Laboratorul 5

1. Considerăm următorul joc: se aruncă un zar; dacă apare 6, se câştigă 3 u.m. (unităţi monetare), dacă apare 1 se câştigă 2 u.m., dacă apare 2, 3, 4 sau 5 se pierde 1 u.m. Simulaţi de $n \in \{100, 500, 1000\}$ ori valoarea câştigului în joc, folosind *metoda inversei* (prezentată în curs). Afişaţi histograma frecvenţelor relative şi valoarea medie pentru vectorul X dat de cele n simulări.

```
count=histc(X,[-1 2 3]); bar([-1 2 3],count/n,0.9,'FaceColor','b');
```

Comparaţi rezultatele obţinute cu cele teoretice.

2. Simulaţi de $n \in \{100, 500, 1000\}$ ori valoarea înălţimii unei persoane folosind distribuţia normală cu parametrii $m = 165$ (cm) şi $\sigma = 10$ (cm).
i) Afişati o histogramă cu 10 bare a frecvenţelor relative pentru vectorul X dat de cele n simulări.

```
wbin=(max(X)-min(X))/10; bins=min(X):wbin:max(X);
count=histc(X,bins); bar(bins,count/(n*wbin),'histc');
```

Comparaţi histograma cu graficul unei funcţii de densitate corespunzătoare.
ii) Afişaţi valoarea medie şi proporţia de valori în intervalul $[160, 170]$ pentru cele n simulări. Comparaţi rezultatele obţinute cu cele teoretice.

În rezolvarea cerinţelor de mai sus, puteţi folosi funcţiile: `normrnd`, `normpdf`, `normcdf`.

3. Generaţi $n \in \{100, 500, 1000\}$ perechi de numere aleatoare (X, Y) conform probabilităţilor date în următorul tabel:

$X \backslash Y$	-1	1	2
-1	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$

. Folosind perechile de numere generate, estimaţi următoarele valori: $P(X \cdot Y \geq 1)$ şi $E(X \cdot Y)$. Comparaţi valorile estimate cu cele teoretice.

4. Doamna **A** şi domnul **B** îşi plimbă independent căţeii în fiecare zi în acelaşi parc. Doamna **A** ajunge în parc la ora 11:00 şi îşi plimbă căţelul X minute conform distribuţiei exponenţiale cu media de 15 minute, iar domnul **B** ajunge în parc la ora 11:10 şi îşi plimbă căţelul Y minute conform distribuţiei uniforme pe intervalul $[5, 15]$. Estimaţi, cu ajutorul unor simulări, probabilitatea ca doamna **A** să-l întâlnească pe domnul **B** în timpul unei plimbări, dar să plece înaintea lui din parc. Comparaţi valoarea estimată cu cea teoretică.

În rezolvarea cerinţelor de mai sus, puteţi folosi funcţiile: `exprnd`, `unifrnd`.

Fie $f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ şi $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{10}, & y \in [5, 15] \\ 0, & y \notin [5, 15] \end{cases}$. $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)\, dx = \int_0^{\infty} \lambda x e^{-\lambda x}\, dx$ $= \frac{1}{\lambda} \implies X \sim Exp(\frac{1}{15}) \implies$ folosim în simulări funcţia `exprnd` cu parametrul 15 (a se vedea cursul). Probabilitatea ca doamna **A** să-l întâlnească pe domnul **B**, dar să plece înaintea lui din parc, este (a se vedea **P.16** şi **P.17** în curs):

$$P(15 \leq X \leq 10 + Y \leq 25) = P((X, Y) \in \{(x, y) : y \in [5, 15], x \in [15, 10 + y]\})$$
$$= \int_5^{15} \int_{15}^{10+y} f_X(x) f_Y(y)\, dx\, dy = \int_5^{15} \frac{1}{10} \left(\int_{15}^{10+y} \frac{1}{15} e^{-\frac{x}{15}} dx \right) dy = \int_5^{15} \frac{e^{-1} - e^{-\frac{2}{3} - \frac{y}{15}}}{10} dy$$
$$= e^{-1} \left(1 + \frac{15}{10} e^{-\frac{y-5}{15}} \Big|_5^{15} \right) = \frac{3\exp(-\frac{5}{3}) - \exp(-1)}{2} \approx 10\%.$$