Вопрос по выбору по Термодинамике
На тему "Явление Лейденфроста"

Чингиз Абдразаков

Теоретическая часть

Эффект Лейденфроста – явление, при котором жидкость в контакте с твердой поверхностью, температура которой значительно превышает температуру кипения этой жидкости, образует теплоизолирующую прослойку пара между поверхностью и жидкостью, замедляющую быстрое выкипание, например, капли жидкости на этой поверхности.

Это явление можно довольно наглядно наблюдать и в домашних условиях. В случае с водой этот эффект можно наблюдать, если капать ее на горячую сковороду по мере нагревания последней. Что мы наблюдаем?

При температурах ниже 100 °C капельки воды просто растекаются по поверхности и постепенно испаряются. После же достижения температуры кипения капли воды будут испаряться с характерным шипением и довольно быстро.

Далее, после того как температура превысила точку Лейденфроста, начинает проявляться эффект: при попадании на сковороду капли собираются в небольшие шарики и "бегают"по ней – вода не выкипает на сковороде значительно дольше, чем при более низких температурах.

Основная причина тому – при температурах выше точки Лейденфроста нижняя часть капли мгновенно испаряется при контакте с горячей поверхностью. Получившаяся прослойка пара подвешивает оставшуюся часть капли над ней, предотвращая прямое соприкосновение с горячим телом. А в силу того, что теплопроводность пара значительно ниже, если сравнивать с той же жидкостью, то теплообмен между непосредственно капелькой и горячей поверхностью заметно замедляется, что позволяет капле "левитировать"на прослойке газа.

Температуру Лейденфроста довольно сложно предсказать заранее, так как она зависит от свойств поверхности и примесей в жидкости. Одна из довольно приблизительных оценок дает значение точки Лейденфроста для воды на сковороде в 193 °C.

Теперь же оценим время жизни полушаровой капли жидкости, находящейся над очень тонким слоем пара.

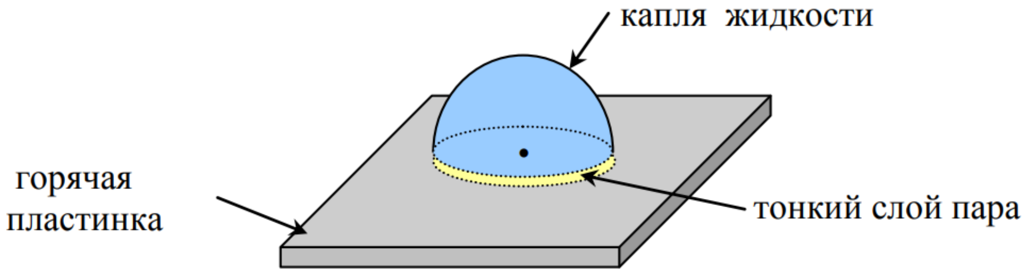


Рисунок 1.

Будем считать, что поток пара из-под капли является ламинарным и ведет себя как Ньютоновская жидкость с коэффициентом вязкости η и температурной проводимостью κ. Скрытая теплота испарения жидкости равняется l. Для Ньютоновской жидкости напряжение сдвига $\frac{F}{A} = \eta\frac{dv}{dz}$, где $\frac{dv}{dz}$ – изменение скорости потока v вдоль направления z. z – это расстояние перпендикулярно к направлению потока, а направление F касательно к поверхности, имеющей площадь A.

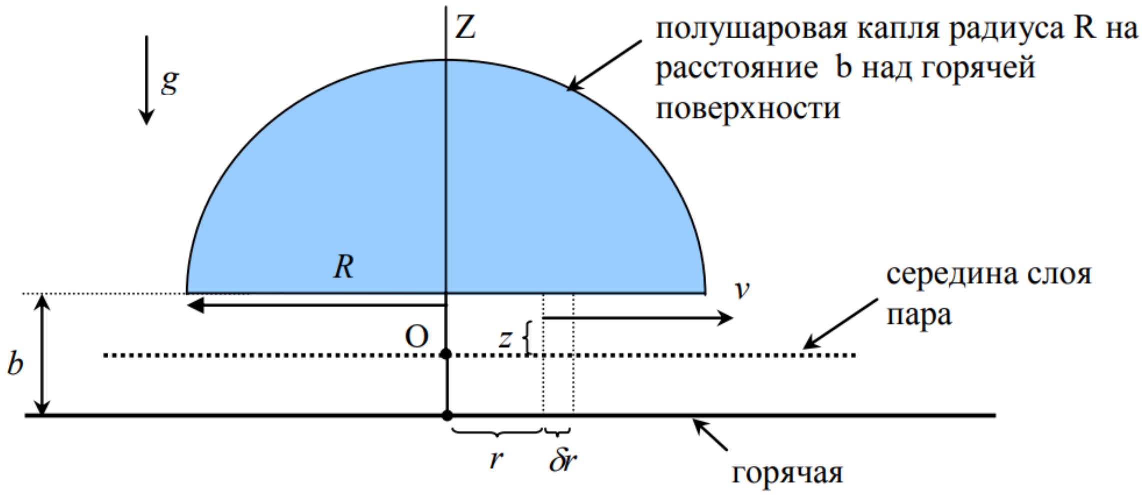


Рисунок 2.

ν – скорость потока пара в радиальном направлении по высоте z, отсчитываемой от середины слоя пара. Давление пара P повышается при приближении к центру O. Это приводит к тому, что возникает исходящий поток пара и возникает сила, которая удерживает каплю против силы тяжести. Толщина слоя пара при условии механического и температурного равновесия равняется b. Для Ньютоновского потока пара имеет место следующее равенство:

$$\frac{d}{dz}\nu = \frac{z}{\eta}\frac{d}{dr}P$$

Вывод:

Записываем условие механического равновесия для кубика пара на некотором расстоянии r от центра. Пусть его высота равна z, длина dr, ширина dy. Тогда

$$P(r)S + F_\nu = P(r+dr)S, \quad S = dy \cdot z, \quad F_\nu = \eta\frac{d\nu}{dz}A, \quad A = dy \cdot dr$$

$$dP \cdot dy \cdot z = \eta \frac{dv}{dz} dy \cdot dr$$
$$\frac{dv}{dz} = \frac{z}{\eta} \frac{dP}{dr}$$

Полагая, что при $z = \pm \dfrac{b}{2} \quad v(\pm b/2) = 0$, получаем:

$$\int_0^v dv = \frac{1}{\eta} \frac{dP}{dr} \int_{b/2}^z z dz$$
$$v(z) = \frac{1}{2\eta} \frac{dP}{dr} \left(z^2 - \frac{b^2}{4} \right)$$

Теперь положим Q скорость истечения объема пара из-под капли через цилиндрическую поверхность радиуса r и высоты b. Тогда для объемной скорости истечения пара через слой высоты δz имеем:

$$\delta Q = v(z) \cdot 2\pi r \delta z$$

Подставляя выражение для скорости в формулу, получаем:

$$Q = 2 \int_{z=0}^{b/2} v(z) \cdot 2\pi r dz = \left(\frac{2\pi r}{\eta} \frac{dP}{dr} \right) \int_{z=0}^{b/2} \left[z^2 - \frac{b^2}{4} \right] dz$$

Откуда

$$Q = -\frac{\pi r b^3}{6\eta} \frac{dP}{dr}$$

Далее обозначим плотность пара, который образуется при контакте с горячей поверхностью, через ρ_v.

По закону Фурье количество теплоты, передаваемое поверхности капли площадью πr^2 и разностью температур ΔT (относительно нагретой поверхности), через слой пара толщиной b и теплопроводностью κ

в единицу времени равно

$$\frac{dq}{dt} \approx \frac{\pi r^2 \kappa \Delta T}{b}$$

Полагая, что тепло, передаваемое от нагретой поверхности, расходуется на испарение капли, имеем равенство:

$$\rho_v Q l = \frac{\pi r^2 \kappa \Delta T}{b}$$

Подставим выражение для теплоты, откуда:

$$\frac{dP}{dr} = -\left(\frac{6\eta\kappa\Delta T}{\rho_v l b^4}\right) \cdot r$$

Считая, что при $r = R$ давление паров равно атмосферному P_a, имеем

$$\int_{P_a}^{P(r)} dP = -\left(\frac{6\eta\kappa\Delta T}{\rho_v l b^4}\right) \int_R^r dr$$

$$P(r) = P_a + \left(\frac{3\eta\kappa\Delta T}{\rho_v l b^4}\right)(R^2 - r^2)$$

Тогда результирующая сила, удерживающая каплю, равна:

$$f = \int_{r=0}^{R} [P(r) - P_a] 2\pi r dr = \frac{3\pi\eta\kappa\Delta T R^4}{2\rho_v l b^4}$$

В силу формы капли ее масса

$$m = \frac{2\pi}{3} R^3 \rho_0$$

Получаем

$$\frac{2\pi}{3} R^3 \rho_0 g = \frac{3\pi\eta\kappa\Delta T R^4}{2\rho_v l b^4}$$

Получим выражение для b:

$$b = \sqrt[4]{\frac{9\eta\kappa R\Delta T}{4\rho_0\rho_v l g}}$$

Подставим это выражение в выражение для давления:

$$P(r) = P_a + \left(\frac{4}{3}\frac{\rho_0 g}{R}\right)(R^2 - r^2)$$

Откуда

$$\frac{d}{dr}P(r) = -\left(\frac{8}{3}\frac{\rho_0 g}{R}\right) r$$

Тогда время жизни может быть найдено из следующего соотношения:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3}\pi R^3\rho_0\right) = -Q\rho_v = -\beta R^{7/4}$$

Где

$$Q\rho_v = \left(\frac{2\pi b^3 R}{12\eta}\right)\left(\frac{8}{3}\frac{\rho_0 g}{\rho_v}\right) R\rho_v = \left(\frac{4\pi\rho_v\rho_0 g R}{9\eta}\right) b^3 =$$

$$= \left(\frac{4\pi^4\kappa^3\rho_v\rho_0 g(\Delta T)^3}{9\eta l^3}\right)^{1/4} \cdot R^{7/4} = \beta R^{7/4}$$

Итак, получаем

$$\int_R^0 R^{1/4} dR = -\int_0^\tau \frac{\beta}{2\pi\rho_0} dt$$

Время жизни капли определяется соотношением:

$$\tau = \frac{8}{5}\left(\frac{9\eta\rho_0^3 l^3}{4\kappa^3\rho_v g(\Delta T)^3}\right)^{1/4} \cdot R^{5/4}$$

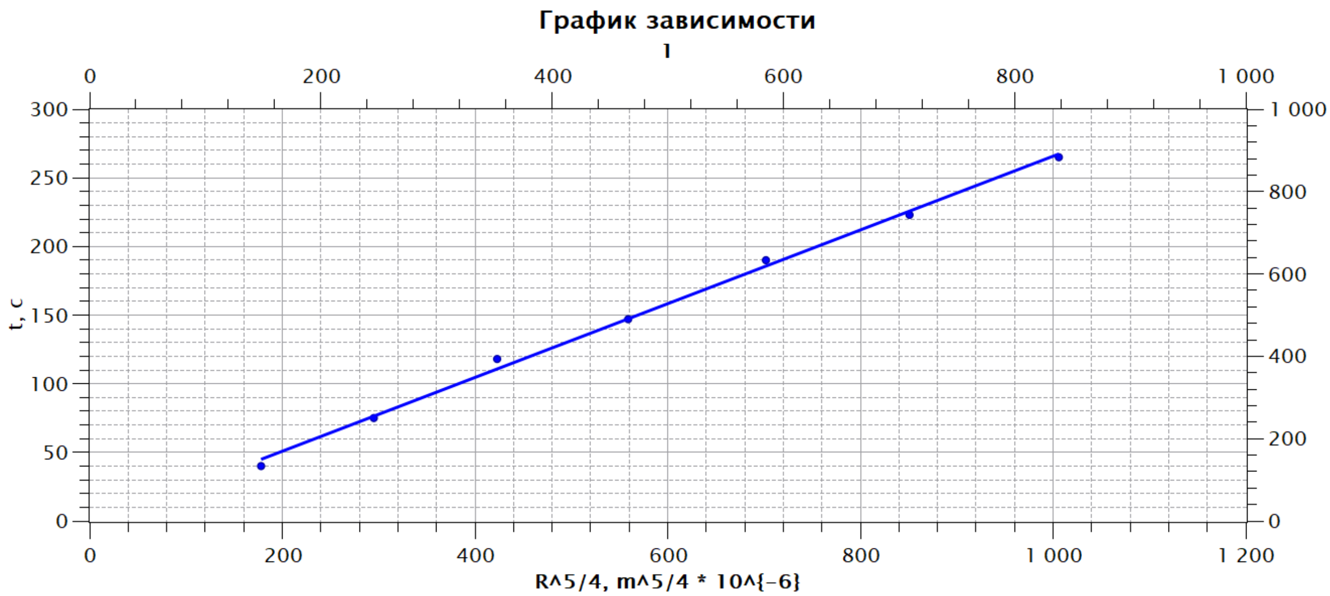
Экспериментальная часть

Сперва проверим, верна ли полученная формула в точке Лейденфроста. В ней формулу для времени жизни капли можно представить в следующем виде:

$$\tau = \alpha R^{5/4}$$

Точка Лейденфроста была зафиксирована экспериментально, когда время испарения капель было максимальным. Ввиду невысокой мощности используемой нагревательной плитки и тепловых потерь, температура изменялась достаточно медленно, что и позволило провести измерения. Размеры капель фиксировались по снимкам, которые производились в течение измерений, поэтому являются приближенными.

R, мм	τ, с
1	40
1.5	75
2	118
2.5	147
3	190
3.5	223
4	265



Откуда по МНК вычисляем угол наклона:

$$\alpha = (2.7 \pm 0.4) \cdot 10^{-5} \frac{\text{с}}{\text{м}^{5/4}}$$

Откуда находим $\Delta T = \frac{8}{5} \left(\frac{18\eta\rho_0^3 l^3}{5k^3 \rho_v g \alpha^4} \right)^{1/3} \approx 172°\text{C}$

Полагая температуру воды порядка комнатной температуры $T_0 \approx 20°\text{C}$, находим температуру Лейденфроста.

$$T_L \approx (192 \pm 41)°\text{C}$$

При вычислениях были использованы следующие величины: $\eta = 1.2 \cdot 10^{-5}$ Па · с; $\rho_0 = 1000$ кг/м^3; $l = 2.26 \cdot 10^6$ Дж/кг, $\kappa = 0.024$ Вт/(м · °C); $\rho_v = 0.598$ кг/м^3.