Programare logică

Signaturi, Algebre, Morfisme

Morfisme

Exemplu. Signatura

$MONOID = (S = \{s\}, \Sigma = \{e :\to s, * : ss \to s\})$

Fie $(A, 1, \star)$ şi $(B, 0, +)$ monoizi

($A_e := 1$, $A_* := \star$, $B_e := 0$, $B_* := +$)

Morfisme

Exemplu. Signatura

$MONOID = (S = \{s\}, \Sigma = \{e :\to s, * : ss \to s\})$

Fie $(A, 1, \star)$ şi $(B, 0, +)$ monoizi

($A_e := 1$, $A_* := \star$, $B_e := 0$, $B_* := +$)

O funcţie $f : A \to B$ este morfism de monoizi dacă:

- $f(1) = 0 \Leftrightarrow f(A_e) = B_e$
- $f(x \star y) = f(x) + f(y) \Leftrightarrow f(A_*(x, y)) = B_*(f(x), f(y))$ or. x, $y \in A$.

Morfisme

Exemplu. Signatura

$MONOID = (S = \{s\}, \Sigma = \{e :\to s, * : ss \to s\})$

Fie $(A, 1, \star)$ şi $(B, 0, +)$ monoizi

($A_e := 1$, $A_* := \star$, $B_e := 0$, $B_* := +$)

O funcţie $f : A \to B$ este morfism de monoizi dacă:

- $f(1) = 0 \Leftrightarrow f(A_e) = B_e$
- $f(x \star y) = f(x) + f(y) \Leftrightarrow f(A_*(x, y)) = B_*(f(x), f(y))$ or. x, $y \in A$.

$$\begin{array}{ccccc} A & \times & A & \stackrel{A_*}{\to} & A \\ f\downarrow & & f\downarrow & & f\downarrow \\ B & \times & B & \stackrel{B_*}{\to} & B \end{array}$$

Morfisme

(A_S, A_Σ), (B_S, B_Σ) (S, Σ)-algebre

Un morfism de (S, Σ)-algebre ((S, Σ)-*morfism*) este o funcţie S-sortată $f : A \to B$ care verifică condiţiile de compatibilitate:

Morfisme

(A_S, A_Σ), (B_S, B_Σ) (S, Σ)-algebre

Un morfism de (S, Σ)-algebre ((S, Σ)-*morfism*) este o funcţie S-sortată $f : A \to B$ care verifică condiţiile de compatibilitate:

- $f_s(A_\sigma) = (B_\sigma)$ oricare $\sigma :\to s$,
- $f_s(A_\sigma(a_1, \ldots, a_n)) = B_\sigma(f_{s_1}(a_1), \ldots, f_{s_n}(a_n))$
  or. $\sigma : s_1 \cdots s_n \to s$, or. $(a_1, \ldots, a_n) \in A_{s_1} \times \cdots \times A_{s_n}$.

Morfisme

(A_S, A_Σ), (B_S, B_Σ) (S,Σ)-algebre

Un morfism de (S,Σ)-algebre ((S,Σ)-*morfism*) este o funcţie S-sortată $f : A \to B$ care verifică condiţiile de compatibilitate:

- $f_s(A_\sigma) = (B_\sigma)$ oricare $\sigma :\to s$,
- $f_s(A_\sigma(a_1,\ldots,a_n)) = B_\sigma(f_{s_1}(a_1),\ldots,f_{s_n}(a_n))$
  or. $\sigma : s_1 \cdots s_n \to s$, or. $(a_1,\ldots,a_n) \in A_{s_1} \times \cdots \times A_{s_n}$.

$$
\begin{array}{ccccccc}
A_{s_1} & \times & \cdots & \times & A_{s_n} & \stackrel{A_\sigma}{\to} & A_s \\
f_{s_1}\downarrow & & \cdots & & f_{s_n}\downarrow & & f_s\downarrow \\
B_{s_1} & \times & \cdots & \times & B_{s_n} & \stackrel{B_\sigma}{\to} & B_s
\end{array}
$$

Exemplu

- $NAT = (S = \{nat\}, \Sigma = \{0 :\to nat, succ : nat \to nat\})$
- NAT-algebra A:
  $A_{nat} := \mathbb{N}$, $A_0 := 0$, $A_{succ}(x) := x + 1$
- NAT-algebra B:
  $B_{nat} := \{0, 1\}$, $B_0 := 0$, $B_{succ}(x) := 1 - x$
- $f : A \to B$, $f = \{f_{nat}\}$, $f_{nat}(n) = n(mod\ 2)$
  este morfism de NAT-algebre
- Nu există morfism de NAT-algebre $g : B \to A$.

Exemple

- $STIVA = (S = \{elem, stiva\}, \Sigma)$
  $\Sigma = \{0 :\to elem, empty :\to stiva, pop : stiva \to stiva,$
  $push : elem\ stiva \to stiva, top : stiva \to elem\}$

Exemple

- $STIVA = (S = \{elem, stiva\}, \Sigma)$
  $\Sigma = \{0 :\to elem, empty :\to stiva, pop : stiva \to stiva,$
  $\quad push : elem\ stiva \to stiva, top : stiva \to elem\}$
- $STIVA$-algebra A: $A_{elem} := \mathbb{N}$, $A_{stiva} := \mathbb{N}^*$
  $A_0 := 0$, $A_{empty} := \lambda$, $A_{push}(n, n_1 \cdots n_k) := n\, n_1 \cdots n_k$,
  $A_{pop}(\lambda) = A_{pop}(n) := \lambda$,
  $A_{pop}(n_1 n_2 \cdots n_k) := n_2 \cdots n_k$ pt. $k \geq 2$,
  $A_{top}(\lambda) := 0$, $A_{top}(n_1 \cdots n_k) := n_1$ pt. $k \geq 1$.

Exemple

- $STIVA = (S = \{elem, stiva\}, \Sigma)$
  $\Sigma = \{0 :\to elem, empty :\to stiva, pop : stiva \to stiva,$
  $push : elem\ stiva \to stiva, top : stiva \to elem\}$

- $STIVA$-algebra A: $A_{elem} := \mathbb{N}$, $A_{stiva} := \mathbb{N}^*$
  $A_0 := 0$, $A_{empty} := \lambda$, $A_{push}(n, n_1 \cdots n_k) := n\, n_1 \cdots n_k$,
  $A_{pop}(\lambda) = A_{pop}(n) := \lambda$,
  $A_{pop}(n_1 n_2 \cdots n_k) := n_2 \cdots n_k$ pt. $k \geq 2$,
  $A_{top}(\lambda) := 0$, $A_{top}(n_1 \cdots n_k) := n_1$ pt. $k \geq 1$.

- $STIVA$-algebra B: $B_{elem} := \{0\}$, $B_{stiva} := \mathbb{N}$
  $B_0 := 0$, $B_{empty} := 0$, $B_{push}(0, n) := n + 1$ or. n,
  $B_{pop}(0) := 0$, $A_{pop}(n) := n - 1$ pt. $n \geq 1$,
  $B_{top}(n) := 0$ or. n.

Exemple

- $STIVA$-algebra $A = (A_{elem} = \mathbb{N}, A_{stiva} = \mathbb{N}^*, \ldots)$
- $STIVA$-algebra $B = (B_{elem} = \{0\}, B_{stiva} := \mathbb{N}, \ldots)$
- $f : A \to B$, $f = (f_{elem} : \mathbb{N} \to \{0\}, f_{stiva} : \mathbb{N}^* \to \mathbb{N})$
  $f_{elem}(n) := 0$ or. n,
  $f_{stiva}(\lambda) := 0$, $f_{stiva}(n_1 \cdots n_k) := k$ pt. $k \geq 1$
- $g : B \to A$, $g = (g_{elem} : \{0\} \to \mathbb{N}, g_{stiva} : \mathbb{N} \to \mathbb{N}^*)$
  $g_{elem}(0) := 0$,
  $g_{stiva}(0) := \lambda$, $g_{stiva}(k) := \underbrace{0 \cdots 0}_{k}$ pt. $k \geq 1$

  f şi g sunt morfisme de $STIVA$-algebre

Morfisme - Proprietăţi

$f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$
morfisme de (S, Σ)-algebre

- $f : A \to B$, $g : B \to C$ morfisme $\Rightarrow f; g : A \to C$ morfism (compunerea a două morfisme este tot un morfism)

Morfisme - Proprietăţi

$f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$
morfisme de (S, Σ)-algebre

- $f : A \to B$, $g : B \to C$ morfisme $\Rightarrow$ $f ; g : A \to C$ morfism (compunerea a două morfisme este tot un morfism)
- $1_A : A \to A$ este morfism

Morfisme - Proprietăţi

$f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$
morfisme de (S, Σ)-algebre

- $f : A \to B$, $g : B \to C$ morfisme $\Rightarrow f; g : A \to C$ morfism (compunerea a două morfisme este tot un morfism)
- $1_A : A \to A$ este morfism
- P parte stabilă în $A \Rightarrow f(P)$ parte stabilă în B

Morfisme - Proprietăţi

$f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$
morfisme de (S, Σ)-algebre

- $f : A \to B$, $g : B \to C$ morfisme $\Rightarrow f;g : A \to C$ morfism (compunerea a două morfisme este tot un morfism)
- $1_A : A \to A$ este morfism
- P parte stabilă în $A \Rightarrow f(P)$ parte stabilă în B
- Q parte stabilă în $B \Rightarrow f^{-1}(Q)$ parte stabilă în A

Morfisme - Proprietăţi

$f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$
morfisme de (S, Σ)-algebre

- $f : A \to B$, $g : B \to C$ morfisme $\Rightarrow f; g : A \to C$ morfism (compunerea a două morfisme este tot un morfism)
- $1_A : A \to A$ este morfism
- P parte stabilă în $A \Rightarrow f(P)$ parte stabilă în B
- Q parte stabilă în $B \Rightarrow f^{-1}(Q)$ parte stabilă în A

Morfisme - Proprietăţi

$f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$
morfisme de (S, Σ)-algebre

- $f : A \to B$, $g : B \to C$ morfisme $\Rightarrow f; g : A \to C$ morfism (compunerea a două morfisme este tot un morfism)
- $1_A : A \to A$ este morfism
- P parte stabilă în $A \Rightarrow f(P)$ parte stabilă în B
- Q parte stabilă în $B \Rightarrow f^{-1}(Q)$ parte stabilă în A

Izomorfisme

Un (S,Σ)-morfism $f : A \to B$ este izomorfism dacă există un morfism $g : B \to A$ a.î. $f;g = 1_A$ şi $g;f = 1_B$.

Izomorfisme

Un (S, Σ)-morfism $f : A \to B$ este izomorfism dacă există un morfism $g : B \to A$ a.î. $f; g = 1_A$ şi $g; f = 1_B$.

Propoziţie. Un morfism $f : A \to B$ este izomorfism dacă şi numai dacă este funcţie bijectivă, adică $f_s : A_s \to B_s$ este bijecţie oricare $s \in S$.

Izomorfisme

Un (S, Σ)-morfism $f : A \to B$ este izomorfism dacă există un morfism $g : B \to A$ a.î. $f; g = 1_A$ şi $g; f = 1_B$.

Propoziţie. Un morfism $f : A \to B$ este izomorfism dacă şi numai dacă este funcţie bijectivă, adică $f_s : A_s \to B_s$ este bijecţie oricare $s \in S$.

Observaţie. f morfism şi bijecţie $\Rightarrow f^{-1}$ morfism

Izomorfisme

Spunem că algebrele $A = (A_S, A_\Sigma)$ şi $B = (B_S, B_\Sigma)$ sunt izomorfe dacă există un izomorfism $f : A \to B$. În acest caz notăm $A \simeq B$.

Izomorfisme

Spunem că algebrele $A = (A_S, A_\Sigma)$ şi $B = (B_S, B_\Sigma)$ sunt izomorfe dacă există un izomorfism $f : A \to B$. În acest caz notăm $A \simeq B$.

- $A \simeq A$ (1_A este izomorfism)
- $A \simeq B \Rightarrow B \simeq A$
- $A \simeq B$, $B \simeq C \Rightarrow A \simeq C$

Relaţia de izomorfism este o relaţie de echivalenţă (reflexivă, simetrică şi tranzitivă).

Izomorfisme

Spunem că algebrele $A = (A_S, A_\Sigma)$ şi $B = (B_S, B_\Sigma)$ sunt izomorfe dacă există un izomorfism $f : A \to B$. În acest caz notăm $A \simeq B$.

- $A \simeq A$ (1_A este izomorfism)
- $A \simeq B \Rightarrow B \simeq A$
- $A \simeq B$, $B \simeq C \Rightarrow A \simeq C$

Relaţia de izomorfism este o relaţie de echivalenţă (reflexivă, simetrică şi tranzitivă).

Observaţie. $A \simeq B \Rightarrow A_s \simeq B_s$ oricare $s \in S$

Exemple

- $NAT = (S = \{nat\}, \Sigma = \{0 :\rightarrow nat, succ : nat \rightarrow nat\})$

Exemple

- $NAT = (S = \{nat\}, \Sigma = \{0 :\to nat, succ : nat \to nat\})$
- NAT-algebra A: $A_{nat} = \mathbb{N}$, $A_0 := 0$, $A_{succ}(x) := x + 1$

Exemple

- $NAT = (S = \{nat\}, \Sigma = \{0 :\to nat, succ : nat \to nat\})$
- NAT-algebra A: $A_{nat} = \mathbb{N}$, $A_0 := 0$, $A_{succ}(x) := x + 1$
- NAT-algebra B: $B_{nat} := \{0, 1\}$, $B_0 := 0$, $B_{succ}(x) := 1 - x$

Exemple

- $NAT = (S = \{nat\}, \Sigma = \{0 :\rightarrow nat, succ : nat \rightarrow nat\})$
- NAT-algebra A: $A_{nat} = \mathbb{N}$, $A_0 := 0$, $A_{succ}(x) := x + 1$
- NAT-algebra B: $B_{nat} := \{0, 1\}$, $B_0 := 0$, $B_{succ}(x) := 1 - x$
- NAT-algebra C: $C_{nat} := \{2^n | n \in \mathbb{N}\}$
  $C_0 := 1$, $C_{succ}(2^n) := 2^{n+1}$

Exemple

- $NAT = (S = \{nat\}, \Sigma = \{0 :\to nat, succ : nat \to nat\})$
- NAT-algebra A: $A_{nat} = \mathbb{N}$, $A_0 := 0$, $A_{succ}(x) := x + 1$
- NAT-algebra B: $B_{nat} := \{0, 1\}$, $B_0 := 0$, $B_{succ}(x) := 1 - x$
- NAT-algebra C: $C_{nat} := \{2^n | n \in \mathbb{N}\}$
  $C_0 := 1$, $C_{succ}(2^n) := 2^{n+1}$
- $A \not\simeq B$

Exemple

- $NAT = (S = \{nat\}, \Sigma = \{0 :\to nat, succ : nat \to nat\})$
- NAT-algebra A: $A_{nat} = \mathbb{N}$, $A_0 := 0$, $A_{succ}(x) := x + 1$
- NAT-algebra B: $B_{nat} := \{0, 1\}$, $B_0 := 0$, $B_{succ}(x) := 1 - x$
- NAT-algebra C: $C_{nat} := \{2^n | n \in \mathbb{N}\}$
  $C_0 := 1$, $C_{succ}(2^n) := 2^{n+1}$
- $A \not\simeq B$
- $A \simeq C$
  $f : A \to C$, $f(n) := 2^n$ este un NAT-izomorfism.

Exemple

- $BOOL = (S = \{bool\}, \Sigma)$

  $\Sigma = \{T :\to bool, F :\to bool, \neg : bool \to bool,$

  $\quad \vee : bool\ bool \to bool, \wedge : bool\ bool \to bool\}$

Exemple

- $BOOL = (S = \{bool\}, \Sigma)$
  $\Sigma = \{T :\to bool, F :\to bool, \neg : bool \to bool,$
  $\qquad \vee : bool\ bool \to bool, \wedge : bool\ bool \to bool\}$
- $A_{bool} := \{0, 1\}$
  $A_T := 1$, $A_F := 0$, $A_\neg(x) := 1 - x$,
  $A_\vee(x, y) := max(x, y)$, $A_\wedge(x, y) := min(x, y)$

Exemple

- $BOOL = (S = \{bool\}, \Sigma)$
  $\Sigma = \{T :\to bool, F :\to bool, \neg : bool \to bool,$
  $\qquad \vee : bool\ bool \to bool, \wedge : bool\ bool \to bool\}$
- $A_{bool} := \{0, 1\}$
  $A_T := 1$, $A_F := 0$, $A_\neg(x) := 1 - x$,
  $A_\vee(x, y) := max(x, y)$, $A_\wedge(x, y) := min(x, y)$
- $B_{bool} := \mathcal{P}(\mathbb{N})$
  $B_T := \mathbb{N}$, $B_F := \emptyset$, $B_\neg(X) := \mathbb{N} \setminus X$,
  $B_\vee(X, Y) := X \cup Y$, $B_\wedge(X, Y) := X \cap Y$

Exemple

- $BOOL = (S = \{bool\}, \Sigma)$

  $\Sigma = \{T :\rightarrow bool, F :\rightarrow bool, \neg : bool \rightarrow bool,$

  $\qquad \vee : bool\ bool \rightarrow bool, \wedge : bool\ bool \rightarrow bool\}$

- $A_{bool} := \{0, 1\}$

  $A_T := 1$, $A_F := 0$, $A_\neg(x) := 1 - x$,

  $A_\vee(x, y) := max(x, y)$, $A_\wedge(x, y) := min(x, y)$

- $B_{bool} := \mathcal{P}(\mathbb{N})$

  $B_T := \mathbb{N}$, $B_F := \emptyset$, $B_\neg(X) := \mathbb{N} \setminus X$,

  $B_\vee(X, Y) := X \cup Y$, $B_\wedge(X, Y) := X \cap Y$

- $A \not\simeq B$

Exemple

- $BOOL$-algebra C:

$C_{bool} := \{t : \mathbb{N} \to \{0,1\} |\ t$ funcţie$\}$

$C_T(n) := 1$, $C_F(n) := 0$ or. $n \in \mathbb{N}$

$C_\neg(t)(n) := 1 - t(n)$ or. $t \in C_{bool}$, $n \in \mathbb{N}$

$C_\vee(t_1, t_2)(n) := max(t_1(n), t_2(n))$ or. t_1, $t_2 \in C_{bool}$, $n \in \mathbb{N}$

$C_\wedge(t_1, t_2)(n) := min(t_1(n), t_2(n))$ or. t_1, $t_2 \in C_{bool}$, $n \in \mathbb{N}$

Exemple

- $BOOL$-algebra C:
  $C_{bool} := \{t : \mathbb{N} \to \{0,1\} |\ t$ funcţie$\}$
  $C_T(n) := 1$, $C_F(n) := 0$ or. $n \in \mathbb{N}$
  $C_\neg(t)(n) := 1 - t(n)$ or. $t \in C_{bool}$, $n \in \mathbb{N}$
  $C_\vee(t_1, t_2)(n) := max(t_1(n), t_2(n))$ or. t_1, $t_2 \in C_{bool}$, $n \in \mathbb{N}$
  $C_\wedge(t_1, t_2)(n) := min(t_1(n), t_2(n))$ or. t_1, $t_2 \in C_{bool}$, $n \in \mathbb{N}$
- $B \simeq C$
  $f : B \to C$, $f(Y) := \chi_Y$ oricare $Y \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$
  $f(Y)(n) = 1$ dacă $n \in Y$, $f(Y)(n) = 0$ dacă $n \notin Y$
  f este $BOOL$-izomorfism

Exemple

- $STIVA$-algebra $A = (A_{elem} = \mathbb{N}, A_{stiva} = \mathbb{N}^*, \ldots)$
- $STIVA$-algebra $B = (B_{elem} = \{0\}, B_{stiva} := \mathbb{N}, \ldots)$
- $A \not\simeq B$

Exemple

- $STIVA$-algebra A: $A_{elem} := \mathbb{N}$, $A_{stiva} := \mathbb{N}^*$ $A_0 := 0$, $A_{empty} := \lambda$, $A_{push}(n, n_1 \cdots n_k) := n\, n_1 \cdots n_k$, $A_{pop}(\lambda) = A_{pop}(n) := \lambda$, $A_{pop}(n_1 n_2 \cdots n_k) := n_2 \cdots n_k$ pt. $k \geq 2$, $A_{top}(\lambda) := 0$, $A_{top}(n_1 \cdots n_k) := n_1$ pt. $k \geq 1$.

Exemple

- $STIVA$-algebra A: $A_{elem} := \mathbb{N}$, $A_{stiva} := \mathbb{N}^*$ $A_0 := 0$, $A_{empty} := \lambda$, $A_{push}(n, n_1 \cdots n_k) := n\, n_1 \cdots n_k$, $A_{pop}(\lambda) = A_{pop}(n) := \lambda$, $A_{pop}(n_1 n_2 \cdots n_k) := n_2 \cdots n_k$ pt. $k \geq 2$, $A_{top}(\lambda) := 0$, $A_{top}(n_1 \cdots n_k) := n_1$ pt. $k \geq 1$.
- $STIVA$-algebra C: $A_{elem} := \mathbb{Z}$, $A_{stiva} := \mathbb{Z}^*$ $A_0 := 0$, $A_{empty} := \lambda$, $A_{push}(x, x_1 \cdots x_k) := x_1 \cdots x_k x$, $A_{pop}(\lambda) = A_{pop}(x) := \lambda$, $A_{pop}(x_1 \cdots x_{k-1} x_k) := x_1 \cdots x_{k-1}$ pt. $k \geq 2$, $A_{top}(\lambda) := 0$, $A_{top}(x_1 \cdots x_k) := x_k$ pt. $k \geq 1$.

Exemple

- $STIVA$-algebra A: $A_{elem} := \mathbb{N}$, $A_{stiva} := \mathbb{N}^*$
- $STIVA$-algebra C: $A_{elem} := \mathbb{Z}$, $A_{stiva} := \mathbb{Z}^*$
- $f : A \to C$, $f = (f_{elem} : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}, f_{stiva} : \mathbb{N}^* \to \mathbb{Z}^*)$

  $f_{elem}(2k) := k, f_{elem}(2k+1) := -k-1$ pt. $k \in \mathbb{N}$,

  $f_{stiva}(n_1 \cdots n_k) := f_{elem}(n_k) \cdots f_{elem}(n_1)$ pt. $n_1 \cdots n_k \in \mathbb{N}^*$.

  f este $STIVA$-izomorfism
- Algebrele izomorfe satisfac "aceleaşi proprietăţi".

Exemple

- $AUTOMAT$-algebra A:
  $A_{intrare} = \{x, y\}$, $A_{stare} = \{s0, s1\}$, $A_{iesire} := \{T, F\}$
  $A_{s0} := s0$, $A_g(s0) := F$, $A_g(s1) := T$,
  $A_f(x, s0) := s0$, $A_f(y, s0) := s1$,
  $A_f(x, s1) := s0$, $A_f(y, s1) := s1$.

Exemple

- $AUTOMAT$-algebra A:
  $A_{intrare} = \{x, y\}$, $A_{stare} = \{s0, s1\}$, $A_{iesire} := \{T, F\}$
  $A_{s0} := s0$, $A_g(s0) := F$, $A_g(s1) := T$,
  $A_f(x, s0) := s0$, $A_f(y, s0) := s1$,
  $A_f(x, s1) := s0$, $A_f(y, s1) := s1$.
- Exerciţiu. Dacă C este o $AUTOMAT$-algebră şi $C \simeq A$ atunci automatele asociate acceptă acelaşi limbaj (modulo redenumire).

Exemple

- $AUTOMAT$-algebra A:
  $A_{intrare} = \{x, y\}$, $A_{stare} = \{s0, s1\}$, $A_{iesire} := \{T, F\}$
  $A_{s0} := s0$, $A_g(s0) := F$, $A_g(s1) := T$,
  $A_f(x, s0) := s0$, $A_f(y, s0) := s1$,
  $A_f(x, s1) := s0$, $A_f(y, s1) := s1$.
- Exerciţiu. Dacă C este o $AUTOMAT$-algebră şi $C \simeq A$ atunci automatele asociate acceptă acelaşi limbaj (modulo redenumire).
- Algebrele izomorfe sunt "identice" (modulo redenumire).

ADT

- Un *tip abstract de date* este o mulţime de date (valori) şi operaţii asociate lor, a căror descriere (specificare) este independentă de implementare.
  abstract=disassociated from any specific instance

ADT

- Un *tip abstract de date* este o mulţime de date (valori) şi operaţii asociate lor, a căror descriere (specificare) este independentă de implementare.
  abstract=disassociated from any specific instance
- O algebră este este formată dintr-o mulţime de elemente şi o mulţime de operaţii. Algebrele pot modela tipuri de date.

ADT

- Un *tip abstract de date* este o mulţime de date (valori) şi operaţii asociate lor, a căror descriere (specificare) este independentă de implementare.
  abstract=disassociated from any specific instance
- O algebră este este formată dintr-o mulţime de elemente şi o mulţime de operaţii. Algebrele pot modela tipuri de date.
- Două algebre izomorfe au acelaşi comportament, deci trebuie sa fie modele ale aceluaşi tip de date. Aceasta asigură independenţa de implementare.

ADT

- O signatură (S, Σ) este interfaţa sintactică a unui tip abstract de date.

ADT

- O signatură (S, Σ) este interfaţa sintactică a unui tip abstract de date.
- O algebră $A = (A_S, A_\Sigma)$ este o posibilă implementare.

ADT

- O signatură (S, Σ) este interfaţa sintactică a unui tip abstract de date.
- O algebră $A = (A_S, A_\Sigma)$ este o posibilă implementare.
- Dacă $A \simeq B$, atunci A şi B implementează acelaşi tip de date.

ADT

- O signatură (S, Σ) este interfaţa sintactică a unui tip abstract de date.
- O algebră $A = (A_S, A_\Sigma)$ este o posibilă implementare.
- Dacă $A \simeq B$, atunci A şi B implementează acelaşi tip de date.
- Un tip abstract de date este o clasă $\mathcal{C}$ de (S, Σ)-algebre închisă la izomorfism:

$$A \in \mathcal{C},\ A \simeq B \Rightarrow B \in \mathcal{C}.$$