000}{6} = 500(\Omega)$.

4. **【水木珞研解析】** 已知$\eta_1 = \eta_0$，$\eta_3 = \frac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_{r3}}} = \frac{\eta_0}{2}$，
则匹配层的本征阻抗为$\eta_2 = \sqrt{\eta_1 \eta_3} = \sqrt{\eta_0 \cdot \frac{\eta_0}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\eta_0$，
所以$\varepsilon_{r2} = 2$。



5. **【水木珞研解析】** $w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$，$w_m = \frac{1}{2}\mu H^2$。

6. **【水木珞研解析】** $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_r\varepsilon_0} = \frac{4}{2\pi \times 5 \times 10^6 \times 81 \times \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}} = \frac{16}{9} \times 10^2 \gg 1$，
衰减系数$\alpha = \sqrt{\pi f \mu \sigma} = \sqrt{\pi \times 5 \times 10^6 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4} = 2\sqrt{2}\pi(\mathrm{rad/m})$，
趋肤深度$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi}(\mathrm{m})$。

三、简答题（每题 5 分，共 20 分）

1、**【水木珞研解析】** 电介质受到极化时，存在电极化损耗。对于存在电极化损耗的电介质，有$\varepsilon_c = \varepsilon' - j\varepsilon''$，称为复介电常数或复电容率，其虚部为大于零的数，表示电介质的电极化损耗。在高频情况下，实部和虚部都是频率的函数。在工程上，通常用损耗角正切$\tan\delta_c = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$来表征电介质的损耗特性。对于同时存在电极化损耗和欧姆损耗的电介质，复介电常数为$\varepsilon_c = \varepsilon' - j(\varepsilon'' + \frac{\sigma}{\omega})$。

2、**【水木珞研解析】** 电磁波的极化是指在电磁波传播空间给定点处，电场强度矢量的端点随时间变化的轨迹。
一般情况下，沿$+z$方向传播的均匀平面波，其中

$$\vec{E}(z,t) = \vec{e}_x E_{xm}\cos(\omega t - kz + \phi_x) + \vec{e}_y E_{ym}\cos(\omega t - kz + \phi_y)$$

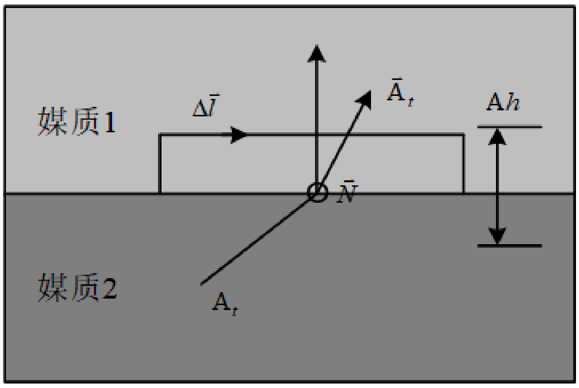
若$E_{xm} = E_{ym}$，$\phi_y - \phi_x = -\frac{\pi}{2}$，则是右旋圆极化波。

3、**【水木珞研解析】**
（1）镜像法的原理：是在所研究场域以外的某些适当的位置上，用一些虚设的

电荷（称为镜像电荷）等效替代导体表面的感应电荷或介质分界面上的极化电荷。这样就把原来的边值问题转换为均匀无界空间中的问题求解。
根据唯一性定理，只要虚设电荷与场域内有限的实际电荷一起所产生的电场满足原问题的边界条件，所得结果就是原问题的解。
（2）确定镜像电荷的两条原则；
（a）像电荷必须位于所求解的场区域以外的空间中。
（b）像电荷的个数、位置及电荷量的大小以满足所求解的场区域。
镜像法的理论依据是唯一性定理。镜像法属于解析法。

4、【水木珞研解析】复数形式：$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}+j\omega\vec{D}$；
$\nabla\times\vec{E}=-j\omega\vec{B}$；
$\nabla\cdot\vec{B}=0$；
$\nabla\cdot\vec{D}=\rho$。
复数形式与瞬时形式的区别是：
（1）复数形式中的电磁场矢量$\vec{E}$、$\vec{D}$、$\vec{H}$、$\vec{B}$均为复数形式，而瞬时形式中电磁场矢量$\vec{E}$、$\vec{D}$、$\vec{H}$、$\vec{B}$均为瞬时值形式；
（2）复数形式中为$j\omega$，瞬时形式中为$\frac{\partial}{\partial t}$。

四、【水木珞研解析】
证明：在介质分界面两侧，选取如图所示的小环路，令$\Delta h\to 0$，则由



$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$得到

$$\int_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_S\nabla\times\vec{A}\cdot d\vec{S}=\oint_C\vec{A}\cdot d\vec{L}$$

因为$\vec{B}$有限值，$\Delta h\to 0$，所以回路面积趋于零。
$\lim\limits_{\Delta h\to 0}\int_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=0$，
则$\oint_C\vec{A}\cdot d\vec{L}$，可得
$\vec{A}_1\cdot\Delta\vec{L}-\vec{A}_2\cdot\Delta\vec{L}=0$，$(\vec{A}_1-\vec{A}_2)\cdot(\vec{N}\times\vec{e}_n)\Delta l=0$，即$A_{1t}=A_{2t}$。

五、【水木珞研解析】$\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=\mu\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}+\nabla\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)$，$\nabla^2\vec{H}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=-\nabla\times\vec{J}$
证明：（1）因为是在均匀无损耗媒质中有源条件下，所以
$\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$，（1）
且$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$，（2）

式（1）两边取旋度，可以得到

$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=\nabla\times\left(-\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right)=-\mu\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\vec{H})$，代入（2）式，

结合矢量恒等式得到$\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{J}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$，

因为是有源区域$\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon}$，

所以$\nabla(\frac{\rho}{\varepsilon})-\nabla^2\vec{E}=-\mu\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$；

$\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=\frac{1}{\varepsilon}\rho^2+\mu\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}$；

对$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$两边取旋度，即$\nabla\times(\nabla\times\vec{H})=\nabla\times\left(\vec{J}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$，

结合矢量但等式得到

$$\nabla(\nabla\cdot\vec{H})-\nabla^2\vec{H}=\nabla\times\vec{J}-\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right)$$

因为$\nabla\cdot\vec{H}=0$，所以$\nabla^2\vec{\vec{H}}-\mu E\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=-\nabla\times\vec{J}$。

六、【水木珞研解析】

（1）本题目中$E_m=377$，与波阻抗η_0数值相等，即$E_m=\eta_0$，

因为理想介质中$k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_r\varepsilon_0}$；

$k=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_r}$，$\sqrt{\varepsilon_r}=\frac{kc}{\omega}=\frac{5\times3\times10^6}{10^9}=1.5$，$\varepsilon_r=2.25$；

（2）$\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r\varepsilon_0}}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}\eta_0$；

波沿着$+x$方向传播；

相伴的磁场$\vec{H}(x,t)=\frac{1}{\eta}\vec{e}_x\times\vec{e}_y\eta_0\cos(10^9t-5x)=\vec{e}_z1.5\cos(10^9t-5x)(\mathrm{A/m})$

（3）电场强度复数形式$\vec{E}(x)=\vec{e}_y377e^{-j5x}(\mathrm{V/m})$，

磁场强度复数形式$\vec{H}(x)=\vec{e}_z377e^{-j5x}(\mathrm{V/m})$

平均坡印廷矢量$\vec{\vec{S}}_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\vec{E}\times\vec{H}^*]\vec{e}_x282.75\mathrm{W/m^2}$

七、

（1）【水木珞研解析】波沿$-z$方向传播，，$\phi_x=0$，$\phi_y=-\frac{\pi}{2}$，$\phi_y-\phi_x=-\frac{\pi}{2}$，幅度相同，所以是左旋圆极化波；

（2）【水木珞研解析】波沿$+z$方向传播，$\phi_y=-\pi$，$\phi_x=-\frac{\pi}{2}$，$\phi_y-\phi_x=-\frac{\pi}{2}$，幅度相同，所以为右旋圆极化波。

（3）【水木珞研解析】波沿$+z$方向传播，

$\tan\phi_c=\frac{2}{5+2\sqrt{3}}$，$\phi_0=\arctan\left(\frac{2}{5+2\sqrt{3}}\right)=13.29°$；

$\tan\phi_y=\frac{-5+2\sqrt{3}}{-2}$，$\phi_y=\arctan\left(\frac{-5+2\sqrt{3}}{-2}\right)=-142.48°$；

$\phi_y-\phi_x=-142.48°-13.29°=-155.77°$，且幅度不相同，所以是右旋椭圆极化波。

（4）【水木珞研解析】波沿$+z$方向传播，$\phi_x=\frac{\pi}{4}$，$\phi_y=-\frac{\pi}{4}$，$\phi_y-\phi_x=-\frac{\pi}{2}$，幅度相同，所以为右旋圆极化波；

（5）【水木珞研解析】相位差=0，所以是线极化波。

八、【水木珞研解析】

（1）设同轴电缆中单位长度的径向电流为I，则由$\int_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=I$可得电流密度。

$$\vec{J}=\vec{e}_\rho \frac{I}{2\pi\rho}(a<\rho<c)$$

介质中的电场$\vec{E}_1=\vec{e}_\rho \frac{I}{2\pi\rho\sigma_1}(a<\rho<b)$，

$$\vec{E}_2=\vec{e}_\rho \frac{I}{2\pi\rho\sigma_2}(b<\rho<c)$$

由于$U_0=\int_a^b \vec{E}_1 \mathrm{d}\rho+\int_b^c \vec{E}_2\,\mathrm{d}\rho=\frac{I}{2\pi\sigma_1}\ln\frac{b}{a}+\frac{I}{2\pi\sigma_2}\ln\frac{c}{b}$，

于是得到$I=\frac{2\pi\sigma_1\sigma_2 U_0}{\sigma_2\ln(b/a)+\sigma_1\ln(c/b)}$，

故两种介质中的电流密度和电场强度分别为

$$\vec{J}=\vec{e}_\rho \frac{\sigma_1\sigma_2 U_0}{\rho[\sigma_2\ln(b/a)+\sigma_1\ln(c/b)]}(a<\rho<c)$$

$$\vec{E}_1=\vec{e}_\rho \frac{\sigma_2 U_0}{\rho[\sigma_2\ln(b/a)+\sigma_1\ln(c/b)]}(a<\rho<b)$$

$$\vec{E}_2=\vec{e}_\rho \frac{\sigma_1 U_0}{\rho[\sigma_2\ln(b/a)+\sigma_1\ln(c/b)]}(b<\rho<c)$$

（2）漏电导为$G=\frac{I}{U_0}=\frac{2\pi\sigma_1\sigma_2}{\sigma_2\ln(b/a)+\sigma_1\ln(c/b)}$

由静电场和恒定电场的比拟可以得到

$$C=\frac{q}{U_0}=\frac{2\pi\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_2\ln(b/a)+\varepsilon_1\ln(c/b)}$$

九、【水木珞研解析】

在电场E_0的作用下，介质产生极化，空腔表面形成极化电荷，空腔内外的电场强度 E 为外加电场E_0和极化电荷的电场E_p的叠加，设空腔内外的电位分别为$\varphi_1(r,\theta)$和$\varphi_2(r,\theta)$，则边界条件为：

①$r\to\infty$时，$\varphi_2(r,\theta)\to -E_0 r\cos\theta$；

②$r=0$ 时，$\varphi_1(r,\theta)$为有限值；

③$r=a$时，$\varphi_1(a,\theta)=\varphi_2(a,\theta)$，$\varepsilon_0\frac{\partial\varphi_1}{\partial r}=\varepsilon\frac{\partial\varphi_2}{\partial r}$，

由条件①和②，可设

$\varphi_1(r,\theta)=-E_0 r\cos\theta+A_1 r\cos\theta$，

$$\varphi_2(r,\theta)=-E_0 r\cos\theta+A_2 r^{-2}\cos\theta$$

代入条件③，有

$A_1 a=A_2 a^{-2}$，$-\varepsilon_0 E_0+\varepsilon_0 A_1=-\varepsilon E_0-2\varepsilon a^{-3}A_2$，

由此解得

$A_1=-\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{2\varepsilon+\varepsilon_0}E_0$，$A_2=-\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{2\varepsilon+\varepsilon_0}a^3 E_0$

所以$\varphi_1(r,\theta)=-\frac{3\varepsilon}{2\varepsilon+\varepsilon_0}E_0 r\cos\theta$，

$\varphi_2(r,\theta)=-\left[1+\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{2\varepsilon+\varepsilon_0}\left(\frac{a}{r}\right)^3\right]E_0 r\cos\theta$，

空腔内、外的电场为

$\vec{E}_1=-\nabla\varphi_1(r,\theta)=\frac{3\varepsilon}{2\varepsilon+\varepsilon_0}\vec{E}_0$，

$\vec{E}_2=-\nabla\varphi_2(r,\theta)=\vec{E}_0-\frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)E_0}{2\varepsilon+\varepsilon_0}\left(\frac{a}{r}\right)^3\left[\vec{e}_r 2\cos\theta+\vec{e}_\theta\ \sin\theta\right]$，

空腔表面的极化电荷面密度为

$\rho_{SP}=-\vec{e}_n\cdot\vec{P}_2|_{r=a}=-\vec{e}_r\cdot(\varepsilon-\varepsilon_0)\cdot\vec{E}_2|_{r=a}=-\frac{3\varepsilon_0(\varepsilon-\varepsilon_0)}{2\varepsilon+\varepsilon_0}E_0\cos\theta$。

十、【水木珞研解析】

（1）

电容器中的电场$\vec{E}=\vec{e}_z\frac{u}{d}=\vec{e}_z\frac{U_m}{d}\cos\omega t$；因为$\oint_C\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_S\left(\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$

而且$\vec{J}=\sigma\vec{E}=\vec{e}_z\frac{\sigma U_m}{d}\cos\omega t$，$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}=\vec{e}_z\frac{\varepsilon U_m}{d}\cos\omega t$，$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=-\vec{e}_z\frac{\varepsilon\omega U_m}{d}\sin\omega t$，所以$H\cdot 2\pi\rho=\frac{\sigma U_m}{d}\cos\omega\cdot\pi\rho^2-\frac{\sigma\omega U_\pi}{d}\sin\omega t\cdot\pi\rho^2$；

$H=\frac{U_m\rho}{2d}(\sigma\cos\omega t-\varepsilon\omega\sin\omega t)$，$\vec{H}=\vec{e}_\phi\frac{U_m\rho}{2d}(\sigma\cos\omega t-\varepsilon\omega\sin\omega t)$

$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}=\vec{e}_z\times\vec{e}_\phi\left[\frac{\sigma U_m}{d}\cos\omega t\cdot\frac{U_m\rho}{2d}(\sigma\cos\omega t-\varepsilon\omega\sin\omega t)\right]$；

$=-\vec{e}_\rho\frac{U_m^2\rho}{2d^2}\left(\sigma\cos^2\omega t-\frac{\varepsilon\omega}{2}\sin 2\omega t\right)$；

$\vec{S}_{av}=\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\vec{S}\mathrm{d}t=\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\left[-\vec{e}_\rho\frac{U_m^2\rho}{2d^2}\left(\sigma\cos^2\omega t-\frac{\varepsilon\omega}{2}\sin 2\omega t\right)\right]\mathrm{d}t=-\vec{e}_\rho\frac{\sigma U_m^2\rho}{4d^2}$，

（2）进入电容器的平均功率$P'_{av}=-\oint_S\vec{S}_{av}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$，而

$P'_{av}=-\oint_S\vec{S}_{av}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{\sigma U_m^2 a}{4d^2}\cdot 2\pi ad=\frac{U_m^2\pi a^2}{2d}$；

热耗功率时值$P=\int_V Pdt\,dV=\int_V\sigma\frac{U_m^2}{d^2}\cos^2\omega t dV=\frac{U_m^2}{d^2}\cos^2\omega t\cdot\pi a^2 d$

平均热损耗功率 P$P_{av}=\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}Pdt=\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\frac{U_m^2}{d^2}\cos^2\omega t\cdot\pi a^2 d dt=\frac{U_m^2\pi a^2}{2d}$，$P'_{av}=P_{av}$。

十一、【水木珞研解析】

（1）$\beta_1=\omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_1}=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{\mu_{r1}\varepsilon_{r1}}=\frac{5\times10^8}{3\times10^8}\times 2=3.33(\mathrm{rad/m})$；

$$\beta_2=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{\mu_{r2}\varepsilon_{r2}}=\frac{5\times10^8}{3\times10^8}\sqrt{10\times 4}=10.54(\mathrm{rad/m})$$

（2）$\eta_1=\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}=\eta_0\sqrt{\frac{\mu_{r1}}{\varepsilon_{r1}}}=\frac{1}{2}\eta_0=60\pi(\Omega)$

$$\eta_2=\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}=\eta_0\sqrt{\frac{\mu_{r2}}{\varepsilon_{r2}}}=\eta_0\sqrt{\frac{4}{10}}\approx 75.9\pi$$

$\Gamma=\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}=\frac{75.9-60}{60+75.9}=0.117$；

（3）媒质 1 中的电场强度：

$$\begin{aligned}\vec{E}_1(z)&=\vec{E}_i(z)+\vec{E}_r(z)=\vec{e}_x\vec{E}_{im}(e^{-j\beta_1 z}+\Gamma e^{j\beta_1 z})\\&=\vec{e}_x\vec{E}_{im}[(1+\Gamma)e^{-j\beta_1 z}+j2\Gamma\sin(\beta_1 z)]\\&=\vec{e}_x 2.4(1.117e^{-j3.33z}+j0.234\sin 3.33z)(\mathrm{V/m})；\end{aligned}$$

媒质 2 中的电场强度：

$$\tau=\frac{2\eta_2}{\eta_1+\eta_2}\approx 1.12；$$

$$\vec{E}_2(\mathrm{z}) = \vec{e}_x E_{\mathrm{im}} e^{-j\beta_2 z} = \vec{e}_x \tau E_{\mathrm{im}} \mathrm{e}^{-j\beta_2 z}$$
$$= \vec{e}_x 1.12 \times 2.4 \mathrm{e}^{-j0.54z} = \vec{e}_x 2.68 \mathrm{e}^{-j10.54z};$$
$$\vec{E}_2(z,t) = \vec{e}_x 2.68\cos(5 \times 10^8 t - 10.54z)(\mathrm{V/m})$$

上海大学 2018 年硕士研究生入学考试试题

（考生注意：全部答案必须写在答题纸上否则后果自负!）

考试科目代码：830　　　　考试科目：电磁场理论基础

注：①所有答案必须写在答题纸或答题卡上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；
②本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、简答题

1、写出麦氏方程组的积分形式及相应名称

2、导出真空无源区域电场强度E的波动方程

注：$\nabla\times\nabla\times\vec{A}=\nabla(\nabla\cdot\vec{A})-\nabla^2\vec{A}$

二、填空题

①边界条件的一般式

②平面波在良导体中传播特性：设一均匀平面波在海水中的传播常数为$\dot{k}=\beta-j\alpha$，它在 z=0 处电场强度复矢量为$\hat{y}E_0$，则在海水中沿 z 向传播 L 距离后，其电场强度复矢量为 ________________；若视海水为良导体，其衰减常数α与集肤深度δ的关系是$\alpha=$______；当$L=2\delta$时，其平均功率密度将衰减至______倍，折合______分贝。

③TEM 波、TE 波、TM 波传播的特点

④已知电场瞬时矢量为$\vec{E}(t) = \hat{x}E_0\cos(\omega t + kz) + \hat{y}E_0 3\sin(\omega t + kz)$
它的复矢量表达式为：（11）$\vec{E} =$____________________；它的传播方向是（12）__________；它是（13）__________旋，（14）__________极化波；（15）它的相速$v_p =$__________。

三、
如图 1 所示，内半径为a，外半径为b。内圆柱表面电荷密度为σ_1，外圆柱表面电荷为σ_2
（Ⅰ）求$r < a$，$a < r < b$，$b < r$时的电场强度；
（Ⅱ）当a与b什么关系时，电场强度为 0。

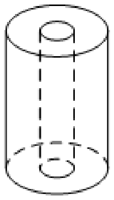


图 1：圆柱

四、一段长直导线L，半径为a，电导率为σ，设沿线通过直流I，电流均匀分布在导线横截面。

求（Ⅰ）长直导线表面电场强度矢量$\vec{E}$及磁场强度矢量$\vec{H}$

（Ⅱ）导体表面的坡印延矢量$\vec{S}$

（Ⅲ）证明导体内热损耗功率是I^2R（$R = L/\delta\pi a^2$）

（Ⅳ）证明坡印廷定理（Ⅲ）等于输入导体表面的电磁场总功率

五、（16 分）半无限长导体槽如图 2 所示，上下壁均接地，槽底$x = 0$ 处有励电压U_0。

1.（4 分）写出该导体槽内任意点电位$\phi(x,y)$所满足的边界条件；

2.（2 分）写出电位$\phi(x,y)$所满足分方程；

3.（7 分）证明该导体槽内任意点的电位函数为

$$\phi(x,y) = \frac{4U_0}{\pi}\sum_{n=1,3,5,\cdots}\frac{1}{n}e^{-\frac{n\pi x}{d}}\sin\frac{n\pi y}{d}$$

4.（3 分）求该导体槽内的电场强度$\vec{E}$。

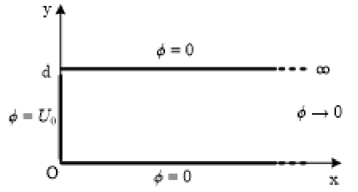


图 2

六、如图 3 所示，一平面波由空气垂直入射于介电常数为 $9\varepsilon_0$的理想介质平面，其电场复矢量为$E_i = \hat{y}2E_0 e^{-jkz}$，$k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$

1、求反射长E_r和透射场E_t；
2、求①区电场复矢量E_1，并画出$|E_1|$分布草图、标出其波节和波腹点的 z 坐标；
3、求②区$z = \frac{\lambda_2}{6}$处的电场和磁场强度复矢量E_2、H_2；
4、透射波平均功率流密度是入射波功率流密度的百分之多少？

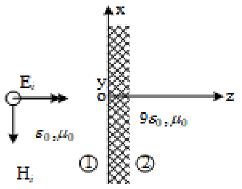


图 3

七、一均匀平面波自空气入射于$z = 0$ 处的$\varepsilon_r = 9$，$\mu_r = 1$ 理想介质表面，入射电场为

$$\overline{E}_i = (\sqrt{3}\hat{x} - \hat{z})\frac{E_0}{2}e^{-j\pi(x+\sqrt{3}z)/2}$$

求：（a）入射波传播方向$\hat{s}_i$，入射角θ_i、折射角θ_2；
（b）入射波磁场强度$\overline{H}_i$和反射波电场强度$\overline{E}_r$，并算出分界面上单位面积反射功率占入射功率的百分比；
（c）欲使分界面上单位面积的反射功率百分比为零，应如何选择入射角？
（d）试证明该入射角时分界面上单位面积的透射功率百分比τ为 100%。

八、已知一电流元放置在坐标原点处。它的远区场电场强度复矢量为$\vec{E} = \hat{\theta} j \frac{\eta_0 Il}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jkr}$

（Ⅰ）利用对偶原理写出相应位置上磁流元的远区场的电磁场强度复矢量$\overrightarrow{E^m}$、$\overrightarrow{H^m}$

（Ⅱ）写出$F(\theta,\varphi)$，并概画其E面方向图

（Ⅲ）电流元最大辐射方向远区 1km 处电场强度振幅为$|E_0| = 2\,mV/m$，则最大辐射方向上远区 2km 外电场强度振幅$|E_1|$为多少？偏离最大辐射方向 60° 方向上 1km 处$|E_2|$为多少？

（Ⅳ）若电流元长度$l = 0.3\lambda$，电流为 1mA，计算电流元的辐射功率P_r

（Ⅴ）若电流元辐射的波长为 2m，在其最大方向上相隔 5 公里处放置一半波振子，计算该半波振子能接收到的最大功率P_{em}。

上海大学 2018 年硕士研究生入学考试试题答案

一、简答题

1. 【水木路研解析】

法拉第定律：$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l}=\oint_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}$

全电流定理：$\oint_c \vec{H}\cdot d\vec{l}=\oint_S\left(\vec{J}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{s}$

高斯定理：$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s}=Q$

磁通连续性原理：$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=0$

2. 【水木路研解析】

$$\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad ①$$

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\varepsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad ②$$

$$\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho_v}{\varepsilon} \quad ③$$

对①两边取旋度

$$\nabla\times\nabla\times\vec{E}=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}=-\mu\frac{\partial(\nabla\times\vec{H})}{\partial t}$$

将②③代入上式有

$$\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=\mu\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}+\nabla\left(\frac{\rho_v}{\varepsilon}\right)$$

∵无源区

Chen Michael
无源区电荷密度也为零
wang JD
已修改

$$\vec{J}=0,\ \rho_v=0$$

∴无源区$\vec{E}$波动方程为

$$\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$$

二、填空题

【水木路研解析】

①一般形式：

$$E_{1t}=E_{2t} \qquad \hat{n}\times(\vec{E}_1-\vec{E}_2)=0$$

$$H_{1t}-H_{2t}=J_s \qquad \hat{n}\times(\vec{H}_1-\vec{H}_2)=\vec{J}_s$$

$$D_{1n}-D_{2n}=\rho_s \qquad \hat{n}\cdot(\vec{D}_1-\vec{D}_2)=\rho_s$$

$$B_{1n}=B_{2n} \qquad \hat{n}\cdot(\vec{B}_1-\vec{B}_2)=0$$

②$\hat{y}E_0e^{-\alpha L}e^{-j\beta L}$，$\frac{1}{\delta}$，$\frac{1}{e^4}$，-17.37

③TEM波：E，H 与传播方向垂直，无纵向分量

TE 波：E 与传播方向垂直，无纵向分量，H 有纵向分量

TM波：H 于传播方向垂直，无纵向分量，E 有纵向分量

④

Chen Michael
解答有误，与题目所给不一致
wang JD
题目有误，已更改题目

$(\hat{x}-\hat{y}j3)E_0e^{+jkz}$，$-z$，左旋，椭圆极化，$\frac{\omega}{k}$

三、【水木路研解析】
（1）以Z轴为中心，取长为l的圆柱面为高斯面
由高斯定理得

$$\oint_s \vec{D} \cdot \vec{ds} = Q$$

$\rho < a$时

$$\vec{D_1} = 0, \ \vec{E_1} = 0$$

$a < \rho < b$时

$$D_2 \cdot 2\pi\rho l = 2\pi a l \sigma_1 \Rightarrow \vec{D_2} = \hat{\rho}\frac{a\sigma_1}{e} \cdot \vec{E_2} = \frac{\vec{D_2}}{\varepsilon} = \hat{\rho}\frac{a\sigma_1}{\rho\varepsilon}$$

$\rho > b$时

$$D_3 \cdot 2\pi\rho l = 2\pi l(a\sigma_1 + b\sigma_2)$$

$$\vec{D_3} = \hat{\rho}\frac{a\sigma_1 + b\sigma_2}{\rho}, \ \vec{E_3} = \frac{\vec{D_3}}{\varepsilon} = \hat{\rho}\frac{a\sigma_1 + b\sigma_2}{\rho\varepsilon}$$

（2）$\vec{E_3} = 0$ 时，即有$\alpha\sigma_1 + b\sigma_2 = 0$ 时，满足要求。

四、【水木路研解析】
（1）$\vec{E} = \hat{z}\frac{J}{\sigma} = \hat{z}\frac{I}{\sigma\pi a^2}$
由安培环路定理得

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \Rightarrow \vec{H} = \hat{\varphi}\frac{I}{2\pi\rho}$$

（2）$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = -\hat{\rho}\frac{I^2}{2\sigma\pi^2 a^2 \rho}$

（3）$P_\sigma = \int_V \sigma E^2 \cdot dV = \sigma \cdot \frac{I^2}{\sigma^2\pi^2 a^4} \cdot \pi a^2 L = I^2 R$

（4）$P = -\oint_S \vec{s} \cdot d\vec{s} = \frac{I^2}{2\sigma\pi^2 a^2}\int_0^L dz \int_0^{2\pi} \frac{1}{\rho}\rho \cdot d\varphi$

$$= \frac{I^2}{2\sigma\pi^2 a^2} \cdot L \cdot 2\pi = I^2 R = P\sigma$$

即：流入导体表面的电磁功率等于热损耗

五、【水木路研解析】
边界条件：

①$\phi(x,0) = 0$，②$\phi(x,d) = 0$，③$\phi(+\infty, y) = 0$　④$\phi(0,y) = U_0$

$$\nabla^2\phi = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = 0$$

令

$$X(x) = Ane^{kx} + B_n e^{-kx} \qquad Y(y) = C_n \sin ky + D_n \cos ky$$

$$\phi(x,y) = (A_0 x + B_0)(C_0 y + D_0) + \sum_{n=1}^{\infty}(A_n e^{bx} + B_n e^{-kx})(C_n \sin ky + D_n \cos ky)$$

由①

$$\phi(x,0)=(A_0x+B_0)+\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_ne^{bx}+B_ne^{bx}\right)\cdot D_n=0$$

得

$$D_0=D_n=0$$

$$\phi(x,y)=y(A'_0x+B'_0)+\sum_{n=1}^{\infty}\sin ky(A'_ne^{bx}+B'_ne^{-kx})$$

由③ $\phi(+\infty,y)=y\left(A'_0+\infty+B'_0\right)+\sum_{n=1}^{\infty}\sin kyA'_n=0$

得

$$B'_0=A'_0=A'_n=0$$

$$\phi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}B'_ne^{-kx}\sin ky$$

由② $\phi(x,d)=\sum_{n=1}^{\infty}B'_ne^{kx}\sin kd=0$

得

$$k=\frac{n\pi}{d}n=1,2,3\cdots$$

$$\phi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}B'_ne^{-\frac{n\pi}{d}x}\sin\frac{n\pi}{d}y$$

由④ $\phi(0,y)=\sum_{n=1}^{\infty}B'_n\sin\frac{n\pi}{d}y=U_0$

两边同$\times\sin\frac{n\pi}{d}y$对$y$作 0 到$d$上的积分

$$\int_0^d B'_n\sin\frac{n\pi y}{d}\cdot\sin\frac{m\pi y}{d}dy=\int_0^d U_0\cdot\sin\frac{m\pi y}{d}dy$$

当$m=n$时

$$B'_n\cdot\frac{d}{2}=\begin{cases}\frac{2dU_0}{n\pi},n=1,3,5\cdots\\0,n=2,4,6\cdots\end{cases}$$

$$\therefore B'_n=\begin{cases}\frac{4U_0}{n\pi},n=1,3,5,\cdots\\0,n=2,4,6,\cdots\end{cases}$$

$$\therefore\phi(x,y)=\frac{4U_0}{\pi}\sum_{n=1,3,5\cdots}\frac{1}{n}e^{-\frac{n\pi x}{d}}\sin\frac{n\pi y}{d}$$

$$\vec{E}=-\nabla\phi=-\left(\hat{x}\frac{\partial\phi}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)=\frac{4U_0}{d}\sum_{n=1,3,5,\cdots}\left(\hat{x}\sin\frac{n\pi y}{d}-\hat{y}\cos\frac{n\pi y}{d}\right)(v/m)$$

六、【水木路研解析】

（1）反射系数：

$$R=\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}=\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}=\frac{1-3}{3+1}=-0.5$$

透射系数：

$$T=1+R=0.5$$

$$\dot{\vec{E}}_r = R\hat{y}2E_0e^{jkz} = -\hat{y}E_0e^{jkz}(v/m)，k_2 a\sqrt{\mu_2\varepsilon_2} = 3k$$

$$\dot{\vec{E}}_t = T\hat{y}2E_0e^{-jk_2z}(v/m)$$

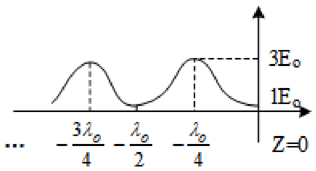
（2）$\dot{\vec{E}}_1 = \dot{\vec{E}}_i + \dot{\vec{E}}_r = \hat{y}E_0e^{-jkz}(2 - e^{j2kz})(V/m)$

波节：

$$z = -\frac{n\pi}{k} = -\frac{-n\lambda_0}{2}，n = 0,1,2\cdots$$

波腹：

$$z = \frac{-(2n+1)\pi}{2k} = -\frac{(2n+1)\lambda_0}{4}，n = 0,1,2\cdots$$



（3）$\dot{\overrightarrow{E_2}} = \hat{y}E_0e^{-j\frac{\lambda_2}{6}k_2} = \hat{y}E_0e^{-j\frac{\pi}{3}}(v/m)$　　$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} = 40\pi(\Omega)$

$$\dot{\overrightarrow{H_2}} = \hat{z}\times\frac{\dot{\overrightarrow{E_2}}}{\eta_2} = \frac{-\hat{x}E_0}{40\pi}e^{-j\frac{\pi}{3}}(A/m)$$

（4）$\tau = \frac{|\dot{\overrightarrow{S_t^{av}}}\cdot\hat{z}|}{|\dot{\overrightarrow{S_i^{av}}}\cdot\hat{z}|} = \frac{\eta_1E_{to}^2}{\eta_2E_{io}^2} = \frac{\eta_1}{\eta_2}|T|^2 = 3\times\frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 75\%$

七、【水木路研解析】

（a）$\hat{s}_i = \frac{\vec{k}_i}{k_i} = \frac{\pi(\hat{x}+\sqrt{3}\hat{z})/2}{\pi\sqrt{1+3}/2} = (\hat{x}+\sqrt{3}\hat{z})/2$

$$\cos\theta_1 = \hat{s}_i\cdot\hat{z} = \sqrt{3}/2，\theta_1 = 30°$$

（b）$\vec{H}_i = \frac{1}{\eta_1}\hat{s}_i\times\vec{E}_i = \frac{1}{2\eta_1}(\hat{x}+\sqrt{3}\hat{z})\times(\sqrt{3}\hat{x}-\hat{z})\frac{E_0}{2}e^{-j\pi(x+\sqrt{3}z)/2}$

$= \hat{y}\frac{E_0}{\eta_1}e^{-j\pi(x+\sqrt{3}z)/2}，\eta_1 = 377\Omega$

$$\vec{E}_r = -(\sqrt{3}\hat{x}+\hat{z})\frac{R_{\parallel}E_0}{2}e^{-j\pi(x-\sqrt{3}z)/2}$$

$$R_{\parallel} = \frac{n_2\cos\theta_1 - n_1\cos\theta_2}{n_2\cos\theta_1 + n_1\cos\theta_2} = \frac{3\cos30° - \cos9.594°}{3\cos30° + \cos9.594°} = 0.45$$

$$\gamma = \frac{\bar{S}_r^{av}\cdot\hat{z}}{\bar{S}_i^{av}\cdot\hat{z}} = \frac{E_{r0}^2}{E_{i0}^2} = |R_{\parallel}|^2 = 0.2025 = 20.25\%$$

（c）$\theta_1 = \theta_B = \tan^{-1}\sqrt{\varepsilon_r} = \tan^{-1}3 = 71.565°$

八、【水木路研解析】

（1）

电流元

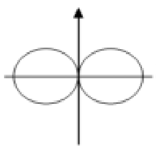
$$\vec{E} = \hat{\theta}j\frac{\eta_0 Il}{2\lambda r}\sin\theta e^{-jkr}\qquad \vec{H} = \hat{\varphi}j\frac{Il}{2\lambda r}\sin\theta e^{-jkr}$$

磁流元

$$\overrightarrow{E^m} = -\hat{\varphi}j\frac{I_M l}{2\lambda r}\sin\theta e^{-jkr}$$

$$\overrightarrow{\dot{H}^m} = \hat{\theta} j \frac{1}{\eta_0} \frac{I_M l}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jkr}$$

（2）$F(\theta, \varphi) = \sin\theta$



（3）$\frac{|E_1|}{|E_0|} = \frac{r_0}{r_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow |E_1| = \frac{1}{2}|E_0| = 1(mv/m)$

$$|E_2| = |E_0| \cdot \cos 60° = 1(mv/m)$$

（4）$P_r = 40\pi^2 \left(\frac{Il}{\lambda}\right)^2 = 40\pi^2 \cdot (0.3I)^2 = 3.55 \times 10^{-5}(W)$

（5）

$$P_{em} = \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 \cdot P_r \cdot G_t \cdot G_r = \left(\frac{2}{4\pi \times 5 \times 10^3}\right)^2 \times 3.55 \times 10^{-5} \times 1.5 \times 1.5$$
$$= 8.1 \times 10^{-14}(W)$$