

Laboratorul 2

1. (Probabilitatea condiționată) Dacă \mathbf{A} și \mathbf{B} sunt două evenimente astfel încât $P(\mathbf{A}) > 0$, atunci probabilitatea condiționată a evenimentului \mathbf{B} condiționat de evenimentul \mathbf{A} este

$$P(\mathbf{B}|\mathbf{A}) = \frac{P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B})}{P(\mathbf{A})}.$$

Într-o urnă sunt 5 bile roșii, 3 bile albastre și 2 bile verzi. Se extrag aleator, pe rând, 3 bile din urnă, fără repunerea bilei extrase înapoi în urnă înaintea următoarei extrageri. Se consideră următoarele evenimente asociate acestui experiment: \mathbf{A} : “cel puțin o bilă extrasă este roșie” și \mathbf{B} : “toate bilele extrase au aceeași culoare.”

i) Folosind funcția `randsample`, scrieți o funcție care simulează de 2000 de ori experimentul de mai sus și returnează proporția de simulări în care a avut loc evenimentul \mathbf{A} .

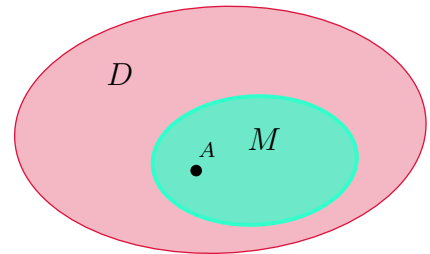
ii) Scrieți o funcție care simulează de 2000 de ori experimentul de mai sus și returnează proporția de simulări în care a avut loc evenimentul $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$.

iii) Folosind rezultatele obținute la **i)** și **ii)**, estimați probabilitatea $P(\mathbf{B}|\mathbf{A})$. Comparați această estimare cu valoarea exactă a probabilității.

iv) Scrieți o funcție care simulează de 2000 de ori experimentul de mai sus și returnează proporția de simulări în care a avut loc evenimentul \mathbf{B} după ce s-a observat anterior apariția evenimentului \mathbf{A} , relativă la numărul de apariții ale evenimentului \mathbf{A} . Comparați valoarea obținută cu valorile obținute la **iii)**.

2. (Probabilitatea geometrică) Fie $M \subset D \subset \mathbb{R}^n$, $n \in \{1, 2, 3\}$, mulțimi cu măsuri finite. Alegem aleator un punct $A \in D$ (în acest caz spațiul de selecție este D). Probabilitatea geometrică a evenimentului “ $A \in M$ ” este

$$P("A \in M") := \frac{\text{măsura}(M)}{\text{măsura}(D)}.$$



Măsura este “lungimea” în \mathbb{R} , “aria” în \mathbb{R}^2 , “volumul” în \mathbb{R}^3 .

i) Să se estimeze, prin simulări, probabilitatea ca un punct ales aleator, folosind funcția `rand`, în interiorul unui pătrat să se afle în interiorul cercului tangent laturilor pătratului.

ii) Să se estimeze, prin simulări, probabilitatea ca un punct ales aleator, folosind funcția `rand`, în interiorul unui pătrat să fie mai apropiat de centrul pătratului decât de vârfurile pătratului.

iii) Să se estimeze, prin simulări, probabilitatea ca un punct ales aleator, folosind funcția `rand`, într-un pătrat să formeze cu vârfurile pătratului două triunghiuri ascuțitunghice și două triunghiuri obtuzunghice.

Determinați pentru fiecare subpunct probabilitatea geometrică corespunzătoare.