

DISCRETE MATH

STARTER VER.

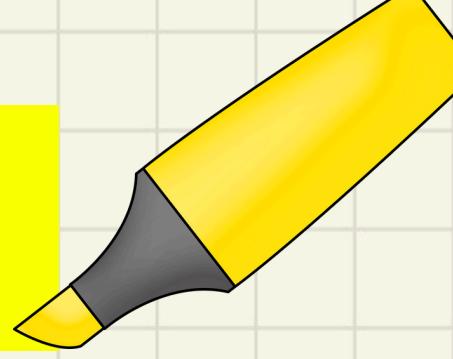
STARTER EDITION



โครงสร้างไม่ต่อเนื่อง

BY CHAQUI.RL

CS101



(DISCRETE STRUCTURE)

PROPOSITION

ประพจน์เป็นประโยคบอกเล่า(DECLARATIVE SENTENCE) ที่สามารถบอกค่าความจริง (TRUE OR FALSE) ได้
ตัวอย่าง:

- $1+1 = 3$ เราสามารถบอกได้ว่าเป็นเท็จ เพราะ $1+1 = 2$
- ฝนตกเมื่อวานนี้ เราสามารถบอกได้ว่าเมื่อวานนี้ฝนตกจริงไหม
- พรุ่งนี้จะมีแต่ชั่วโมง!! สามารถหาข้อสรุปได้ว่าจะเป็นจริงหรือเท็จ

TRY IT !!

ประโยคต่อไปนี้ เป็นประพจน์หรือไม่? ?

Jen กินข้าวกับไข่เจียว

.....

พรุ่งนี้ไปตลาดกัน!

.....

ส้มตำนี้มีรสเผ็ด

.....

ชายคนนี้เป็นโปรแกรมเมอร์

.....

รถติดมากครับ!

.....

สวัสดีครับคุณแม่

.....

เมื่อคืนฉันดูซีรีย์ยังล่วงเลย 4

.....

แม่อยู่ไหนเนี่ย?

.....

1+1 เท่ากับเท่าไหร่?

.....

ลูกอมมีรสชาติเหมือนเนื้อจระเข้

.....

CONNECTIVE ตัวเชื่อม

ประพจน์ 2 ประพจน์สามารถนำมารวมกันได้ด้วย ตัวเชื่อม

- และ : AND (CONJUNCTION) \wedge OR &&
- หรือ : OR (DISJUNCTION) \vee OR ||
- EXCLUSIVE OR (XOR) \oplus
- นิเลส์: NEGATION \neg
- ถ้า...แล้ว: IMPLICATION \rightarrow
- ก็ต่อเมื่อ: DOUBLE IMPLICATION \leftrightarrow

OR VS XOR

OR เป็นจริงพร้อมกันทั้ง 2 อย่างได้

เอเป็นโปรแกรมเมอร์ หรือ บีเป็นโปรแกรมเมอร์ เป็นทั้งคู่ได้

XOR เป็นจริงพร้อมกันทั้ง 2 อย่างไม่ได้ ให้เลือกอย่างใดอย่างนึง

พรุ่งนี้ตอน 8.00 น. ฝนจะตกหรือไม่ก็หิมะตก เป็นทั้งคู่ไม่ได้

CONJUNCTION

P:A IS A PROGRAMMER

$P \text{ และ } Q$

Q:B IS A PROGRAMMER

$P \wedge Q$: A IS A PROGRAMMER AND B IS A PROGRAMMER

P	Q	$P \wedge Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

INCLUSIVE DISJUNCTION

P:A IS A PROGRAMMER

$P \text{ หรือ } Q$

Q:B IS A PROGRAMMER

$P \vee Q$: A IS A PROGRAMMER OR B IS A PROGRAMMER

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

EXCLUSIVE DISJUNCTION

P:A IS A PROGRAMMER

Q:B IS A PROGRAMMER

$P \oplus Q$: **EITHER** A IS A PROGRAMMER **OR** B IS A PROGRAMMER

P หรือ Q อย่างใดอย่างหนึ่ง

P	Q	$P \oplus Q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

NEGATION

P:A IS A PROGRAMMER

$\neg P$:A IS **NOT** A PROGRAMMER

NOT P

P	$\neg P$
T	F
F	T

IMPLICATION

P:A IS A PROGRAMMER

Q: RECEIVES HIGH SALARY

ถ้า P แล้ว Q

$P \rightarrow Q$: **IF** A IS A PROGRAMMER,**THEN** A RECEIVES HIGH SALARY

Q IS NECESSARY FOR P

เราจะเรียก P ว่า สมมติฐาน (HYPOTHESIS)

ส่วน Q เรียกว่า ข้อสรุป (CONCLUSION)

ลั่งเกตได้จากการตารางการที่สมมติฐานเป็นเท็จจะให้ค่าความจริงเป็น T เป็นค่าเริ่มต้น (TRUE BY DEFAULT)

- **ประพจน์กลับ (CONVERSE) $Q \rightarrow P$**

IF A RECEIVES HIGH SALARY, THEN A IS A PROGRAMMER.

- **ประพจน์ผกผัน (INVERSE) $\neg P \rightarrow \neg Q$**

IF A IS NOT A PROGRAMMER, THEN A RECEIVES LOW SALARY.

- **ประพจน์แย้งกลับที่ (CONTRAPOSITIVE) $\neg Q \rightarrow \neg P$**

IF A RECEIVES LOW SALARY, THEN A IS NOT A PROGRAMMER.

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

TRY IT !!

กำหนดให้ประพจน์ P และ Q เป็นดังนี้

P : ก็งกือเปิดร้านอาหาร

Q : ก็งกือทำอาหารอร่อยมาก

ให้ P IMPILES Q ($P \rightarrow Q$)

จงเขียนประโยชน์ $P \rightarrow Q$:

.....
จงเขียนประโยชน์นี้ในรูป CONVERSE INVERSE และ CONTRAPOSITIVE

CONVERSE:

INVERSE:

CONTRAPOSITIVE:

DOUBLE IMPLICATION

ถ้า $P \rightarrow Q$ และ $Q \rightarrow P$ และ $P \leftrightarrow Q$ (ได้ทั้งไปและกลับ)

P : A IS A PROGRAMMER

Q : RECEIVES HIGH SALARY

$P \leftrightarrow Q$:

- A IS A PROGRAMMER **IF AND ONLY IF** A RECEIVES HIGH SALARY

- IF A IS A PROGRAMMER THEN A RECEIVES HIGH SALARY **AND**

CONVERSELY

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T



TRY IT !!



1. กำหนดให้ประพจน์ P และ Q เป็นดังนี้

ພະມັດດຳເປັນນໍາກຮອງ

Q: ມີເຫດຜະໄວ້ເປັນທ່ານ

ASSUME THAT P AND Q IS TRUE ---TIPS:ควร ASSUME ให้เป็นจริงก่อนแล้ว
จะเขียนสรุปประโยคต่อไปว่ามีค่าความจริงเป็นอย่างไร

1.1 ມດດຳເປັນນັກຮ້ອງແລະມດແດງເປັນຫ່າງຕົ້ນຜມ

1.2 ມດດຳເປັນໂຈຮ່າຮີ້ວມດແດງເປັນທຫາ

2. กำหนดให้ประพจน์ P และ Q เป็นดังนี้

พ.กิ๊งก่ามีไฟน์เรช

ឧំពីងាររាយរាជ

ASSUME THAT P AND Q IS TRUE ---TIPS: ควร ASSUME ให้เป็นจริงก่อนเสมอ
จะเขียนสรุปประโยชน์ต่อไปว่ามีค่าความจริงเป็นอย่างไร

2.1 ถ้าก็งก่ามีแฟนฝรั่งแล้วก็งก่าจนมาก

2.2 ถ้าก็งก่ามีไฟนเป็นคนไทยแล้วก็งก่ารายมาก

2.3 ถ้ากึ่งก่ามีไฟเป็นคนไทยแล้วกึ่งก่าจนมาก

2.4 ถ้ากึ่งก่ารอยมากแล้วกึ่งก่ามีไฟน์ฟรี่

2.5 ถ้ากึ่งก่าจนมากแล้วกึ่งก่ามีไฟน์ฟรี่



TAUTOLOGY

คือประพจน์ใน FORMAL LOGIC ที่มีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ

ตัวอย่างเช่น : $(P \wedge Q) \rightarrow P$ สามารถพิจารณาค่าความจริงได้จากตาราง

P	Q	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow P$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

จะเห็นได้ว่า $(P \wedge Q) \rightarrow P$ มีค่าความจริงเป็นจริงทั้งหมด
ดังนั้น $(P \wedge Q) \rightarrow P$ เป็น TAUTOLOGY

สามารถเขียนได้ว่า : $(P \wedge Q) \Rightarrow P$

TAUTOLOGY ในรูป $A \wedge B \Rightarrow C$ มากเขียนในรูปแบบ

$$\left. \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \right\} \Rightarrow C$$

CONTRADICTION

คือประพจน์ใน FORMAL LOGIC ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จเสมอ

ตรงข้ามกับ TAUTOLOGY นั่นเอง

ตัวอย่างเช่น : $P \wedge \neg P$ สามารถพิจารณาค่าความจริงได้จากตาราง

P	$\neg P$	$P \wedge \neg P$
T	F	F
F	T	F

DERIVATION RULE

EQUIVALENCE RULE

INFERENCE RULE

EQUIVALENCE RULE

EQUIVALENCE RULE อธิบายการเท่ากันทางโลจิกของประพจน์

เช่น กำหนดให้ ประพจน์ P แทนเหตุการณ์นี้

P : ฉันໄປເຖິງເຊີຍໃໝ່

เราทราบວ່າ $P \Leftrightarrow \neg \neg P$

จะได้ว່າ $\neg \neg P$ គື້ນໆ ດືກ້າວໆ ທີ່ມີໄປເຖິງເຊີຍໃໝ່ ກືດືກ້າວໆ ທີ່ມີໄປເຖິງເຊີຍໃໝ່ນໍ້າເອງ
ດັ່ງນັ້ນ $P \Leftrightarrow \neg \neg P$ (DOUBLE NEGATION)

Double negation : $p \Leftrightarrow \neg \neg p$ (ນີ້ເສີ 2 ຜົນ)

Implication : $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$

De morgan's law : $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
 $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

} * ກົດນີ້ເລີດເຫັນ ກົດລວມທາງ
* ເປັນນຳມີນາ
* \wedge " — " \vee

Commutativity : $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
 $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ } * ລຸບທີ່

Associativity : $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
 $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ } * ຢ່າຍອງ ເນັ້ນ * ໃນໄຕແລກວະກົດລວມນຳກົດ
Ex: $p \vee q \wedge r$ ສຳເນົາໄວ້

INFERENCE RULE

อธิบายเมื่อ WEAKER STATEMENT สามารถอนุมานได้จาก STRONGER STATEMENT

Modus ponens :

$$\left. \begin{array}{l} p \\ p \rightarrow q \end{array} \right\} \Rightarrow q$$

If p then q
 p
 $\therefore q$

* หน้าตู่ หลังไว้
* p จริง $\rightarrow q$ จริง

Modus tollens :

$$\left. \begin{array}{l} \neg q \\ p \rightarrow q \end{array} \right\} \Rightarrow \neg p$$

If p then q
 $\neg q$
 $\therefore \neg p$

* หัวเท็จ น้ำตก
* หลังเท็จหน้าก็เท็จ
* $\neg q \rightarrow \neg p$

Simplification :

$$\left. \begin{array}{l} p \wedge q \\ q \wedge p \end{array} \right\} \Rightarrow p$$

* ถ้าปัจจุบันมี $p \wedge q$ ก็ต้องมี p

↳ Tips: ถ้ามีสองตัวนี้ให้ใช้ Commutativity และก่อไป Simplification



Elimination :

$$\left. \begin{array}{l} p \vee q \\ \neg q \end{array} \right\} p$$

$$p \vee \cancel{x}$$

↳ ตัดตัวที่ไม่เกี่ยว

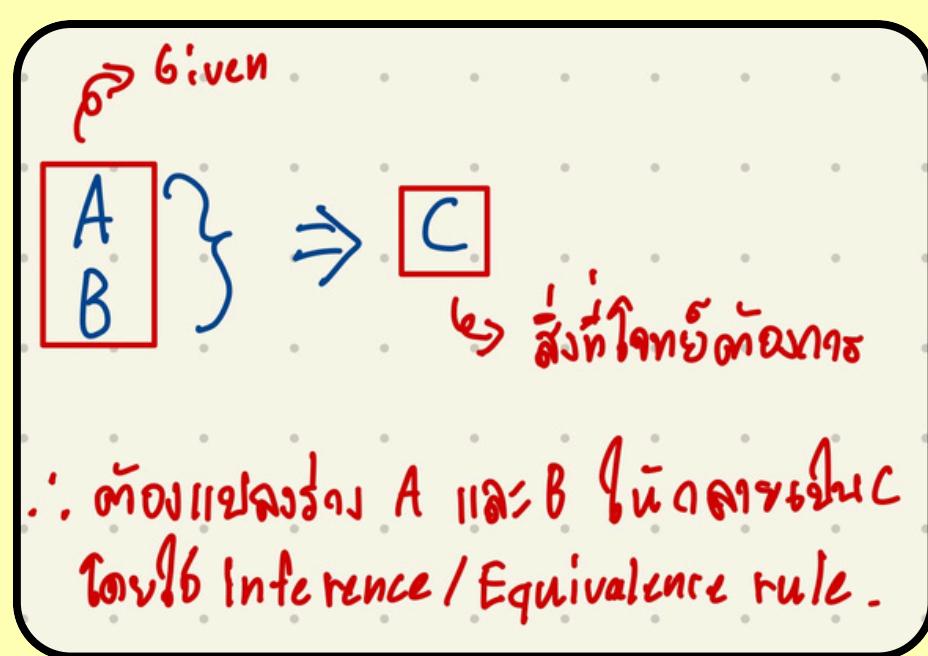
Addition :

$$p \Rightarrow p \vee q$$

เขียนๆ เขียนๆ ใจที่ดูจะเป็นอย่างนั้นใจเดียว

PROOF SEQUENCE

นำ EQUIVALENCE AND INFERENCE RULE มาแปลงร่าง GIVEN STATEMENT ให้กลายเป็นลิสต์ที่โจทย์ต้องการ



ตัวอย่าง PROOF SEQUENCE

$$\begin{array}{c} P \wedge (q \vee r) \\ \neg (P \wedge q) \end{array} \Rightarrow P \wedge r$$

Statements	Reasons
1. $P \wedge (q \vee r)$	given
2. $\neg (P \wedge q)$	given
3. $\neg P \vee \neg q$	De morgan's law ②
4. $\neg q \vee \neg P$	Commutative ③.
5. $q \rightarrow \neg P$	Implication ④
6. $\neg P$	Simplification ①
7. $\neg (\neg P)$	Double negation ⑤
8. $\neg q$	Modus tollens ⑤, ⑥
9. $(q \vee r) \wedge P$	Commutative ①
10. $q \vee r$	Simplification ⑨
11. $r \vee q$	Commutative ⑩
12. $\neg (\neg r) \vee q$	Double negation ⑪
13. $\neg r \rightarrow q$	Implication ⑫
14. $\neg (\neg r)$	Modus tollens ⑧, ⑬
15. $\neg r$	Double negation ⑭
16. $P \wedge \neg r$	Conjunction ⑥, ⑯

*ฝึกทำโจทย์เยอะๆจะทำให้แม่นมากขึ้น

TRY IT !!

$$\begin{array}{c} (\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \vee \neg \mathbf{R} \\ \neg(\mathbf{P} \wedge \mathbf{R}) \\ \mathbf{R} \end{array} \quad \left. \right\} \Rightarrow \mathbf{Q} \wedge \mathbf{R}$$

จงเติม REASON ลงในช่องว่างเพื่อทำให้ PROOF SEQUENCE สมบูรณ์

STATEMENTS

1. $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \vee \neg \mathbf{R}$
2. $\neg(\mathbf{P} \wedge \mathbf{R})$
3. \mathbf{R}
4. $\neg \mathbf{P} \vee \neg \mathbf{Q}$
5. $\mathbf{P} \rightarrow \neg \mathbf{R}$
6. $\neg \mathbf{P}$
7. $\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$
8. \mathbf{Q}
9. $\mathbf{Q} \wedge \mathbf{R}$

REASONS

-
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

-- THE END --

