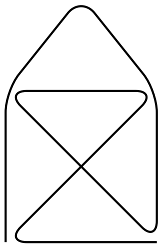
Part I

教程和指导

by Till Tantau

为了帮你入门 Ti*k*Z，本手册没有立刻给出长长的安装和配置过程，而是直接从教程开始。这些教程解释了该系统所有基本特性和部分高级特性，并不深入所有细节。这部分还指导你在用 Ti*k*Z 绘图时，如何继续前进。



```
\tikz \draw[thick,rounded corners=8pt]
  (0,0) -- (0,2) -- (1,3.25) -- (2,2) -- (2,0) -- (0,2) -- (2,2) -- (0,0) -- (2,0);
```

1 Tutorial: Euclid's Amber Version of the *Elements*

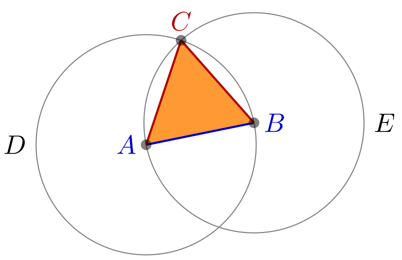
在这第三篇教程中，我们看看如何用 Ti*k*Z 实现几何作图。

Euclid 最近在忙着写一套新书，书名暂定为“几何原本”（Euclid 不是很确定这个书名是否能把主旨传达给后人，但是他打算在交付给出版商之前修改一下书名）。到目前为止，他用莎草纸写字画图，但是他的出版商突然要求他必须提交电子版。Euclid 跟出版商争辩道，电子产品要在几千年后才会发明出来，然而出版商告诉他，莎草纸不再是尖端技术了，他必须得跟上现代工具的步伐。

Euclid 略带不满，准备把他在莎草纸写的东西转到琥珀上，该部分题为“第 I 卷，命题 1”。

1.1 卷 I，命题 1

他在莎草纸上的图是这样的：[1] [2] [3]



命题 1
在一条已知有限直线上作一个等边三角形.

设 AB 是已知有限直线. 要求在直线 AB 上作一个等边三角形.
以 A 为中心，AB 为半径作圆 BCD；再以 B 为中心，BA 为半径作圆 ACE；由两圆交点 C 分别连直线到 A、B，得 CA、CB.
因为点 A 为圆 CDB 的圆心，所以 AC 等于 AB. 又因为 B 为圆 CAE 的圆心，所以 BC 等于 BA. 然而已经证明了 AC 等于 AB；所以线段 AC 、BC 都等于 AB. 而且等于同量的量彼此相等，因此三条线段 AC、AB和 BC 彼此相等. 所以三角形 ABC 是等边的，并且已经在给定的有限直线 AB 上作出了该三角形.

让我们看看，Euclid 怎么把这张图变成 Ti*k*Z 代码。

1.1.1 设置环境

如之前教程所述，Euclid 需要载入 Ti*k*Z 以及一些库，这些库包括 `calc`、`intersections`、`through` 和 `backgrounds`。根据格式不同，Euclid 要在序言区加上下列语句之一：

```
% 对于 LaTeX:
\usepackage{tikz}
\usetikzlibrary{calc,intersections,through,backgrounds}
```

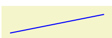
```
% 对于 plain TeX:
\input tikz.tex
\usetikzlibrary{calc,intersections,through,backgrounds}
```

```
% 对于 ConTeXt:
\usemodule[tikz]
\usetikzlibrary[calc,intersections,through,backgrounds]
```

1.1.2 线 AB

图中 Euclid 想最先画的部分是线 AB。很简单，`\draw (0,0) -- (2,1);` 就能搞定。但是，Euclid 不想在 A 和 B 后面加上 $(0,0)$ 和 $(2,1)$，他想只写上 `A` 和 `B`。事实上，他的书的主旨是，点 A 和 B 可以是任意的，其他的点（比如 C）可以根据它们的位置构造出来，Euclid 不需要直接写出 C 的坐标。

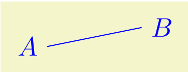
所以 Euclid 用 `\coordinate` 命令定义两个坐标：



```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate (A) at (0,0);
  \coordinate (B) at (1.25,0.25);

  \draw[blue] (A) -- (B);
\end{tikzpicture}
```

[1]该段文本摘自 David E. Joyce 漂亮的交互式欧几里得几何原本，可以在他 Clark 大学的网站上找到。
[2]该段文本原文链接：https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/java/elements/bookI/propI1.html
[3]该段译文部分参考了：欧几里得 著，兰纪正、朱恩宽 译. 欧几里得・几何原本. 陕西科学技术出版社, 2003. ISBN 9787536903579.

非常简单。这里少了坐标的标签，Euclid 不想标在点上面，而是在点旁边。他决定用 `label` 选项：




```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:\textcolor{blue}{$A$}]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:\textcolor{blue}{$B$}] (B) at (1.25,0.25);

  \draw[blue] (A) -- (B);
\end{tikzpicture}
```

Euclid 这时在想，要是点 A 和 B 可以“随机”一点就更好了。关于这些点的位置，Euclid 和读者都不能犯下“想当然”的错误。Euclid 很高兴地了解到，Ti*k*Z 里有一个 `rand` 函数可以满足要求：它能生成一个 -1 到 1 之间的数。既然 Ti*k*Z 能做些数学运算，Euclid 就可以把点坐标写成下面这样：

```
\coordinate [...] (A) at (0+0.1*rand,0+0.1*rand);
\coordinate [...] (B) at (1.25+0.1*rand,0.25+0.1*rand);
```

这个效果不错，但是 Euclid 并不是很满意，因为他想让“主坐标” $(0,0)$ 和 $(1.25,0.25)$ 同扰动 $0.1(rand,rand)$ “分离开来”。也就是说，他希望将坐标 A 指定成这样，“点 $(0,0)$ 加上向量 $(rand,rand)$ 的十分之一”。

实际上，`calc` 库来能让他做这类运算。载入该库后，你可以用特殊的坐标，始于 `($` 止于 `$)`，而不只是 `(` 和 `)`。你可以对这些特殊的坐标进行线性组合。（注意到 `$` 符号只是表示开始“运算”，而不是输入数学公式。）

关于坐标的新代码如下：

```
\coordinate [...] (A) at ($ (0,0) + .1*(rand,rand) $);
\coordinate [...] (B) at ($ (1.25,0.25) + .1*(rand,rand) $);
```

注意，如果在这类计算中，一个坐标包含小数（比如 `.1`），那么你必须在坐标的左圆括号之前加上 `*`。这些运算可以嵌套。

1.1.3 围绕点 A 的圆

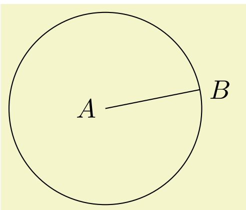
第一个棘手的构造是围绕点 A 的圆。我们之后会介绍一个非常简单的方法，但是首先让我们用“困难的”方式实现它。

思路如下：我们画一个围绕点 A 的圆，其半径由线段 AB 的长度决定。困难在于计算这条线段的长度。

可以通过两个点子解决这个问题：第一个，我们可以用 `($ (A) - (B) $)` 表示 A 和 B 相差的向量。我们需要的是这个向量的长度。第二个，给定两个数 x 和 y，我们可以在数学表达式中写 `veclen(`x`,`y`)`，这会返回数值 $\sqrt{x^2+y^2}$，也就是想要的长度。

剩下的唯一问题就是如何获得向量 AB 的 x 轴和 y 轴坐标。为此我们需要引入一个新概念：`let` 操作。`let` 操作可以在路径中这样一些地方插入，比如直线指向的位置或者移动的目标位置。`let` 操作的效果是计算一些坐标并将其结果赋给特定的宏，这些宏方便了对坐标的 x 和 y 值的访问。

Euclid 可以这样写：




```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:$A$]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:$B$] (B) at (1.25,0.25);
  \draw (A) -- (B);

  \draw (A) let
            \p1 = ($ (B) - (A) $)
          in
            circle ({veclen(\x1,\y1)});
\end{tikzpicture}
```

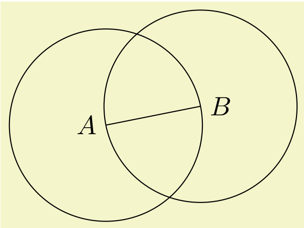
`let` 操作的每一次赋值都从 `\p` 开始，通常跟着一个 ⟨数字⟩，接着是一个等号和一个坐标。计算好坐标后，结果保存在内部，之后你就可以用下面的表达式：

1. `\x`⟨数字⟩ 得到对应点的 x 坐标。
2. `\y`⟨数字⟩ 得到对应点的 y 坐标。
3. `\p`⟨数字⟩ 等同于 `\x`⟨数字⟩`,\y`⟨数字⟩。

你可以在 let 操作中赋很多值，只要用逗号隔开。后面的赋值可以使用前面的赋值结果。

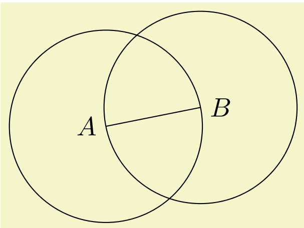
注意，\p1 并不是通常意义上的坐标，它只是扩展成 10pt,20pt 这样的字符串。因此，你不能写 (\p1.center) 这样的语句，因为这个只会扩展成 (10pt,20pt.center)，这条语句没有意义。

下一步，我们想同时将两个圆画出来。两个圆半径都是 veclen(\x1,\y1)，因此自然只需要计算一次。这里我们还可以用一个 let 操作：不是写 \p1 = ...，而是写 \n2 = ...。这里的 n 表示“数”（number），同理，p 表示“点”（point）。给数赋值需要在外面加上花括号。




```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:$A$]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:$B$] (B) at (1.25,0.25);
  \draw (A) -- (B);

  \draw let \p1 = ($ (B) - (A) $),
            \n2 = {veclen(\x1,\y1)}
        in
          (A) circle (\n2)
          (B) circle (\n2);
\end{tikzpicture}
```

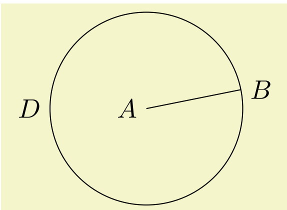
看了上例，你可能会想，如果写 \n1 会得到什么？答案是会显示它没有定义。宏 \p、\x 和 \y 引用逻辑上的同一个点，而宏 \n 则有“自己的命名空间”。我们甚至可以将例中的 \n2 替换成 \n1，效果一样。事实上，跟在这些宏后面的数字只是普通的 TeX 参数。我们还可以用更长的名字，不过需要加上花括号：




```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:$A$]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:$B$] (B) at (1.25,0.25);
  \draw (A) -- (B);

  \draw let \p1         = ($ (B) - (A) $),
            \n{radius} = {veclen(\x1,\y1)}
        in
          (A) circle (\n{radius})
          (B) circle (\n{radius});
\end{tikzpicture}
```

在本节开始我们答应过，有个更简单的方法画出想要的圆。这个技巧就是用 through 库。顾名思义，它的作用就是通过一个给定的点创建形状。

我们要找的选项是 circle through。这个选项传给一个节点，产生如下效果：首先，它将节点的内外间距置零；然后，将节点的形状设为圆 circle；最后，它根据传给 circle through 的参数决定圆的半径，本质上，计算该半径的方法和上面一样。

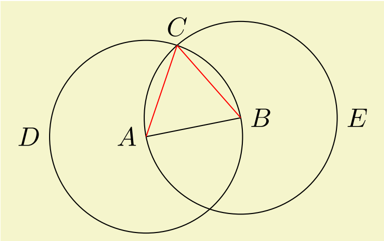



```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:$A$]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:$B$] (B) at (1.25,0.25);
  \draw (A) -- (B);

  \node [draw,circle through=(B),label=left:$D$] at (A) {};
\end{tikzpicture}
```

1.1.4 圆的交点

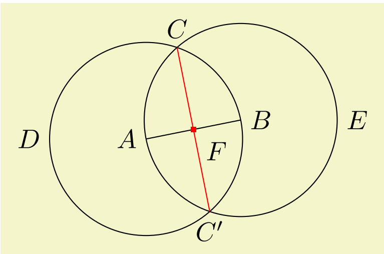
Euclid 现在可以画线和圆了。最后一个问题就是计算两圆的交点，这就涉及到你是否想“手算”它。好在 intersections 库可以让我们计算任意路径的交点。

思路很简单：首先用 name path 选项“命名”两条路径；接着，你可以在之后用 name intersections 选项，这会在路径之间的所有交点处创建坐标，名为 intersection-1、intersection-2 等等。Euclid 将两圆交点命名为 D 和 E（恰好和节点重名，不过节点和路径拥有不同的“命名空间”）。




```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:$A$]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:$B$] (B) at (1.25,0.25);
  \draw (A) -- (B);

  \node (D) [name path=D,draw,circle through=(B),label=left:$D$]  at (A) {};
  \node (E) [name path=E,draw,circle through=(A),label=right:$E$] at (B) {};

  % 给坐标命名，但是什么都不画：
  \path [name intersections={of=D and E}];

  \coordinate [label=above:$C$] (C) at (intersection-1);

  \draw [red] (A) -- (C);
  \draw [red] (B) -- (C);
\end{tikzpicture}
```

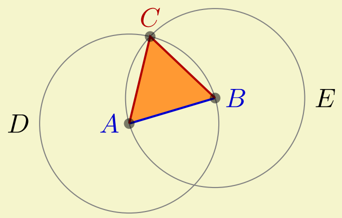
这可以进一步简写：`name intersections` 有一个可选参数 `by`，你可以用它指定坐标的名称和选项，这让代码更紧凑。虽然 Euclid 画现在这张图还用不到，但是画线段 AB 的平分线时，用这个参数只需要一小步。




```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:$A$]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:$B$] (B) at (1.25,0.25);
  \draw [name path=A--B] (A) -- (B);

  \node (D) [name path=D,draw,circle through=(B),label=left:$D$]  at (A) {};
  \node (E) [name path=E,draw,circle through=(A),label=right:$E$] at (B) {};

  \path [name intersections={of=D and E, by={[label=above:$C$]C, [label=below:$C'$]C'}}];

  \draw [name path=C--C',red] (C) -- (C');

  \path [name intersections={of=A--B and C--C',by=F}];
  \node [fill=red,inner sep=1pt,label=-45:$F$] at (F) {};
\end{tikzpicture}
```

1.1.5 完整代码

回到 Euclid 的代码，人生苦短，他写了几个宏。比如用 `\A` 表示一个蓝色的 A，他还用了 `background` 层，在结尾处画了一个三角形，并置于最底层。



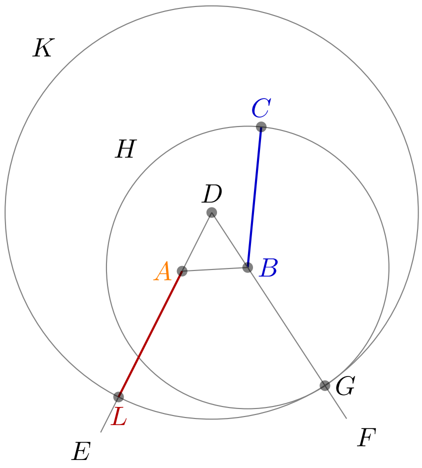
命题 1
在一条已知有限直线上作一个等边三角形.

设 AB 是已知有限直线. . . .

```
\begin{tikzpicture}[thick,help lines/.style={thin,draw=black!50}]
  \def\A{\textcolor{input}{$A$}}     \def\B{\textcolor{input}{$B$}}
  \def\C{\textcolor{output}{$C$}}    \def\D{$D$}
  \def\E{$E$}

  \colorlet{input}{blue!80!black}    \colorlet{output}{red!70!black}
  \colorlet{triangle}{orange}

  \coordinate [label=left:\A]  (A) at ($ (0,0) + .1*(rand,rand) $);
  \coordinate [label=right:\B] (B) at ($ (1.25,0.25) + .1*(rand,rand) $);

  \draw [input] (A) -- (B);

  \node [name path=D,help lines,draw,label=left:\D]   (D) at (A) [circle through=(B)] {};
  \node [name path=E,help lines,draw,label=right:\E]  (E) at (B) [circle through=(A)] {};

  \path [name intersections={of=D and E,by={[label=above:\C]C}}];

  \draw [output] (A) -- (C) -- (B);

  \foreach \point in {A,B,C}
    \fill [black,opacity=.5] (\point) circle (2pt);

  \begin{pgfonlayer}{background}
    \fill[triangle!80] (A) -- (C) -- (B) -- cycle;
  \end{pgfonlayer}

  \node [below right, text width=10cm,align=justify] at (4,3) {
    \small
    \textbf{命题 1}\par
    \emph{在一条已知\textcolor{input}{有限直线}上作一个\textcolor{triangle}{等边三角形}.}
    \par\vskip1em
    设 \A\B\ 是已知\textcolor{input}{有限直线}. \dots
  };
\end{tikzpicture}
```

1.2 卷 I，命题 2

《几何原本》中的第二个命题如下：



命题 2
以一个已知点作为端点，作一条线段与已知线段相等.

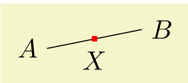
设 A 为已知点，BC 为已知线段. 要求以 A 为端点，作一条线段与已知线段 BC 相等.
连接点 A 和 B 得线段 AB，并在其上作一等边三角形 DAB.
延长 DA 和 DB 为直线 AE 和 BF。以 B 为中心，BC 为半径，作圆 CGH，再以 D 为中心，DG 为半径，作圆 GKL.
因为点 B 是圆 CGH 的圆心，所以 BC 等于 BG. 同样，因为点 D 是圆 GKL 的圆心，所以 DL 等于 DG. 又因为 DA 等于 DB，因此线段之差 AL 等于线段之差 BG. 然而已经证明了 BC 等于 BG，所以 AL 和 BC 均等于 BG. 而且等于同量的量彼此相等，所以 AL 也等于 BC.
所以，由已知点 A 作出了线段 AL ，与已知线段 BC 相等.

1.2.1 Using Partway Calculations for the Construction of D

Euclid 在构造点 D 时，“参考”了命题 1 中的过程。现在，我们也可以简单重复这些构造过程，但是似乎有点麻烦，因为我们得画出所有这些圆，完成所有复杂的构造。

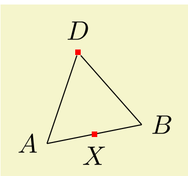
因此，Ti*k*Z 提供了简便方法。首先，有一个简单的语法，可以计算从 p 到 q 连线上的一点：将这两个点放到坐标计算环境中——别忘了首尾的 `($` 和 `$)`——然后用 `!⟨分比⟩!` 将它们组合起来。`⟨分比⟩` 为 `0` 表示前面的坐标，`⟨分比⟩` 为 `1` 表示后面的坐标，`0` 到 `1` 之间的值表示两点连线上的一点。所以，这个语法类似于 `xcolor` 中混合颜色的语法。

这里展示了如何计算线段 AB 的中点：



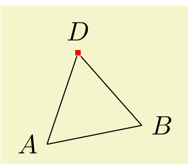

```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:$A$]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:$B$] (B) at (1.25,0.25);
  \draw (A) -- (B);
  \node [fill=red,inner sep=1pt,label=below:$X$] (X) at ($ (A)!.5!(B) $) {};
\end{tikzpicture}
```

在 Euclid 的命题 2 中，点 D 的计算更加复杂。可以表述如下：考虑 X 到 B 的直线，假设我们将该直线以 X 为中心，旋转 $90°$，然后拉伸 $\sin(60° \cdot 2$ 倍，得到点 D。我们可以用上面的分比调节器实现拉伸，然后用另外一个调节器实现旋转。思路是，在分比计算中，可以在第二个坐标前加上一个角度，接着会正常计算分比得到的点（就像没加角度参数一样），然后再将该点以第一个坐标为心旋转给定的角度。




```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:$A$]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:$B$] (B) at (1.25,0.25);
  \draw (A) -- (B);
  \node [fill=red,inner sep=1pt,label=below:$X$] (X) at ($ (A)!.5!(B) $) {};
  \node [fill=red,inner sep=1pt,label=above:$D$] (D) at
    ($ (X) ! {sin(60)*2} ! 90:(B) $) {};
  \draw (A) -- (D) -- (B);
\end{tikzpicture}
```

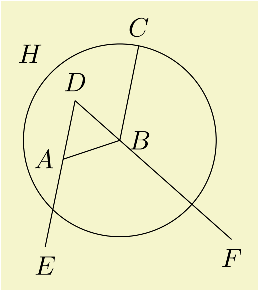
最后，其实不必显式地将点命名为 X，而是可以像 `xcolor` 宏包那样，使用链式语法。




```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:$A$]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:$B$] (B) at (1.25,0.25);
  \draw (A) -- (B);
  \node [fill=red,inner sep=1pt,label=above:$D$] (D) at
    ($ (A) ! .5 ! (B) ! {sin(60)*2} ! 90:(B) $) {};
  \draw (A) -- (D) -- (B);
\end{tikzpicture}
```

1.2.2 直线和圆相交

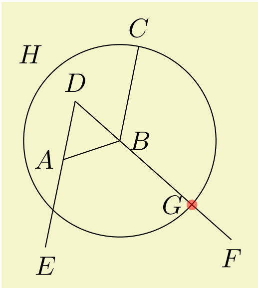
下一步构造是以 B 为圆心，过 C 画一个圆，用 `circle through` 很容易实现。延长 DA 和 DB 则可以用分比计算，只不过这次的分比在范围 $[0, 1]$ 外：




```
\begin{tikzpicture}
  \coordinate [label=left:$A$]  (A) at (0,0);
  \coordinate [label=right:$B$] (B) at (0.75,0.25);
  \coordinate [label=above:$C$] (C) at (1,1.5);
  \draw (A) -- (B) -- (C);
  \coordinate [label=above:$D$] (D) at
    ($ (A) ! .5 ! (B) ! {sin(60)*2} ! 90:(B) $) {};
  \node (H) [label=135:$H$,draw,circle through=(C)] at (B) {};
  \draw (D) -- ($ (D) ! 3.5 ! (B) $) coordinate [label=below:$F$] (F);
  \draw (D) -- ($ (D) ! 2.5 ! (A) $) coordinate [label=below:$E$] (E);
\end{tikzpicture}
```

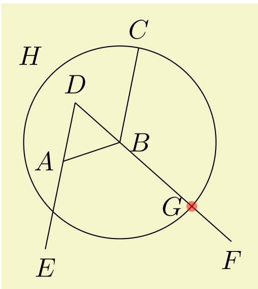
我们现在的问题是如何得到点 G，也就是线 BF 和圆 H 的交点。一个方法是对分比计算进行变形：正常的分比计算形式是 ⟨p⟩!⟨分比⟩!⟨q⟩，得到点 (1 - ⟨分比⟩) ⟨p⟩ + ⟨分比⟩ ⟨q⟩。在两点间除了 ⟨分比⟩，你还可以用 ⟨尺寸⟩，

我们知道点 G 在 B 到 F 的直线上，G 到 B 的距离等于圆 H 的半径。计算 H 的代码如下：



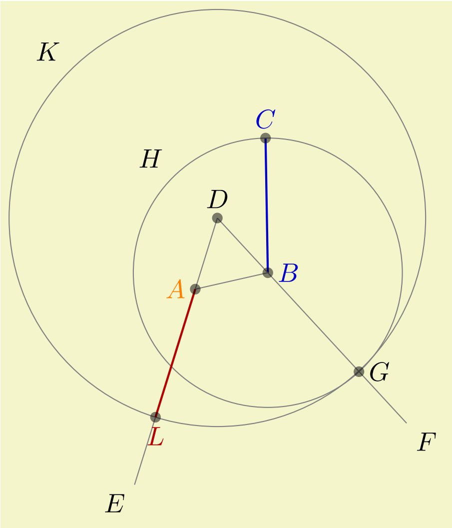

```
  \node (H) [label=135:$H$,draw,circle through=(C)] at (B) {};
  \path let \p1 = ($ (B) - (C) $) in
    coordinate [label=left:$G$] (G) at ($ (B) ! veclen(\x1,\y1) ! (F) $);
  \fill[red,opacity=.5] (G) circle (2pt);
```

不过有个更简单的方法：我们只要给题中圆和线的路径命名，然后用 `name intersection` 来计算交点。




```
  \node (H) [name path=H,label=135:$H$,draw,circle through=(C)] at (B) {};
  \path [name path=B--F] (B) -- (F);
  \path [name intersections={of=H and B--F,by={[label=left:$G$]G}}];
  \fill[red,opacity=.5] (G) circle (2pt);
```

1.2.3 完整代码




```
\begin{tikzpicture}[thick,help lines/.style={thin,draw=black!50}]
  \def\A{\textcolor{orange}{$A$}}    \def\B{\textcolor{input}{$B$}}
  \def\C{\textcolor{input}{$C$}}     \def\D{$D$}
  \def\E{$E$}                        \def\F{$F$}
  \def\G{$G$}                        \def\H{$H$}
  \def\K{$K$}                        \def\L{\textcolor{output}{$L$}}

  \colorlet{input}{blue!80!black}     \colorlet{output}{red!70!black}

  \coordinate [label=left:\A]  (A) at ($ (0,0) + .1*(rand,rand) $);
  \coordinate [label=right:\B] (B) at ($ (1,0.2) + .1*(rand,rand) $);
  \coordinate [label=above:\C] (C) at ($ (1,2) + .1*(rand,rand) $);

  \draw [input] (B) -- (C);
  \draw [help lines] (A) -- (B);

  \coordinate [label=above:\D] (D) at ($ (A)!.5!(B) ! {sin(60)*2} ! 90:(B) $);

  \draw [help lines] (D) -- ($ (D)!3.75!(A) $) coordinate [label=-135:\E] (E);
  \draw [help lines] (D) -- ($ (D)!3.75!(B) $) coordinate [label=-45:\F] (F);

  \node (H) at (B) [name path=H,help lines,circle through=(C),draw,label=135:\H] {};
  \path [name path=B--F] (B) -- (F);
  \path [name intersections={of=H and B--F,by={[label=right:\G]G}}];

  \node (K) at (D) [name path=K,help lines,circle through=(G),draw,label=135:\K] {};
  \path [name path=A--E] (A) -- (E);
  \path [name intersections={of=K and A--E,by={[label=below:\L]L}}];

  \draw [output] (A) -- (L);

  \foreach \point in {A,B,C,D,G,L}
    \fill [black,opacity=.5] (\point) circle (2pt);

  % \node ...
\end{tikzpicture}
```