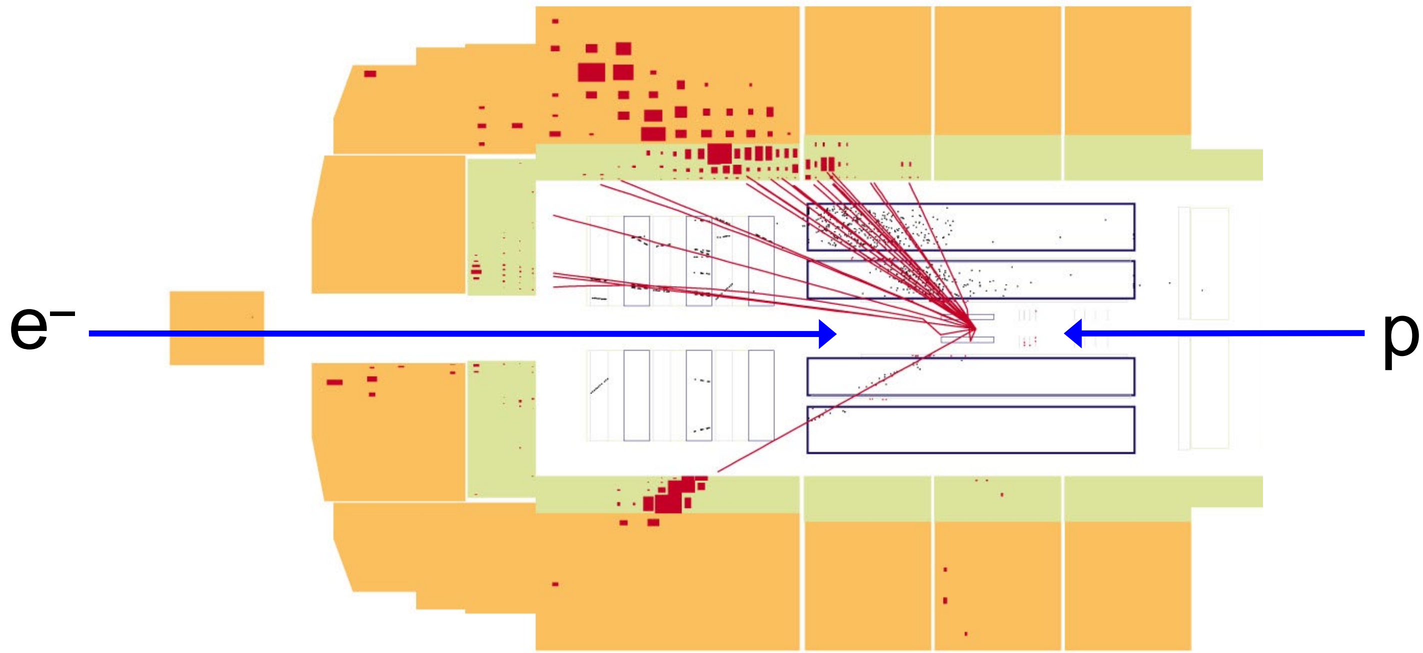
粒子物理学

第 6 章： 深度非弹性散射



张雷，车轶旻，南京大学物理学院

Based on M. Thomson's notes

e⁻ p Elastic Scattering at Very High q^2

- 在高q²时，弹性散射的Rosenbluth公式为

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{elastic} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2\sin^4\theta/2}\frac{E_3}{E_1}\left(\frac{q^2}{2M^2}G_M^2\sin^2\frac{\theta}{2}\right) \qquad \tau = -\frac{q^2}{4M^2} \gg 1$$

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2\sin^4\theta/2}\frac{E_3}{E_1}\left(\frac{G_E^2+\tau G_M^2}{(1+\tau)}\cos^2\frac{\theta}{2}+2\tau G_M^2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\tau = -\frac{q^2}{4M^2} > 0$$

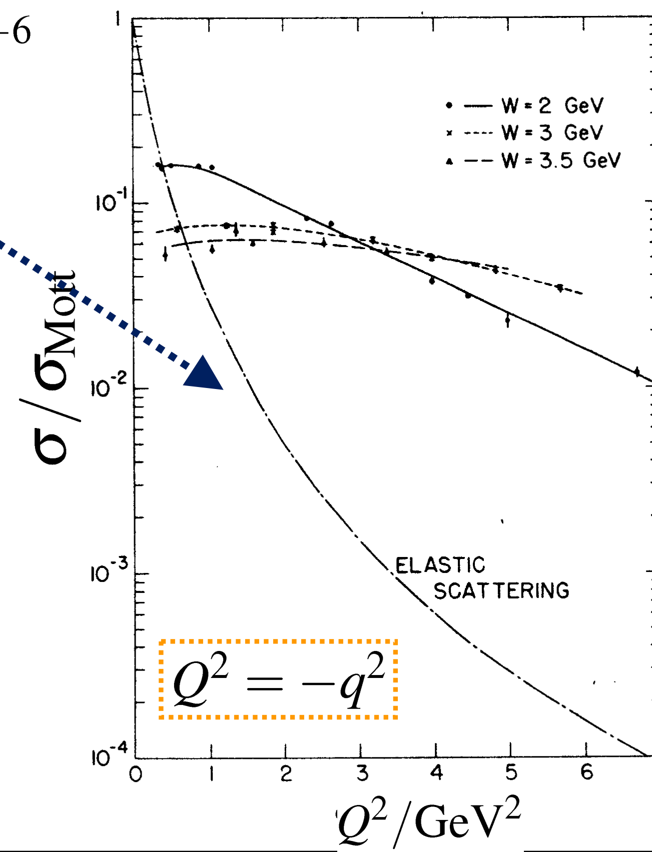
e^- p Elastic Scattering at Very High q^2

- 在高q²时，弹性散射的Rosenbluth公式为

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{elastic} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2\sin^4\theta/2}\frac{E_3}{E_1}\left(\frac{q^2}{2M^2}G_M^2\sin^2\frac{\theta}{2}\right) \qquad \tau = -\frac{q^2}{4M^2} \gg 1$$

- 从e⁻p 弹性散射得到的质子磁形状因子为 $G_M(q^2) \approx \dfrac{1}{(1+q^2/0.71\mathrm{GeV}^2)^2}$

在高q² $\Rightarrow$ $G_M(q^2) \propto q^{-4}$ $\Rightarrow$ $\left(\dfrac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{elastic} \propto q^{-6}$



M.Breidenbach et al., Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 935

e⁻ p Elastic Scattering at Very High q^2

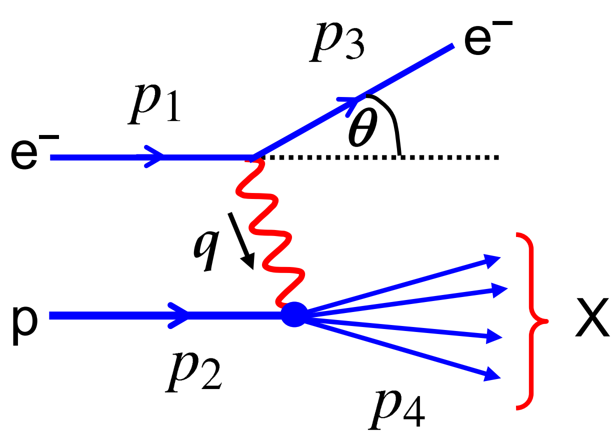
- 在高q^2时，弹性散射的Rosenbluth公式为

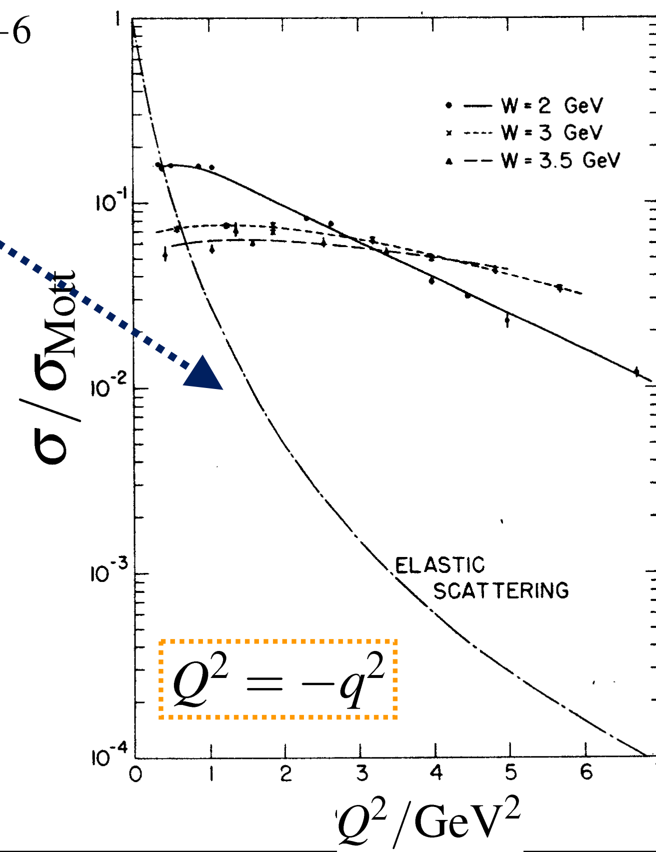
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{elastic} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2\sin^4\theta/2}\frac{E_3}{E_1}\left(\frac{q^2}{2M^2}G_M^2\sin^2\frac{\theta}{2}\right) \qquad \tau = -\frac{q^2}{4M^2} \gg 1$$

- 从e^-p 弹性散射得到的质子磁形状因子为 $G_M(q^2) \approx \dfrac{1}{(1+q^2/0.71\mathrm{GeV}^2)^2}$

在高q^2 $\Rightarrow$ $G_M(q^2) \propto q^{-4} \Rightarrow \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{elastic} \propto q^{-6}$

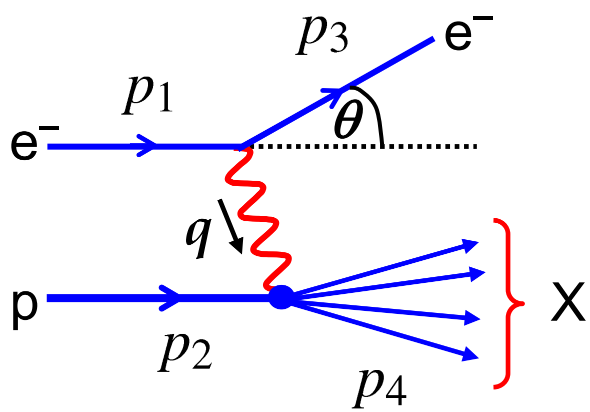
- 由于质子有一定的尺寸，高q^2时弹性散射概率变小，能打碎质子的非弹性散射开始占主导





M.Breidenbach et al., Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 935

Kinematics of Inelastic Scattering



- 非弹性散射末态的强子体系质量不再是质子质量M
- 末态强子体系至少包含一个重子，说明其末态不变质量 $M_X > M$ $\quad M_X^2 = p_4^2 = (E_4^2 - |\vec{p}_4|^2)$
- 非弹性散射研究引入四个新运动学变量： $\boxed{x, y, \nu, Q^2}$

➢ 定义1：Bjorken x $\boxed{x \equiv \dfrac{Q^2}{2p_2.q}}$ 其中 $\boxed{Q^2 \equiv -q^2}$ $\quad Q^2 > 0$

（洛伦兹不变）

这里 $M_X^2 = p_4^2 = (q + p_2)^2 = -Q^2 + 2p_2.q + M^2$

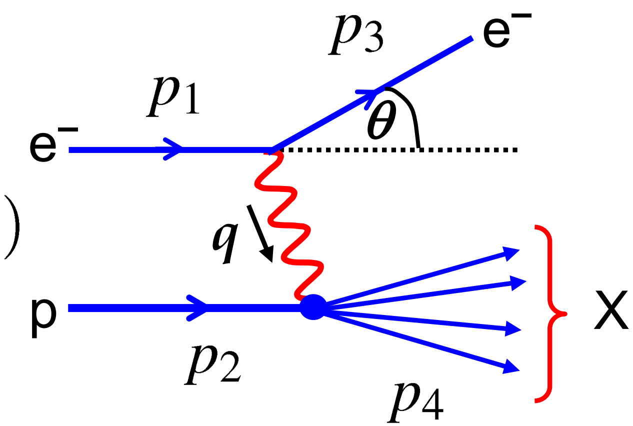
$\Rightarrow \quad Q^2 = 2p_2.q + M^2 - M_X^2 \quad \Rightarrow \quad Q^2 \leq 2p_2.q$

注：很多书上 M_X常表示为W

因此 $\boxed{0 < x < 1 \quad \textbf{inelastic}}$ $\quad \boxed{x = 1 \quad \textbf{elastic}}$ ← Proton intact $M_X = M$

Kinematics of Inelastic Scattering

➢ **定义2**： $\boxed{y \equiv \frac{p_2 . q}{p_2 . p_1}}$ （洛伦兹不变）



实验室系

$$p_1 = (E_1, 0, 0, E_1) \quad p_2 = (M, 0, 0, 0)$$

$$q = (E_1 - E_3, \vec{p}_1 - \vec{p}_3)$$

$$y = \frac{M(E_1 - E_3)}{ME_1} = 1 - \frac{E_3}{E_1}$$

入射粒子损失能量的份额 $\boxed{0 < y < 1}$

➢ **定义3**： $\boxed{\nu \equiv \frac{p_2 . q}{M}}$

（洛伦兹不变）

实验室系 $\nu = E_1 - E_3$

入射粒子损失能量

Relationships between Kinematic Variables

$e^- \xrightarrow{p_1} \quad \xleftarrow{p_2} p$

- 对于电子质子碰撞，新运动学变量以质心能量平方s表达

$$s = (p_1 + p_2)^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1.p_2 = 2p_1.p_2 + M^2 + \cancel{m_e^2}$$

忽略电子质量

$$2p_1.p_2 = s - M^2$$

- 对于固定质心能量，四个运动学变量并非完全独立

$$Q^2 \equiv -q^2 \qquad x \equiv \frac{Q^2}{2p_2.q} \qquad y \equiv \frac{p_2.q}{p_2.p_1} \qquad \nu \equiv \frac{p_2.q}{M}$$

- 即 标度变量 x 和 y 可以表达为：

Q^2 related x and y

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \qquad y = \frac{2M}{s - M^2}\nu \qquad 且 \quad xy = \frac{Q^2}{s - M^2} \Rightarrow Q^2 = (s - M^2)xy$$

y 正比于 ν

(y-ν 组合除外)

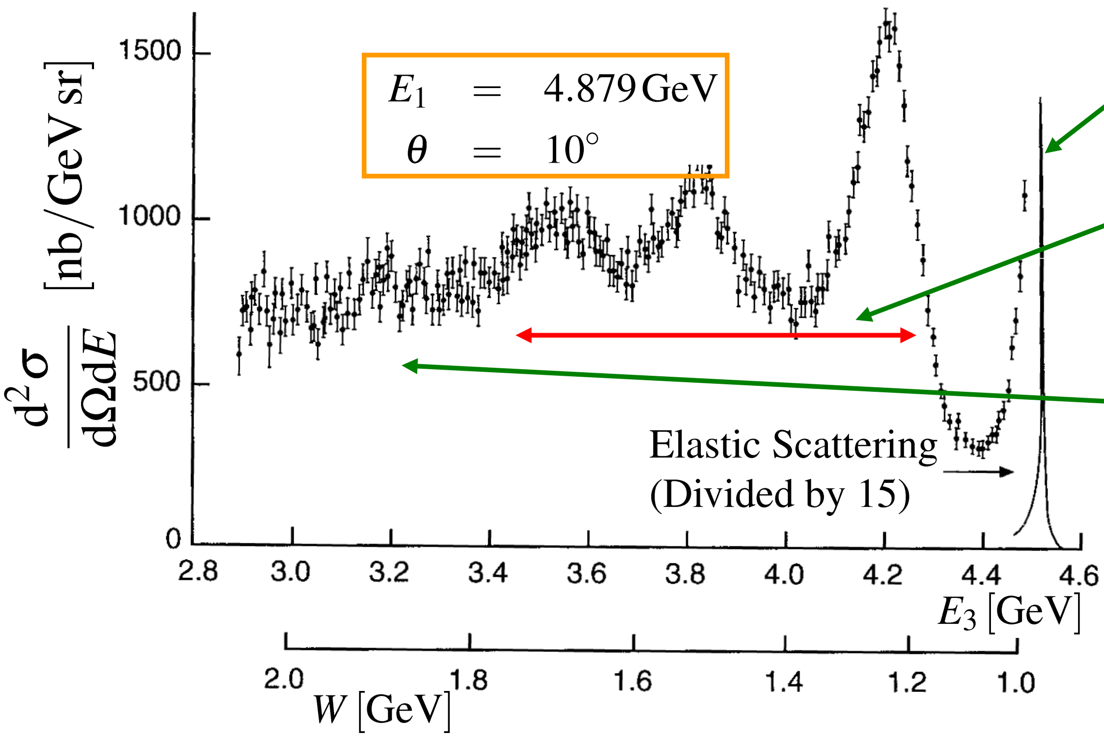
- 对于固定质心能量，相互作用运动学可由上述的任意两个运动学变量完全确定
- 对于弹性散射(x=1)，只有一个独立变量
  - （如上节课讨论）只需要测量电子的散射角度就可以确定所有物理量

Inelastic Scattering

例：4.879 GeV 电子被静止质子散射

- 探测与束流特定夹角散射后电子的能量，运动学完全由电子能量和角度决定
- 如，末态强子系统的不变质量

$$W^2 = (p_2 + q)^2 = p_2^2 + 2p_2\cdot q + q^2 = m_\mathrm{p}^2 + 2p_2\cdot(p_1 - p_3) + (p_1 - p_3)^2$$
$$\approx \left[m_\mathrm{p}^2 + 2m_\mathrm{p}E_1\right] - 2\left[m_\mathrm{p} + E_1(1 - \cos\theta)\right]E_3.$$



- 弹性散射 质子保持完整 $W = M$
- 非弹性散射 产生质子“激发态”

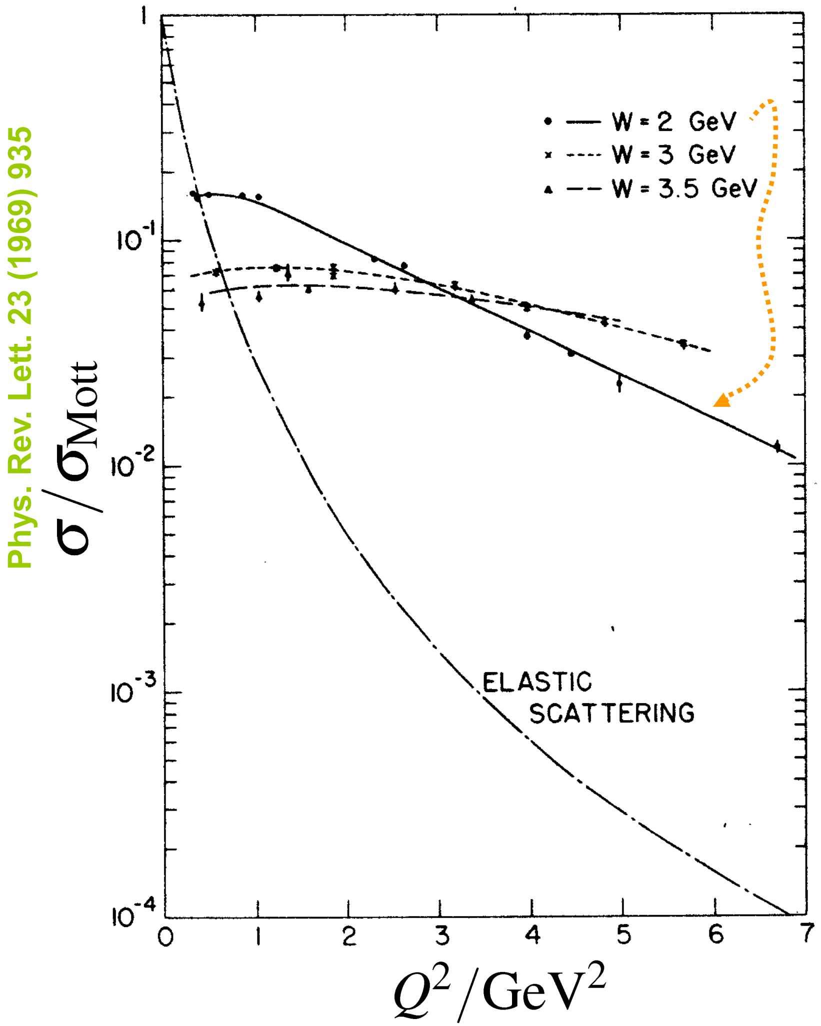
  如 $\Delta^+(1232)$ $W = M_\Delta$
- 深度非弹性散射

  质子破碎导致多粒子末态

DIS = large W

Inelastic Cross Sections

- 在不同角度和束流能量测量，得到q^2依赖的弹性散射和非弹性散射截面



- 弹性散射截面随q^2迅速下降，
  由于质子不是点粒子(即 形状因子)
- 非弹性散射截面随q^2缓慢下降，
- 深度非弹性散射截面几乎与随q^2无关

i.e. "形状因子（傅里叶变换）" → 1

➡ 质子内部点状对象的散射！

Elastic → Inelastic Scattering

- 回忆：（上节课）弹性散射只有一个独立变量
  - 实验室系，微分截面用电子散射角来表达(Rosenbluth公式)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2 \sin^4\theta/2} \frac{E_3}{E_1} \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{(1+\tau)} \cos^2\frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2\frac{\theta}{2} \right) \qquad \tau = \frac{Q^2}{4M^2}$$

注：散射后电子的能量可通过角度来确定

  - 表达成Q^2依赖的洛伦兹不变量

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{(1+\tau)} \left(1 - y - \frac{M^2 y^2}{Q^2} \right) + \frac{1}{2} y^2 G_M^2 \right]$$

进一步写作

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[f_2(Q^2) \left(1 - y - \frac{M^2 y^2}{Q^2} \right) + \frac{1}{2} y^2 f_1(Q^2) \right]$$

- **非弹性散射：**
  - 深度非弹性散射有两个独立变量，因此需要双微分截面

Deep Inelastic Scattering

- $e^-p \rightarrow e^-X$ 非弹性散射最一般的洛伦兹不变表达式（通过单光子交换）：

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4}\left[\left(1-y-\frac{M^2y^2}{Q^2}\right)\frac{F_2(x,Q^2)}{x}+y^2F_1(x,Q^2)\right] \quad (1)$$

INELASTIC SCATTERING

后面讨论该公式如何与质子的夸克模型联系

注：形状因子变为**结构函数** $F_1(x,Q^2)$ 和 $F_2(x,Q^2)$

x 和 Q^2 的函数：不能被简单理解为电荷和磁矩分布的傅里叶变换

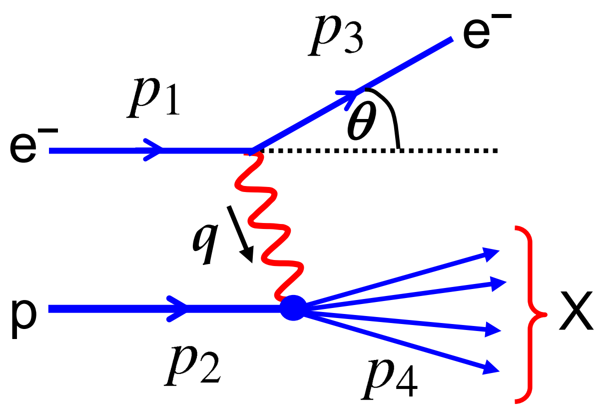
- （描述质子内夸克的 **动量分布**）

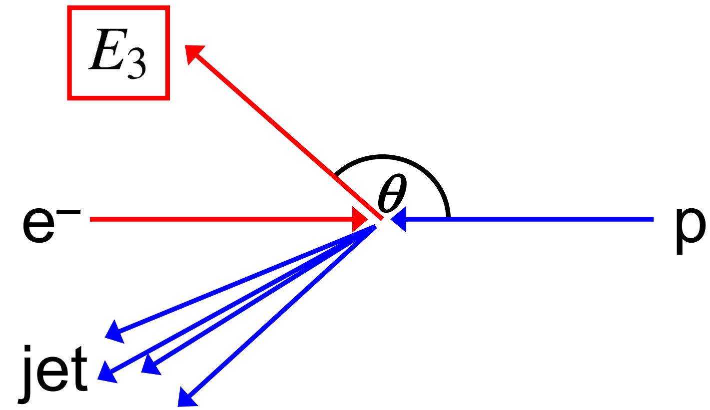
- 在高能极限下 (即 $Q^2 \gg M^2y^2$) 公式 (1) 变成：

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4}\left[(1-y)\frac{F_2(x,Q^2)}{x}+y^2F_1(x,Q^2)\right] \quad (2)$$

Deep Inelastic Scattering

- 为了在实验室系方便测量，将截面表达成散射后电子的 θ 角和能量 E_3 的函数





$$Q^2 = 4E_1E_3\sin^2\theta/2; \quad x = \frac{Q^2}{2M(E_1-E_3)}; \quad y = 1-\frac{E_3}{E_1}; \quad \nu = E_1 - E_3$$

- 在实验室系，公式(2)变成：

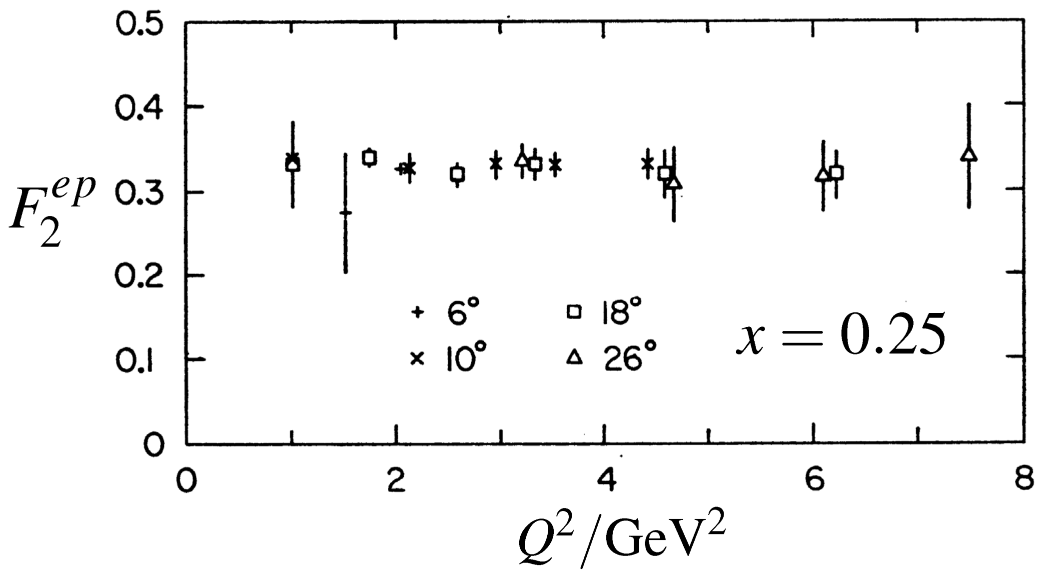
$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}E_3\mathrm{d}\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2\sin^4\theta/2}\left[\frac{1}{\nu}F_2(x,Q^2)\cos^2\frac{\theta}{2}+\frac{2}{M}F_1(x,Q^2)\sin^2\frac{\theta}{2}\right]} \quad (3)$$

电磁结构函数　　纯磁结构函数

Measuring the Structure Functions

- 为了确定给定x 和Q^2下的 $F_1(x, Q^2)$ 和 $F_1(x, Q^2)$ ，需要
  - 在不同散射角下的微分截面测量；入射电子束流的能量

举例：电子-质子散射 固定x 下 F_2 vs. Q^2



J.T.Friedman + H.W.Kendall,
Ann. Rev. Nucl. Sci. 22 (1972) 203

✓ **实验观测：**

➢ F_1 和 F_2 与 Q^2（近似）无关，即 比约肯标度（不变）律 **Bjorken Scaling**

Bjorken Scaling and Callan-Gross Relation

- (近) 独立于Q^2的结构函数被称为 **比约肯标度律**

强烈预示散射来自于质子内部的**点状成分**

$$\boxed{\begin{aligned} F_1(x,Q^2) &\rightarrow F_1(x) \\ F_2(x,Q^2) &\rightarrow F_2(x) \end{aligned}}$$

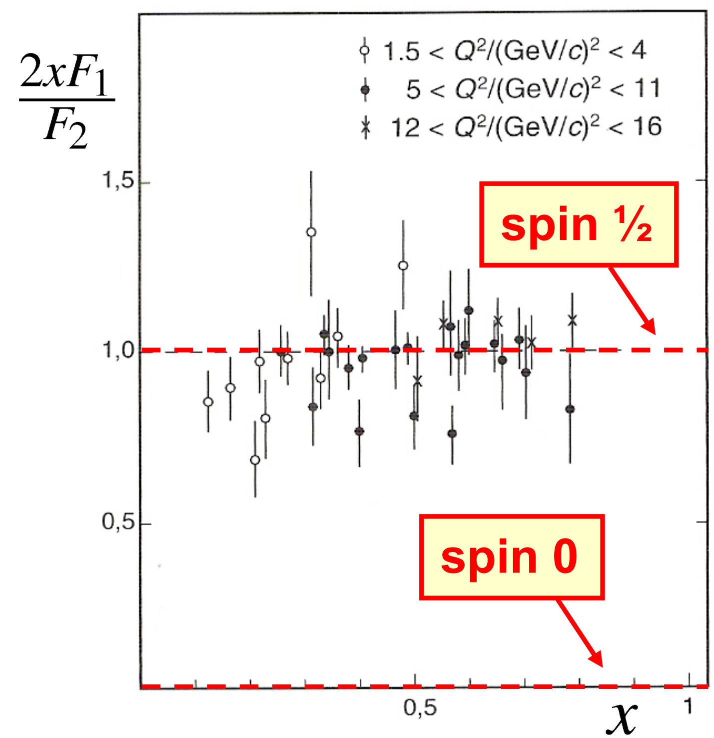
✓ **实验观测 2：$F_1(x)$ 和 $F_1(x)$ 并不独立**
  - 满足 **Callan-Gross 关系式**

$$\boxed{F_2(x) = 2xF_1(x)}$$

- 这正是散射到**自旋1/2**夸克的预言

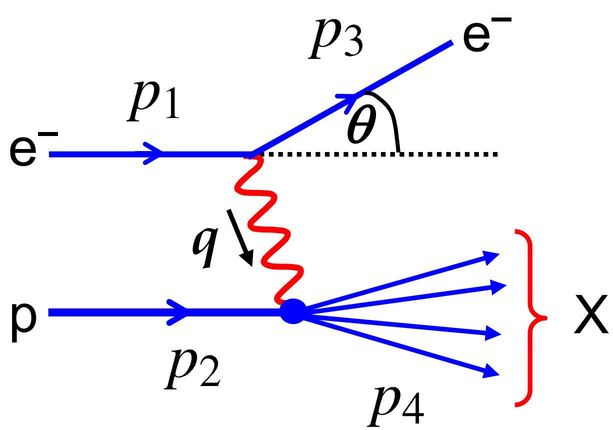
注：如果夸克自旋为零，则纯磁结构函数变成零

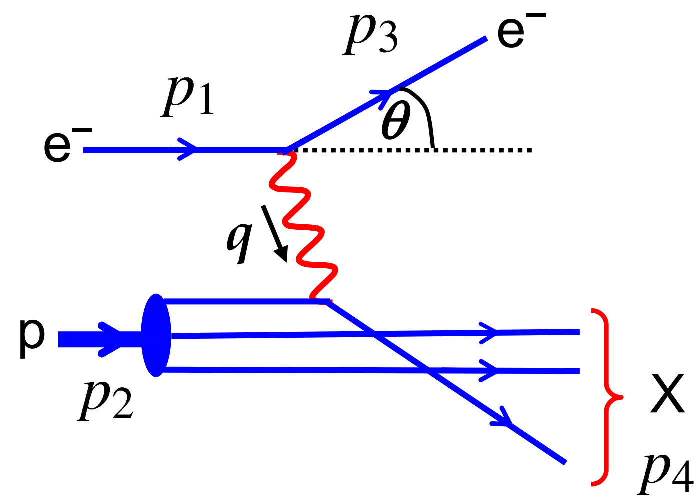
$$F_1(x) = 0$$



Quark-Parton Model

- 费曼：在夸克和胶子被接受前，提出质子是由点状的“部分子”组成的
- 比约肯标度律和Callan-Gross关系式都可以通过如下假设来解释
  - 深度非弹散射的主导过程是单个虚光子与质子的自旋1/2点状组分的散射



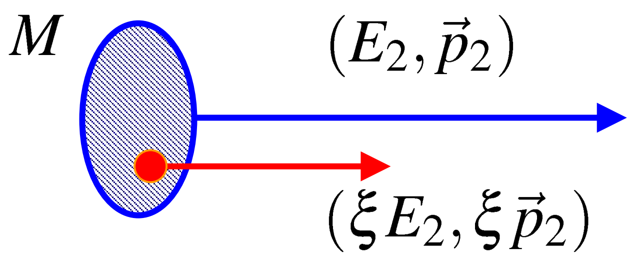


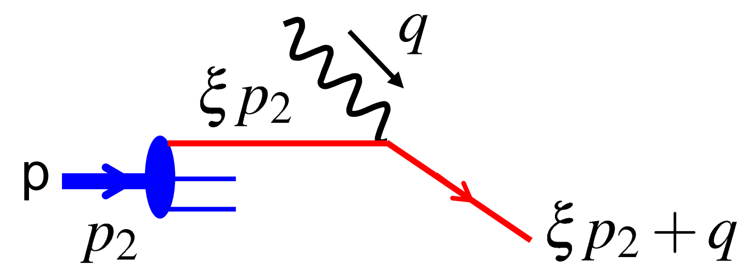
结构函数描述的质子散射 → 含有点状夸克的质子散射

➢ 如何将这两种相互作用的物理图像联系起来？

Quark-Parton Model

- 夸克模型中，基本相互作用是质子中“准自由”自旋1/2夸克的弹性散射
  - 即，将夸克视为自由粒子！
- “无线动量坐标系”最为方便
  - 即质子能量极高，质量可以忽略，且 $p_2 = (E_2, 0, 0, E_2)$
  - 在此坐标系，夸克质量以及任何垂直质子飞行方向的动量都可忽略
- 设夸克携带的动量占质子总动量的比分为 ξ





- 相互作用后被轰击后的夸克四动量为

$$(\xi p_2 + q)^2 = m_q^2 \approx 0 \Rightarrow \cancel{\xi^2 p_2^2} + q^2 + 2\xi p_2.q = 0 \Rightarrow \boxed{\xi = \frac{Q^2}{2p_2.q} = x}$$

$$(\xi^2 p_2^2 = m_q^2 \approx 0)$$

在质子极高能的坐标系内，比约肯变量**x**可被看作被轰击夸克携带的质子总动量的比分

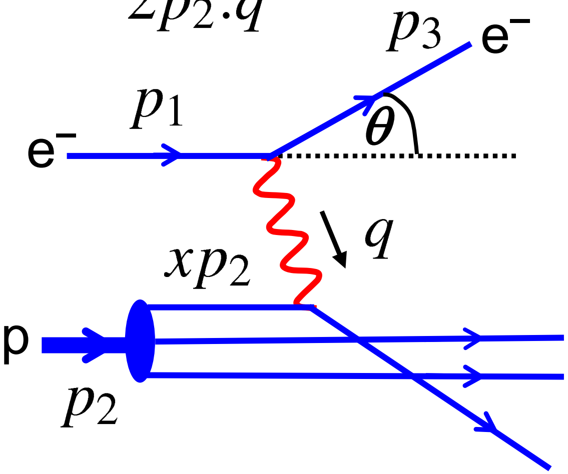
Quark-Parton Model

- 由质子动量 $s=(p_1+p_2)^2 \simeq 2p_1.p_2 \quad y=\dfrac{p_2.q}{p_2.p_1} \quad x=\dfrac{Q^2}{2p_2.q}$
- 但是对于底层的夸克相互作用

$$s^q=(p_1+xp_2)^2=2xp_1.p_2=xs$$

$$y_q=\frac{p_q.q}{p_q.p_1}=\frac{xp_2.q}{xp_2.p_1}=y \qquad x_q=1$$

(弹性的, 即 假设夸克没有破碎)



(下一页) 相对论极限下e⁻μ⁻ → e⁻μ⁻弹性散射的截面LI公式

➢ 应用到 e⁻q→e⁻q: $\dfrac{d\sigma}{dq^2}=\dfrac{2\pi\alpha^2 e_q^2}{q^4}\left[1+\left(1+\dfrac{q^2}{s_q}\right)^2\right]$

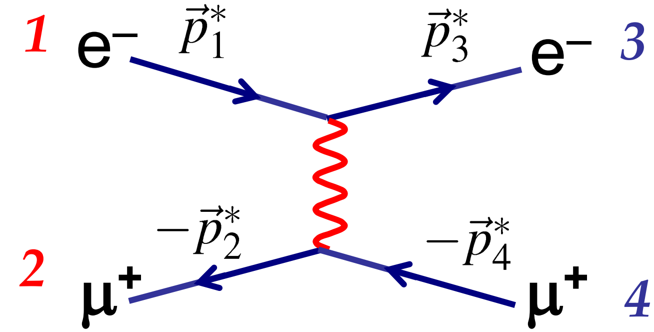
e_q: quark charge, i.e. $e_u=+2/3; \quad e_d=-1/3$

利用 $-q^2=Q^2=(s_q-m^2)x_q y_q$ ➡ $\dfrac{q^2}{s_q}=-y_q=-y$

$$\frac{d\sigma}{dQ^2}=\frac{2\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4}\left[1+(1-y)^2\right]$$

（回顾）LI form of ME: $e^- \mu^- \to e^- \mu^-$

$$\boxed{\sigma = \frac{1}{64\pi^2 s}\frac{|\vec{p}_f^{\,*}|}{|\vec{p}_i^{\,*}|}\int |M_{fi}|^2 \mathrm{d}\Omega^*}$$



- **Express** $\mathrm{d}\Omega^*$ **in terms of Lorentz Invariant** $\mathrm{d}t$

where $t \equiv (p_1 - p_3)^2 = p_1^2 + p_3^2 - 2p_1.p_3 = m_1^2 + m_3^2 - 2p_1.p_3$

$$p_1^{*\mu} = (E_1^*, 0, 0, |\vec{p}_1^{\,*}|) \qquad p_1^\mu p_{3\mu} = E_1^* E_3^* - |\vec{p}_1^{\,*}||\vec{p}_3^{\,*}|\cos\theta^*$$

$$p_3^{*\mu} = (E_3^*, |\vec{p}_3^{\,*}|\sin\theta^*, 0, |\vec{p}_3^{\,*}|\cos\theta^*) \qquad t = m_1^2 + m_3^3 - E_1^* E_3^* + 2|\vec{p}_1^{\,*}||\vec{p}_3^{\,*}|\cos\theta^*$$

giving $\mathrm{d}t = 2|\vec{p}_1^{\,*}||\vec{p}_3^{\,*}|\mathrm{d}(\cos\theta^*)$ **therefore** $\mathrm{d}\Omega^* = \mathrm{d}(\cos\theta^*)\mathrm{d}\phi^* = \dfrac{\mathrm{d}t\,\mathrm{d}\phi^*}{2|\vec{p}_1^{\,*}||\vec{p}_3^{\,*}|}$

hence $$\mathrm{d}\sigma = \frac{1}{64\pi^2 s}\frac{|\vec{p}_3^{\,*}|}{|\vec{p}_1^{\,*}|}|M_{fi}|^2 \mathrm{d}\Omega^* = \frac{1}{2\cdot 64\pi^2 s|\vec{p}_1^{\,*}|^2}|M_{fi}|^2 \mathrm{d}\phi^* \mathrm{d}t$$

- **Finally, integrate over** $\mathrm{d}\phi^*$ **(assuming no** ϕ^* **dependence of** $|M_{fi}|^2$**) gives:**

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{64\pi s|\vec{p}_i^{\,*}|^2}|M_{fi}|^2}$$

（回顾）LI form of ME: $e^-\mu^- \to e^-\mu^-$

$$\boxed{\langle|M_{fi}|^2\rangle = 2e^4\frac{(p_1.p_3)^2+(p_1.p_4)^2}{(p_1.p_2)^2}} \quad \equiv 2e^4\left(\frac{t^2+u^2}{s^2}\right)$$

★任何坐标系都成立！

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}q^2} = \frac{1}{64\pi s\,\mathrm{p}_i^{*2}}\langle|\mathcal{M}_{fi}|^2\rangle = \frac{Q_\mathrm{q}^2 e^4}{32\pi s\,\mathrm{p}_i^{*2}}\left(\frac{s^2+u^2}{t^2}\right)$$

- $\mathrm{p_i^*}=\sqrt{\mathrm{s}}/2$ 和 $t=q^2$，上式写作：

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}q^2} = \frac{Q_\mathrm{q}^2 e^4}{8\pi q^4}\left(\frac{s^2+u^2}{s^2}\right) = \frac{Q_\mathrm{q}^2 e^4}{8\pi q^4}\left[1+\left(\frac{u}{s}\right)^2\right]$$

$$s+t+u=m_1^2+m_2^2+m_3^2+m_4^2$$

- 高能极限下，忽略电子和夸克质量，$u\approx -s-t=-s-q^2$
  - $e^-q \to e^-q$弹性散射的微分截面表达为s和q^2：

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}q^2} = \frac{2\pi\alpha^2 Q_\mathrm{q}^2}{q^4}\left[1+\left(1+\frac{q^2}{s}\right)^2\right]$$

Quark-Parton Model

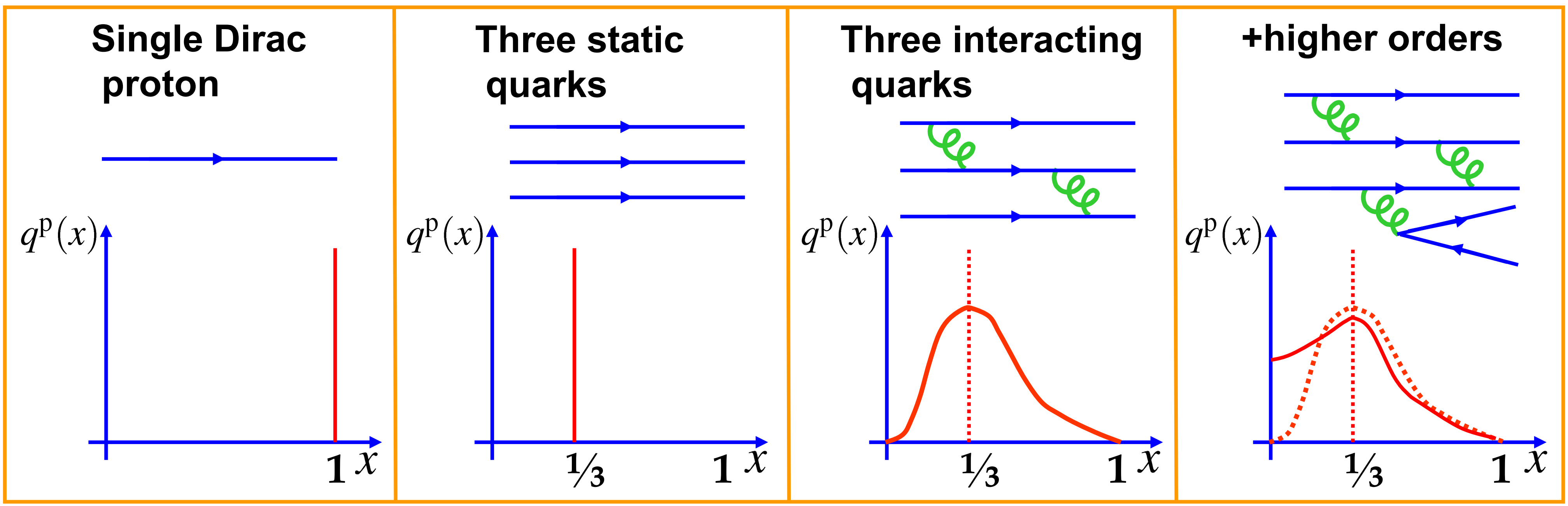
$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4}\left[(1-y) + \frac{y^2}{2}\right]$$

e^-q 弹性散射的微分截面 (3)

考虑夸克的动量分布

- 引入部分子分布函数，使得 $q^p(x)dx$ 是质子中出现携带动量在x→x+dx范围的q型夸克的概率

➢ 预期的部分子分布函数形式?



Quark-Parton Model

- 质子内特定类型夸克 (x→x+dx) 的散射截面：

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}Q^2}=\frac{4\pi\alpha^2}{Q^4}\left[(1-y)+\frac{y^2}{2}\right]\times e_q^2 q^{\mathrm{p}}(x)\mathrm{d}x$$

- 对质子内所有夸克求和后，给出电子–质子散射截面

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2\sigma^{\mathrm{ep}}}{\mathrm{d}x\mathrm{d}Q^2}=\frac{4\pi\alpha^2}{Q^4}\left[(1-y)+\frac{y^2}{2}\right]\sum_q e_q^2 q^{\mathrm{p}}(x)} \qquad (5)$$

- 与由结构函数表达的截面 (公式(2)) 对比：

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}x\mathrm{d}Q^2}=\frac{4\pi\alpha^2}{Q^4}\left[(1-y)\frac{F_2(x,Q^2)}{x}+y^2F_1(x,Q^2)\right]}$$

得到部分子模型预言的结构函数（洛伦兹不变的微分截面的一般形式）

$$\boxed{F_2^{\mathrm{p}}(x,Q^2)=2xF_1^{\mathrm{p}}(x,Q^2)=x\sum_q e_q^2 q^{\mathrm{p}}(x)}$$

⇨ 测量的结构函数与底层的夸克分布联系起来

Quark-Parton Model

夸克模型预言：

- 比约肯标度律 $F_1(x,Q^2) \to F_1(x) \quad F_2(x,Q^2) \to F_2(x)$
  - ✶ 由于散射来自质子内的 点状粒子
- Callan-Gross 关系式 $F_2(x) = 2xF_1(x)$
  - ✶由于散射来自 自旋1/2狄拉克粒子，其磁矩与电荷有直接关联；因此“电磁”和“纯磁”的关系是固定的

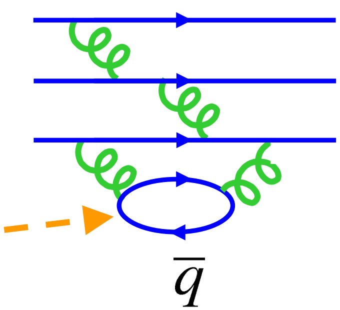
★目前，部分子分布不能从QCD计算得到

- 由于耦合大，不能使用微扰论计算；结构函数的测量可以确定部分子分布函数

★ 对于电子质子散射： $F_2^{\mathrm{p}}(x) = x\sum_q e_q^2 q^{\mathrm{p}}(x)$

- 由于高阶项贡献，质子不仅含有上下型夸克，还含有上下型的反夸克

(忽略小部分重夸克的贡献)



Optional: Quark-Parton Model

- 电子质子散射： $F_2^{\mathrm{ep}}(x) = x\sum_q e_q^2 q^{\mathrm{p}}(x) = x\left(\frac{4}{9}u^{\mathrm{p}}(x) + \frac{1}{9}d^{\mathrm{p}}(x) + \frac{4}{9}\overline{u}^{\mathrm{p}}(x) + \frac{1}{9}\overline{d}^{\mathrm{p}}(x)\right)$
- 电子中子散射： $F_2^{\mathrm{en}}(x) = x\sum_q e_q^2 q^{\mathrm{n}}(x) = x\left(\frac{4}{9}u^{\mathrm{n}}(x) + \frac{1}{9}d^{\mathrm{n}}(x) + \frac{4}{9}\overline{u}^{\mathrm{n}}(x) + \frac{1}{9}\overline{d}^{\mathrm{n}}(x)\right)$
- 假设“同位旋对称性(isospin symmetry)”
  - 上下型夸克可以互换的情况下，中子(ddu)与质子相同(uud)

$$d^{\mathrm{n}}(x) = u^{\mathrm{p}}(x); \qquad u^{\mathrm{n}}(x) = d^{\mathrm{p}}(x)$$

  - 类比质子，定义中子的部分子分布函数

$$u(x) \equiv u^{\mathrm{p}}(x) = d^{\mathrm{n}}(x); \qquad d(x) \equiv d^{\mathrm{p}}(x) = u^{\mathrm{n}}(x)$$
$$\overline{u}(x) \equiv \overline{u}^{\mathrm{p}}(x) = \overline{d}^{\mathrm{n}}(x); \qquad \overline{d}(x) \equiv \overline{d}^{\mathrm{p}}(x) = \overline{u}^{\mathrm{n}}(x)$$

给出：

$$\boxed{F_2^{\mathrm{ep}}(x) = 2xF_1^{\mathrm{ep}}(x) = x\left(\frac{4}{9}u(x) + \frac{1}{9}d(x) + \frac{4}{9}\overline{u}(x) + \frac{1}{9}\overline{d}(x)\right)} \quad (7)$$

$$\boxed{F_2^{\mathrm{en}}(x) = 2xF_1^{\mathrm{en}}(x) = x\left(\frac{4}{9}d(x) + \frac{1}{9}u(x) + \frac{4}{9}\overline{d}(x) + \frac{1}{9}\overline{u}(x)\right)} \quad (8)$$

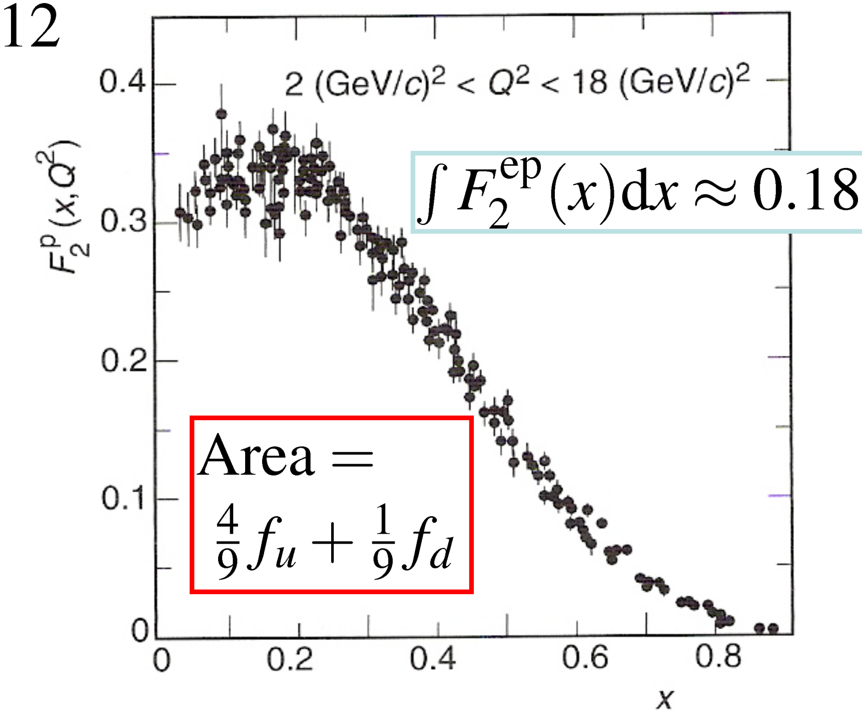
Optional: Quark-Parton Model

- **对上式积分：** $$\int_0^1 F_2^{ep}(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 x\left(\frac{4}{9}[u(x)+\bar{u}(x)]+\frac{1}{9}[d(x)+\bar{d}(x)]\right)\mathrm{d}x = \frac{4}{9}f_u+\frac{1}{9}f_d$$
$$\int_0^1 F_2^{en}(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 x\left(\frac{4}{9}[d(x)+\bar{d}(x)]+\frac{1}{9}[u(x)+\bar{u}(x)]\right)\mathrm{d}x = \frac{4}{9}f_d+\frac{1}{9}f_u$$

★ $f_u = \int_0^1 [xu(x)+x\bar{u}(x)]\mathrm{d}x$ 正反上型夸克携带的质子总动量的比分

实验： $\int F_2^{ep}(x)\mathrm{d}x \approx 0.18 \quad \int F_2^{en}(x)\mathrm{d}x \approx 0.12$

➡ $\boxed{f_u \approx 0.36 \quad f_d \approx 0.18}$



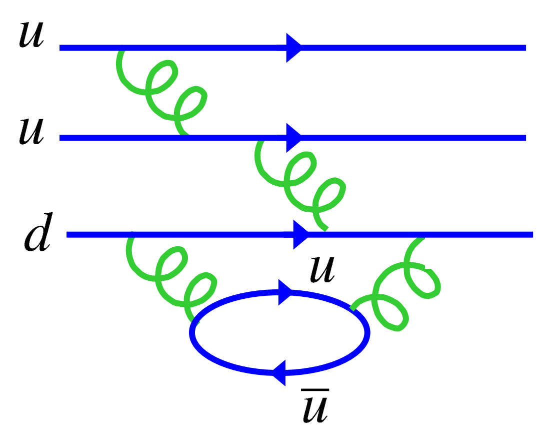
- **质子中上夸克携带的动量是下夸克的两倍，**
  - 符合预期
- **夸克仅携带50%左右的质子总动量**
- **剩余的被胶子携带**
  - 胶子中性，不参与如电子-核子散射

Valence and Sea Quarks

- 部分子分布函数$u^p(x)=u(x)$ 包括“价”夸克和胶子“海”产生的虚夸克
  - 分解价夸克和海夸克的贡献：

Valence (or constituent) quarks

$$u(x)=u_V(x)+u_S(x) \qquad d(x)=d_V(x)+d_S(x)$$
$$\bar{u}(x)=\bar{u}_S(x) \qquad \bar{d}(x)=\bar{d}_S(x)$$



  - 质子包含两个上型价夸克和一个下型价夸克

$$\int_0^1 u_V(x)\mathrm{d}x=2 \qquad \int_0^1 d_V(x)\mathrm{d}x=1$$

但没有关于海夸克总数的先验预期！

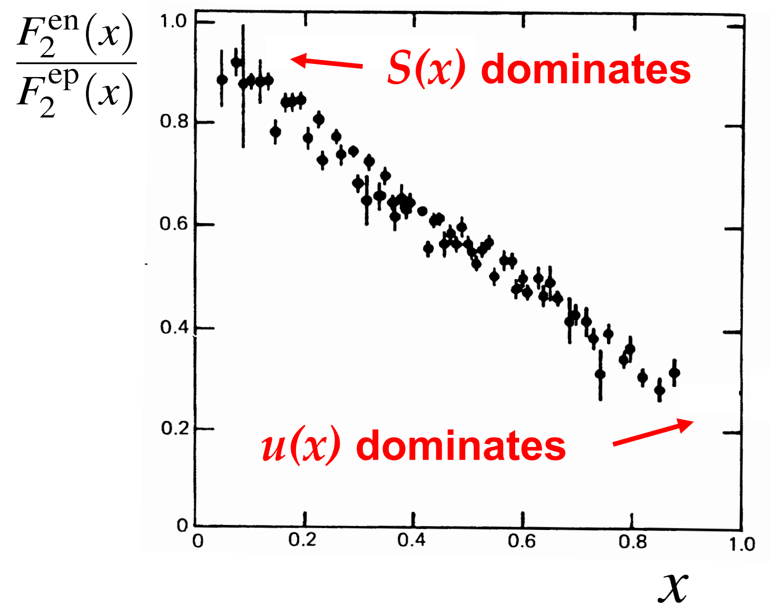
- 但是，胶子产生海夸克是正/反成对出现的，且$m_u=m_d$
  - 合理地预期 $u_S(x)=d_S(x)=\bar{u}_S(x)=\bar{d}_S(x)=S(x)$
  - 这样公式 (7)和 (8)变成

$$F_2^{ep}(x)=x\left(\frac{4}{9}u_V(x)+\frac{1}{9}d_V(x)+\frac{10}{9}S(x)\right) \qquad F_2^{en}(x)=x\left(\frac{4}{9}d_V(x)+\frac{1}{9}u_V(x)+\frac{10}{9}S(x)\right)$$

Valence and Sea Quarks

给出比例式 $$\frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} = \frac{4d_V(x)+u_V(x)+10S(x)}{4u_V(x)+d_V(x)+10S(x)}$$

- 海成分来自如 $g \to \bar{u}u$ 过程
  - 由于胶子传播子 $1/q^2$ 的依赖性，低能胶子产生的概率更高
  - 预期海成分主要由低能 $q/\bar{q}$ 组成
- 因此，低x区域海贡献预期主导 $$\frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} \to 1 \quad \text{as} \quad x \to 0$$
  实验观测证实
- 高x区域海贡献变小 $$\frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} \to \frac{4d_V(x)+u_V(x)}{4u_V(x)+d_V(x)} \quad \text{as} \quad x \to 1$$
- 注意：$u_V=2d_V$ 在 $x\to1$ 时将给出2/3的比例



实验观测：$F_2^{en}(x)/F_2^{ep}(x) \to 1/4 \quad \text{as} \quad x \to 1$

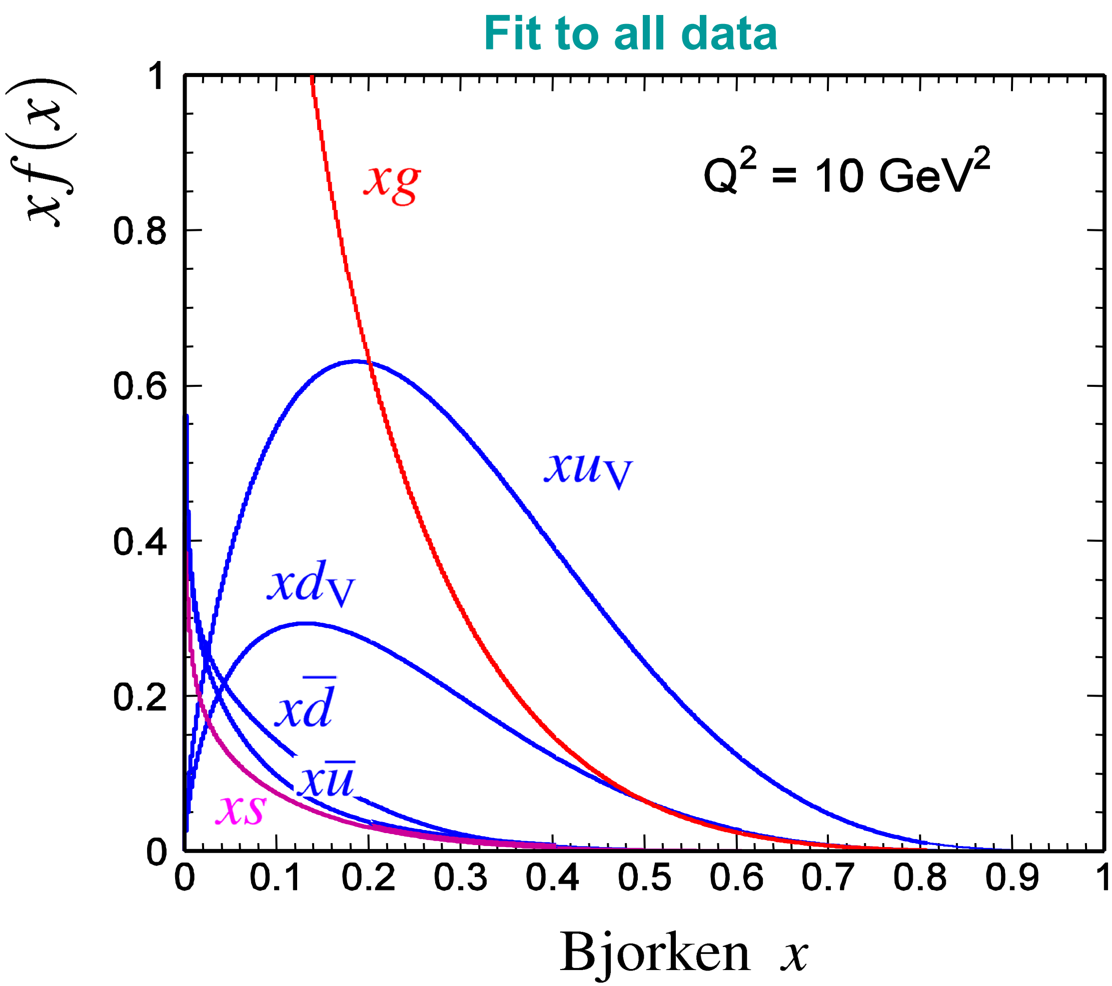
$\Rightarrow$ $d(x)/u(x) \to 0 \quad \text{as} \quad x \to 1$

尚未完全理解，不相容原理的定性解释：

- 高 x，一个价夸克携带几乎全部动量，则另外两个都在低动量态。不相容原理禁止两个同味道夸克在相同态。因此d夸克在高x，两个u夸克在低x的组合被压低。

Parton Distribution Functions

- 最终部分子分布函数通过拟合所有实验数据得到，包括中微子散射(Lecture 10)
- 强子-强子对撞给出胶子PDF：g(x)



注意：

- At large x $u_V(x) \approx 2d_V(x)$
- For $x < 0.2$ 胶子主导
- 拟合数据，并假设

$$u_s(x) = \bar{u}(x)$$

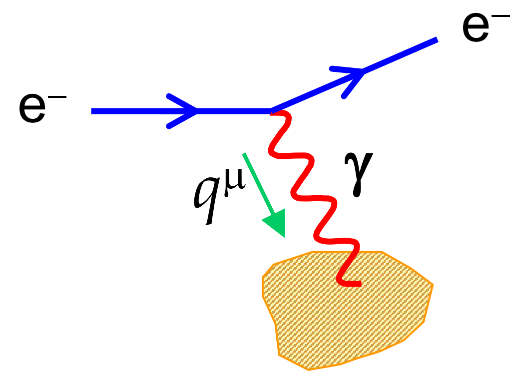
- $\bar{d}(x) > \bar{u}(x)$

  尚未理解 – 不相容原理？
- 少量奇异夸克成分 $s(x)$

Scaling Violations

- 实验在进一步在高能量虚光子来探测质子
- 当 λ_γ 接近散射中心的尺寸，非点状的散射更加显著

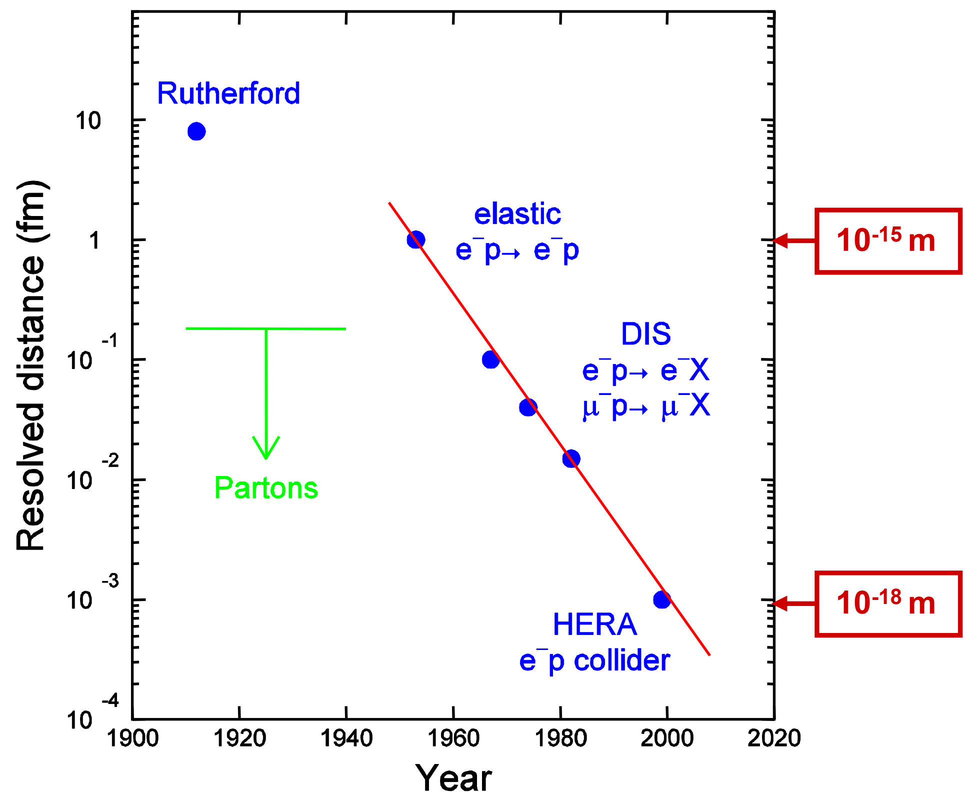
$$\lambda_\gamma = \frac{h}{|\vec{q}|} \sim \frac{1\,\mathrm{GeV\,fm}}{|\vec{q}|(\mathrm{GeV})}$$



- 点状夸克的散射引出比约肯标度律
  - 截面与 无关
- 如果夸克不是点状，在高q^2 (虚光子波长接近夸克尺寸) 将观测到截面随q^2迅速下降

HERA实验

- 在极高q^2来研究夸克子结构

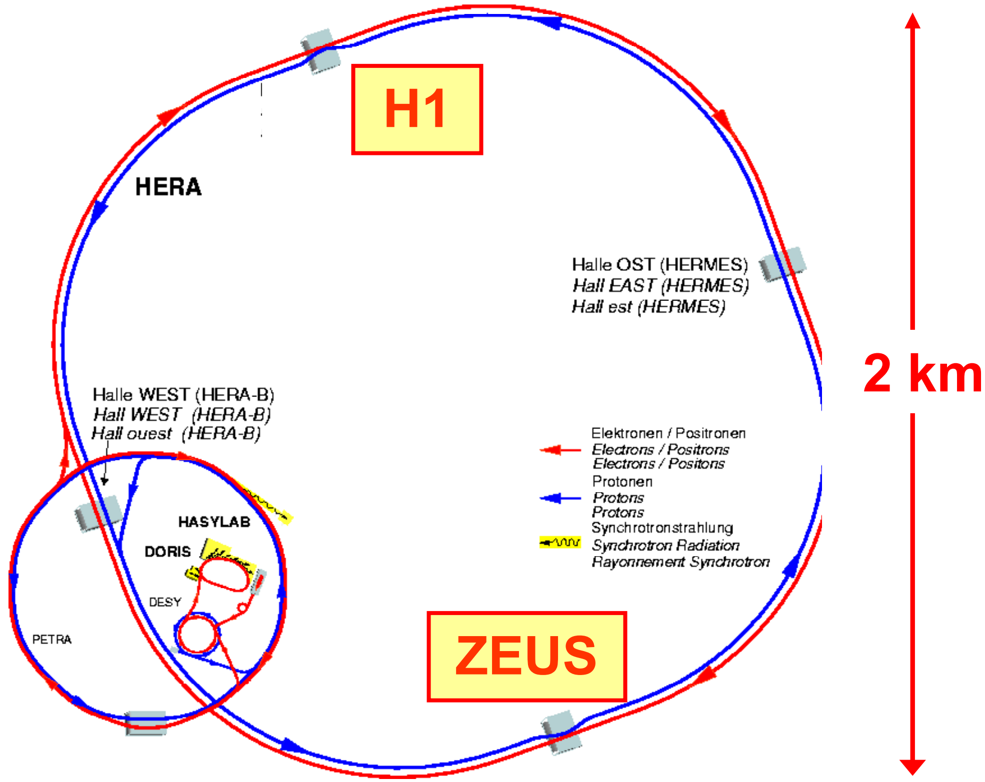


HERA $e^{\pm}p$ Collider : 1991-2007

★ DESY (Deutsches Elektronen-Synchroton) Laboratory, Hamburg, Germany

$e^{\pm}$ 27.5 GeV → ← 820 GeV p

$\sqrt{s}$ = 300 GeV

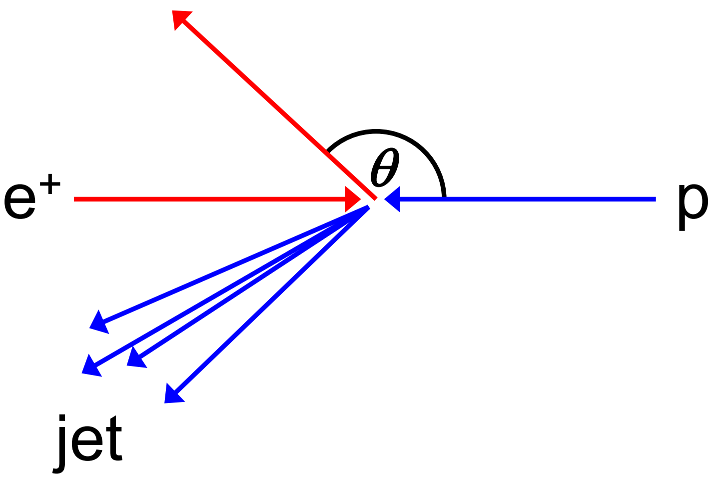


★ Two large experiments : H1 and ZEUS

★ Probe proton at very high Q^2 and very low x

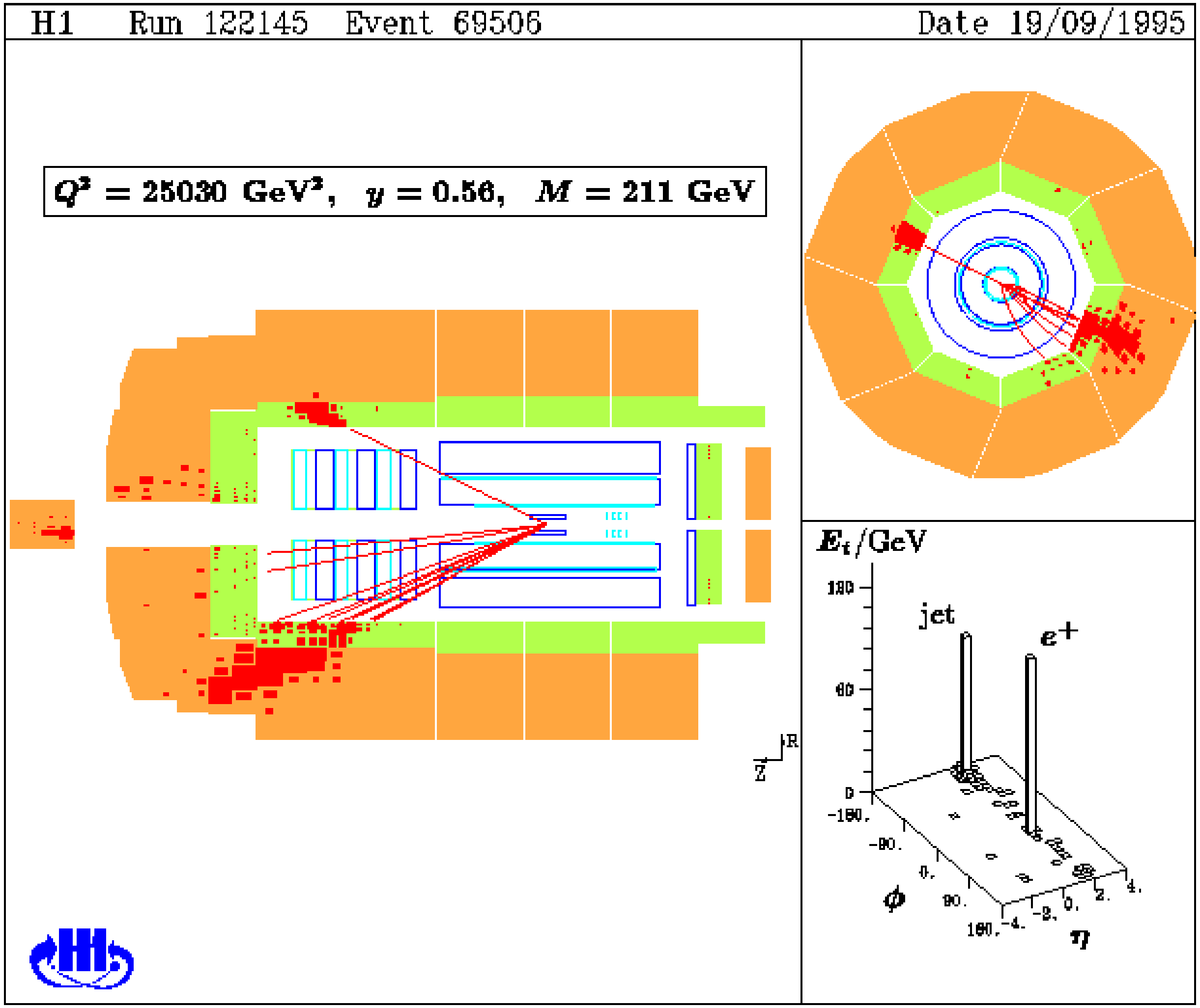
Example of a High Q^2 Event in H1

✶ 事例运动学由电子的角度和能量决定



✶ 同时测量强子系统（虽然精度较差）

- 给出一些额外冗余信息



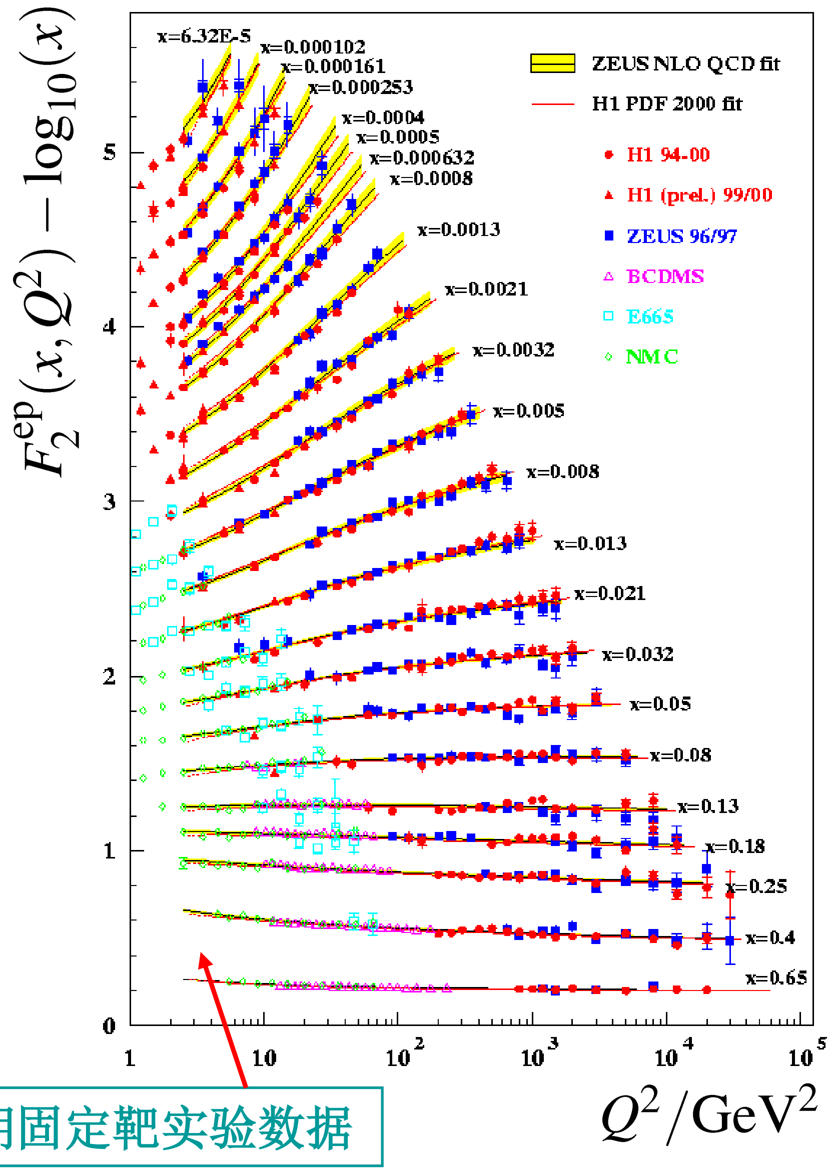
$F_2(x,Q^2)$ Results

- 在高q^2，没有观测到截面迅速下降

  ➡ $\boxed{R_{\text{quark}} < 10^{-18}\,\text{m}}$

- 对于$x > 0.05$，F_2弱依赖于q^2：
  - 与夸克–部分子模型一致

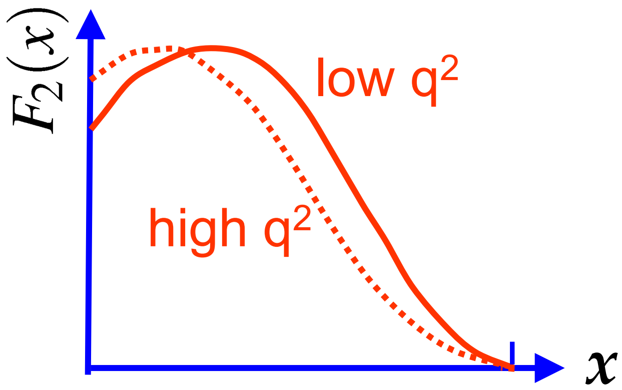
- 但是明显观测到标度律的破坏，尤其在低x处 $F_2(x,Q^2) \neq F_2(x)$

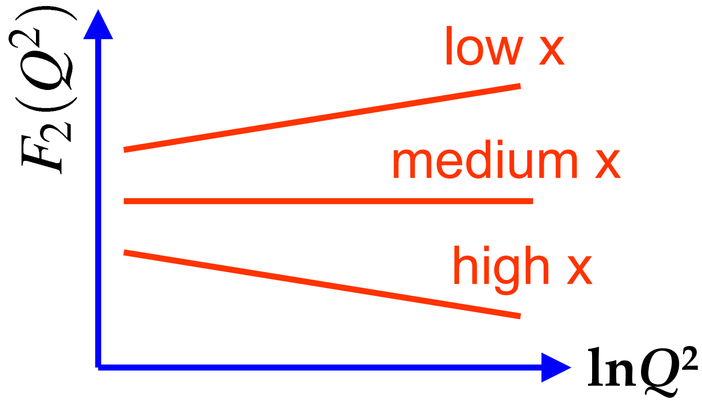


(Optional) origin of Scaling Violations

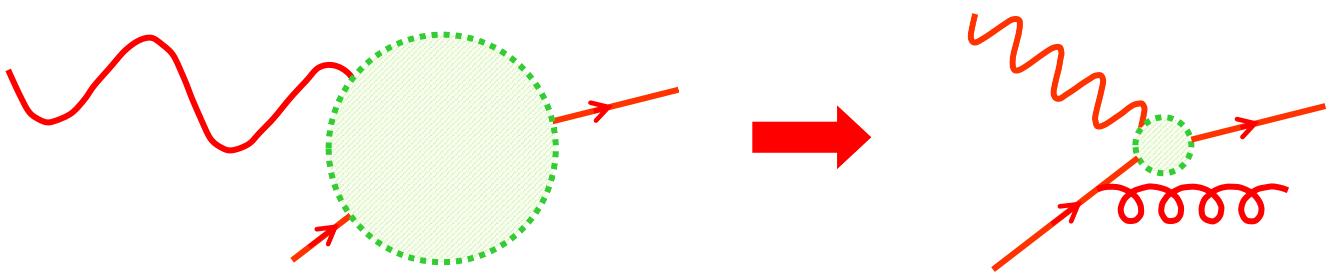
- 观测到比约肯标度律"小的偏移"

$$F_2(x) \rightarrow F_2(x, Q^2)$$





- 在高Q^2 时观测到更多低x夸克
- "解释"：在高Q^2 （更短波长）可以分辨更小的结构
  - 发现夸克分享动量给胶子，因此在高Q^2 时预期"看"到更多低x夸克

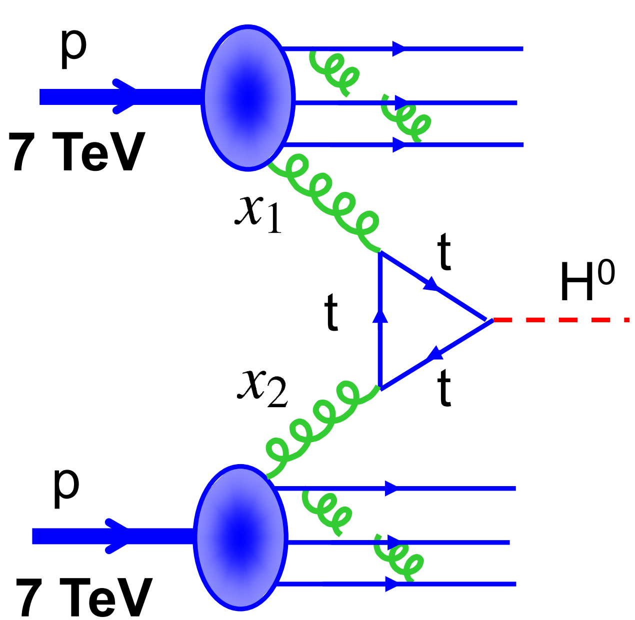


- QCD不能预言$F_2(x, Q^2)$对于 x的依赖，但是可以预言随Q^2的依赖

Proton-Proton Collisions at the LHC

- 结构函数的测量不仅是对QCD的精确检验
  - 部分子分布函数是pp和$p\bar{p}$对撞机物理研究的必须条件，如计算截面等

- <u>举例</u>：大型强子对撞机(LHC)上希格斯粒子的产生
  - 7 TeV质子束对撞，底层为部分子的对撞，约50%的质子动量被胶子携带
  - LHC上希格斯的主要产生模式为“胶子融合(gluon-gluon fusion)”



- 截面依赖胶子PDFs

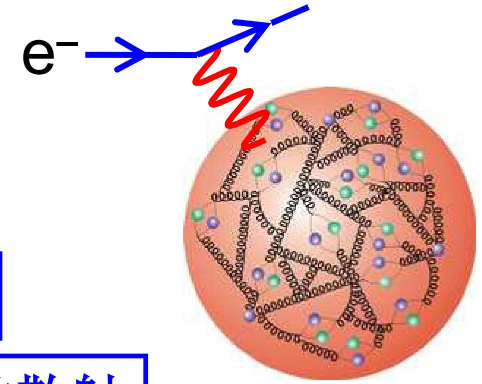
$$\sigma(pp \to HX) \sim \int_0^1 \int_0^1 g(x_1)g(x_2)\sigma(gg \to H)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2$$

- 胶子PDFs的误差引起的希格斯产生截面的误差为±5 %

- HERA测量前的误差为±25 %

Summary

- 在电子能量极高时 $\lambda \ll r_p$：质子变成夸克和胶子的海洋



- 深度非弹性散射 = 对于准自由组分夸克的弹性散射
  - ➡ Bjorken Scaling $F_1(x,Q^2) \to F_1(x)$ 点状散射
  - ➡ Callan-Gross $F_2(x) = 2xF_1(x)$ 自旋1/2 的散射
- 依据部分子分布函数(PDF) 来描述散射：
  - PDF：$u(x), d(x), \ldots$ 描述核子内的动量分布
- 质子的内部比uud更为复杂很多 – 正反夸克/胶子的海洋
- 夸克仅携带的50%质子动量 – 剩余的为低能胶子
- 中微子散射也可以研究质子结构，（时间允许的话）后续课程