

## 斯坦纳树

斯坦纳树问题是组合优化问题,是最短网络的一种 其实最小生成树是最小斯坦纳树的一种特殊情况 最小生成树是在给定的点集和边中寻求最短网络使所有点连通 而最小斯坦纳树**允许在给定点外增加额外的点**,使生成的最短网络开销最小

## 问题的提出

平原上的三个城镇间要兴建一个公用的煤气供应站,在选址问题上,要考虑的主要问题是使由供应站到三个城镇的输送管道的总长最短。如何去寻找合

假若要建的是一个垃圾处理站, 要修建三条公路将垃圾站与三个城镇连起来

这时,因为三个城镇的居民的数目或工业性质等的不同,每天运送垃圾使用的车辆数目各不相同,运输的费用也就各异。因此,选取地点时,如果仍是路的总长最小,就不合理了

这时应该考虑: 先计算出三个城镇单位时间内生产的垃圾数量的百分比(或每日运输费用的百分比),如何选取地点,使得每个城镇垃圾运输数量与公之和为最小

1638年,法国数学家费马在他所写的一本关于求极值的书中就有了第一个问题,称为费马问题第二个问题则到了18世纪中叶才由辛普森(A.R.Simpson)提出来

# 性质

Pollak - Gilbert猜想:

平面上任意n点集,斯坦纳最小树长与最小生成树之长的比值的最小值是 $\frac{sqrt(3)}{2}$ 

## 求解

这个问题比较现实,没有太多需要解释的地方

我们直接看解决方法:

首先我们知道, 最优解必然是一棵树, 这棵树又是由若干棵子树合并成的,

于是我们可以状态压缩,**把k个节点的连通状态用一个二进制数j表示** 

dp[i][j]表示以i为根,与对应状态为j的节点连通的子树的最小权值

## 有两种转移方法:

- 枚举子树的形态: dp[i][j] = min(dp[i][j], dp[i][k] + dp[i][l]), 其中k和l是对j的一个划分
- 按照边进行松弛: dp[i][j] = min(dp[i][j], dp[i'][j] + w[i][i']), 其中i和i'之间有边相连

对于第一种转移, 我们直接枚举子集就行了

对于第二种转移,我们仔细观察可以发现这个方程和最短路的约束条件是很类似的,于是我们可以用spfal

枚举子集的复杂度=  $n*\sum C(k,\ i)*2^i=n*3^k$ , spfa的复杂度为 $n*2^k$  所以总复杂度为 $O(n*3^k)$ 



流程

```
1 枚举状态集S
                                                                                                      凸
    2
       {
                                                                                                       4
             枚举S的子集s
    3
                                                                                                      <
    4
            {
                更新f[S][1~n]
    5
                                                                                                      ...
    6
                                                                                                      2
    7
            将 f[S][x]<inf 的x入队
    8
            spfa(S)
                                                                                                      9 }
   10
                                                                                                      LET US SEE THE CODE
                                                                                                      <
    2 int f[1<<M][N];</pre>
       queue<int> q;
                                                                                                      >
    4 bool in[N];
    5
    6 void spfa(int S)
    7
   8
           while (!q.empty())
   9
  10
               int now=q.front(); q.pop();
  11
               in[now]=0;
  12
               for (int i=st[now];i;i=way[i].nxt)
  13
  14
                    int y=way[i].y;
  15
                    if (f[S][y]>f[S][now]+val[y])
  16
  17
                        f[S][y]=f[S][now]+val[y];
  18
                        if (!in[y]) q.push(y),in[y]=1;
  19
                   }
  20
               }
  21
  22
       }
  23
  24
       void work()
  25
  26
           int cnt=0;
  27
           memset(f,0x7f,sizeof(f));
  28
   29
           for (int i=1;i<=n;i++)</pre>
  30
               if (!val[i]) f[1<<cnt][i]=0,cnt++;</pre>
  31
           for (int S=1;S<(1<<cnt);S++)</pre>
  32
  33
               for (s=(S-1)\&S;s;s=(s-1)\&S)
   34
                   for (int i=1;i<=n;i++)</pre>
  35
                       f[S][i]=min(f[S][i],f[s][i]+f[S^s][i]-val[i]);
  36
               for (int i=1;i<=n;i++)</pre>
  37
                    if (f[S][i]<INF&&!in[i])</pre>
  38
                        q.push(i),in[i]=1;
  39
  40
               spfa(S);
  41
           }
  42
  43
           int ans=INF;
  44
           for (int i=1;i<=n;i++) ans=min(ans,f[(1<<cnt)-1][i]);</pre>
  45
           printf("%d\n",ans);
       }
```

## 【吐血推荐】15年老股民悟出的买卖规律,没想到震惊无数被套散户.

股管家·顶新



想对作者说点什么

── Huah\_2018: 博主,这一句f[S][y]>f[S][now]+val[y],f[S][y]不是应该表示状态S中应该已经包含了now这条边,所以加上val[y]不是在原树上多将y和now连了一条过

2019/9/3	斯坦纳树 Steiner Tree - Coco_T的博客 - CSDNt	<b>∮客</b>			
吗,我觉得这里很	有点奇怪 (4个月前 #1楼) 查看回复(1)	凸			
斯坦纳树问题		4		阅读数 483	
斯坦纳树问题是组合优	比化学科中的一个问题。 组合优化学科包含许许多多的问题,它们都来源于生活,是许多实际	~	来自:	Dizzy的专栏	
斯坦纳树 (Steine		2		阅读数 3636	
1.什么是斯坦纳树?	斯坦纳树问题是组合优化学科中的一个问题。将指定点集合中的所有点连通,且边权总和最小	⊞	来自:	hengfanz的专栏	
斯坦纳树入门		П	± .	阅读数 1176	
斯坦桉树			*日:	myjs999的博客	
<b>斯坦纳树小结</b> 斯坦纳树网上关于这球	元意儿的资料不是很多度娘的定义斯坦纳树问题是组合优化问题,与最小生成树相似,是最短网	<	来自	阅读数 58 : weixin_34138139	
OCHNIA ME A COULD M	永久云主机	>		_	
□ 18	大人女王70				
Steiner tree(斯坦	Sch Stat )			10-06	
	er tree(斯坦纳树)的一些文献,现在逐渐开始流行,应用范围也正在拓宽。历年ACM的大小比赛都	能		下载	
斯坦纳树				阅读数 1236	
	持殊的DP吧,主要针对点集连通问题,通常dp[i][s]表示以i为根的,连通状态为s的一棵树的最	博文	来自:		
[BZOJ4006][JLOI	2015]管道连接-最小 <mark>斯坦纳</mark> 树-动态规划			阅读数 425	
管道连接Description	小铭铭最近进入了某情报部门,该部门正在被如何建立安全的通道连接困扰。该部门有n个情报…	博文	来自	: 「嫌われ者のフィ	
算法斯坦纳树				阅读数 800	
斯坦纳树比较迷的一个	个东西,可以先参悟一下前辈的博客现在来说说本蒟蒻对斯坦纳树的理解:要求的东西就是一颗	博文	来自:	Dream_maker的博	
浅析SteinerTree				阅读数 3058	
前几天看ZOJ的一场N	Ionthly,里面有一道和SteinerTree很相近的一道题,之后敲了一下,顺便把SteinerTree整理	博文	来自:	cjl3011的专栏	
	子了!3分钟就萎了?教你这样做,一招突破40分钟! ·猎媒				
算法学习: <mark>斯坦纳</mark> 梅	对			阅读数 1532	
算法学习: 斯坦纳树引	l例bzoj4774:修路定义斯坦纳树问题是组合优化问题,与最小生成树相似,是最短网络的一种	博文	来自:	maxtir的博客	
Steiner tree prob				阅读数 1187	
1.什么是斯坦纳树?	斯坦纳树问题是组合优化学科中的一个问题。将指定点集合中的所有点连通,且边权总和最小	博文	来自:	qq_38318303的博客	
<b>灰氧菌</b> 62篇文章 メ注 排名:千里之	franztao     myjs999       102篇文章     74篇文章       外     美注     排名:千里之外			weixin_34 <sup>2</sup> 4483篇文章 关注 排名:干里之	İ
	008]游览计划 - <mark>斯坦纳树</mark> 2一个矩阵,问一条最小权值路径能够走遍所有景点,并输出最小权值与路径。分析:斯坦纳树	博文	来自:	阅读数 42 Chase的博客	

## [THUSC2017]巧克力 斯坦纳树+随机+二分

阅读数 334

阅读数 65

题目描述"人生就像一盒巧克力,你永远不知道吃到的下一块是什么味道。"明明收到了一大块巧克力,里面有若干… 博文 来自: TYB的博客

# 【BUAA Spring Training 06】二分图匹配 | 笛卡尔树 | 2-SAT | 基环外向树 | <mark>斯坦纳</mark>树 | H

来自: \_Kevin00's blog

第六场春训,谢谢zlc学长qwq! (E题很有意思哦) 【BUAASpringTraining06】Tags: 二分图匹配2-SAT笛卡尔树...

200斤瘦成90斤,女人减肥就用它,效果比抽脂还狠!

争霸减肥·猎媒

۵ 0

【模板】斯坦纳树 阅读数 2219

题目:斯坦纳树TimeLimit:1SecMemoryLimit:128MBDescription现在有一个n\*m的矩阵,某些元素为0,剩下的元素大... 博文 来自: 辗转山河弋流歌

19/9/3 斯坦纳树 Steiner Tree - Coco_T的博客 - CSDN博客							
[最小斯坦纳树] Baltic OI 2016. Cities 应该最小斯坦纳树裸题吧加个spfa的那个优化就可以了#include		来自:	阅读数 518 CE玩家				
详解 <mark>斯坦纳点及斯坦纳</mark> 树及模版归纳总结	<		河洋# 1020				
①什么是斯坦纳点? 假设原来已经给定了个点,库朗等指出需要引进的点数至多为,此种点称为斯坦纳点。过每	2	来自:	阅读数 1028 程序员小叶的博客				
【斯坦纳树】18牛客多校1G Steiner Tree	⊞		阅读数 226				
Source:牛客网暑期ACM多校训练营(第一场)Problem:求斯坦纳树的个数Idea:斯坦纳树的dp分成两个部分,其中	П	来自:	Tooc0ld				
bzoj4774 修路 ( <mark>斯坦纳</mark> 树)	П		阅读数 234				
题目链接分析: 第一次看到这道题, 觉得就是一个MST但是我明明找到的斯坦纳树的练习啊。。。。实际上不是很明白	leal	来自:	Coco_T的博客				
女孩子干万不要让男票发现这传奇! 开局一条龙吸引力太大了!	<						
会玩游戏·顶新	>						
斯坦纳树学习笔记			阅读数 477				
斯坦纳树前置【百度一下】会用到的知识: 状压DP, spfa (或者一些最短路算法), 生成树基础知识。问题引入: 假	博文	来自:	TimeTraveller-Vict				
2019.03.26【洛谷P4784】【LOJ2183】「BalticOl 2016 Day2」城市(最小斯坦纳树) 洛谷传送门LOJ传送门解析:斯坦纳树版题。考虑两种转移,拼凑和换根。令f[S][i]f[S][i]表示以iii为根,已经连	博文	来自	阅读数 57 : zxyoi_dreamer的…				
<b>浅析算法——斯坦纳树</b> 斯坦纳树用途给一个图,求最小生成树?这个很简单,prim/kruskal搞一搞。如果只要求联通某几个点,而不强制要…	博文	来自:	阅读数 306 Canopus				

光绪年间132岁老人首次公开长寿秘诀,居然是因为...

好伙伴·猎媒

斯坦纳树问题及其推广

CSU 1965 (斯坦纳树)

CSU1965 (斯坦纳树)

BZOJ 4006: [JLOI2015]管道连接|斯坦纳树

阅读数 743

阅读数 4966

阅读数 319

博文 来自: ME495的博客

斯坦纳树似乎是带有关键点的最小生成树暴力状压,然后还有染色,似乎要再套一个状压#include#include.... 博文 来自: ws yzy的博客

斯坦纳树问题是组合优化学科中的一个问题。 组合优化学科包含许许多多的问题,它们都来源于生活,是许多实... 博文 来自: 逐日者

bzoj 3205: [Apio2013]机器人 <u>斯坦纳</u>树

阅读数 1677

这道题目应该是比较明显的斯坦纳树吧。 令f[1][r][x][y]表示将编号1~r的机器人合并到(x,y)的最小代价,那么就有转... 博文 来自: lych的博客

多维高斯分布模型 多维高斯模型在机器学习中应用广泛,在学到GenerativeLearningAlgorithm的时候,碰到了高斯模型,才意识到一... 博文 来自: Call Me Hi Johnny...

斯坦纳树模板 阅读数 76

给出n个点,然后给出m条双向边,边有边权。再给出──个大小为k的点集,求使得点集联通的最小花费。时间复杂度… 博文 来自: 蒟蒻 lxw的博客

HDU 4085 斯坦纳树模板题 阅读数 1696

DigTheWellsTimeLimit:6000/2000MS(Java/Others) MemoryLimit:65536/32768K(Java/Others)TotalSubmiss... 博文 来自: rabbit的专栏

#### 陈小春坦言:这游戏不充钱都能当全服大哥,找到充值入口算我输!

贪玩游戏·顶新

### HDU 4085 Peach Blossom Spring (斯坦纳树+dp)

题意:给你一些点和边,让你选择一下边,是的前k个点和后k个点连通且代价最小,但是除了这2k个点,好友一些其...

# bzoj 4006: [JLOI2015]管道连接 斯坦纳树

题意该部门有n个情报站,用1到n的整数编号。给出m对情报站ui;vi和费用wi,表示情报站ui和vi之间可以花费wi单...

阅读数 767 来自: 只玩三国的程序猿... ۵ 阅读数 340 来自: beginend (1)

阅读数 433

链式前向星--最小斯坦纳树

RXDanddividingTimeLimit:6000/3000MS(Java/Others) MemoryLimit:524288/524288K(Java/Others)TotalS... 博文 来自: 青松

最大匹配_完美匹配——概念 交替路:从一个未匹配点出发,依次经过非匹配边、匹配边、非匹配边…形成的路径叫交替路。增广路:从一个未匹…	<b>1</b> △ 4	阅读数 5882 来自: <b>李静静</b>
CCNA_生成树计算原则	<	阅读数 418
选举根交换机BID最小的为根交换机:BID	2	来自: u010870877的专栏
浴火重生,坐牢也挣7000万, 他是怎么做到的?		
浙商证券·猎媒	П	
hdu4085 Peach Blossom Spring (斯坦纳树【桃花源)题目链接建议看一下原题题面,真的笑到我了(:		阅读数 151 来自: Coco_T的博客
WC2008观光游览【BZOJ2595】【 <mark>斯坦纳</mark> 树】	<	阅读数 1079
WC2008观光游览【BZOJ2595】【斯坦纳树】神奇的解法题目传送点想了解斯坦纳树的戳这其实这种表格的题目还	>	来自: snowMyDream's
<b>2019.03.24【SPOJ-GSS6】Can you answer these queries VI(treap)</b> 传送门解析: Treap实现一下GSS3的操作就行了代码: #include <bits stdc++.h="">#definelllonglong#definer</bits>	博文	阅读数 29 来自: zxyoi_dreamer的
4006: [JLOI2015]管道连接 斯坦纳树+状压dp 好题qwq。。首先做一遍裸的斯坦纳树。(似乎我写的姿势不太对?好慢啊qwq)。然后我们可以发现,答案要求的…	博文	阅读数 495 来自: ws_fqk
[Wc2008]游览计划【斯坦纳树】 斯坦纳树的问题模型是:有一个图,要求保留图中最少的边/最小的边权和使得某k个点相互连通。最小生成树是斯坦…	博文	阅读数 27 来自: qq_39921637的博客
陈小春哭诉: 附近土豪怒砸2亿请他代言这款0充值传奇! 真经典! <sub>贪玩游戏·顶新</sub>		
About Steiner Tree 昨天刚学了一个叫SteinerTree的东西.今天刚开博客就写出来吧!	博文	阅读数 474 来自: GE_he的博客
<b>网络分析优化Steiner Tree算法初探</b> 网络分析优化SteinerTree算法初探 Bywangsh2011-11-26 网络图分析中,SteinerTre	博文	阅读数 1442 来自: wsh6759的CGIS专栏
The Steiner Tree Problem(扫描版) The Steiner Tree Problem(扫描版)		12-29 下载
Minimal Steiner Tree MinimalSteinerTree生成树问题。定义:G(V,E),A是V的一个子集,求至少包含A中所有点的最小子树。用动态规划…	博文	阅读数 3352 来自: lwbaptx的专栏
<b>Tomcat6 内存和线程配置</b> 转自:http://yhj1065.blog.163.com/blog/static/19800217201162942216569/当在对其进行并发测试时,基本	博文	阅读数 699 来自: forest
哪些人不适宜做种植牙 种植牙牢固吗 1195岡蓝		
Minimal Steiner Tree 简介 MinimalSteinerTree的意思是:在图中找出一个生成树,需要将指定的数个点连接,边权总值最小。最小生成树是M	博文	阅读数 2644 来自: 第七殿堂
<b>zoj 3396 斯坦那树</b> http://acm.zju.edu.cn/onlinejudge/showProblem.do?problemId=4004题意:给你一副图,求使得给定三个点连	**	阅读数 942 来自: 努力奋斗才能梦想…
寻找三角形费马点Matlab程序	00	05-31
函数输入三角形三个点坐标,输出费马点坐标,如果三角形顶角大于120度,则输出的点在三角形外部,使用者可在主函		下载
任意多边形费马点&点群中位中心求解 点群中位中心求解1问题讨论从上两式不难看出,空间点(x0,y0)可以取空间中任意一点有无穷种可能,因此难以求	0	阅读数 4146 来自: 我是小O



#### 热门文章

#### 卡特兰数 (好像很有用的说)

阅读数 20358

#### 斯坦纳树 Steiner Tree

阅读数 9963

#### 2-SAT(随意写点)

阅读数 8324

## 最小圆覆盖 (经典算法【三点定圆)

阅读数 7746

### CDQ分治【分治 (真得头疼)

阅读数 7556

#### 最新评论

#### 线性筛d&&sd (...

qq\_42576687: 博主写的太好啦!

### luoguP1903 数颜色 (通过...

weixin\_44178736: change的第二个参数没用到 呀.

## luoguP1903 数颜色 (通过...

wu\_tongtong: [reply]weixin\_44178736[/reply] 能A应该没问题啊,再看看好吧(。· ω·。)/♡

### luoguP1903 数颜色 (通过...

weixin\_44178736: 55行是不是应该是i小于等于t otq

### UVa10934 - Droppi...

weixin\_44047475: [reply]wu\_tongtong[/reply] 哦,明白了,很清楚,谢谢您!

### Web前端免费公开课

授课模式:在线直播+课后社 从零基础到中高级Html5开发 工程师





CSDN学院

CSDN企业招聘

- QQ客服
- kefu@csdn.net
- 客服论坛
- **2** 400-660-0108

工作时间 8:30-22:00

# 关于我们 招聘 广告服务 网站地图

當 百度提供站内搜索 京ICP备19004658号 ©1999-2019 北京创新乐知网络技术有限 公司

网络110报警服务 经营性网站备案信息 北京互联网违法和不良信息举报中心 中国互联网举报中心 家长监护 版权申诉







