

ortho 正交投影矩阵

数学推导

1. X 轴的变换

将视图 X 轴的范围 $[l, r]$ 映射到 $[-1, +1]$:

- 缩放因子： $S_x = \frac{2}{r-l}$
- 平移量： $T_x = -\frac{r+l}{r-l}$
- 变换公式： $x' = S_x \cdot x + T_x$

推导公式：

$$x' = \frac{2x - (r + l)}{r - l}$$

2. Y 轴的变换

将视图 Y 轴的范围 $[b, t]$ 映射到 $[-1, +1]$:

- 缩放因子： $S_y = \frac{2}{t-b}$
- 平移量： $T_y = -\frac{t+b}{t-b}$
- 变换公式： $y' = S_y \cdot y + T_y$

推导公式：

$$y' = \frac{2y - (t + b)}{t - b}$$

3. Z 轴的变换

将视图 Z 轴的范围 $[n, f]$ 映射到 $[-1, +1]$:

- 缩放因子： $S_z = \frac{2}{f-n}$
- 平移量： $T_z = -\frac{f+n}{f-n}$
- 变换公式： $z' = S_z \cdot z + T_z$

推导公式：

$$z' = \frac{2z - (f + n)}{f - n}$$

4. 正交投影矩阵

组合缩放和平移，得到 4x4 正交投影矩阵：

$$\text{ortho} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & T_x \\ 0 & S_y & 0 & T_y \\ 0 & 0 & S_z & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

上面的矩阵展开就是：

$$\text{ortho} = \begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & -\frac{r+l}{r-l} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & -\frac{t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & \frac{2}{f-n} & -\frac{f+n}{f-n} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$