

原

[学习笔记]线性基

2016年12月22日 13:05:11

Yveh

阅读数 10176

更多

版权声明：本文为博主原创文章，遵循 CC 4.0 BY-SA 版权协议，转载请附上原文出处链接和本声明。
本文链接：https://blog.csdn.net/QAQ__QAQ/article/details/53812883

概述

网上好像没有什么关于线性基的资料...

定义

设数集 T 的值域范围为 $[1, 2^n - 1]$ 。
 T 的线性基是 T 的一个子集 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 。
 A 中元素互相xor所形成的异或集合，等价于原数集 T 的元素互相xor形成的异或集合。
可以理解为将原数集进行了压缩。

性质

1. 设线性基的异或集合中不存在0。
2. 线性基的异或集合中每个元素的异或方案唯一，其实这个跟性质1是等价的。
3. 线性基二进制最高位互不相同。
4. 如果线性基是满的，它的异或集合为 $[1, 2^n - 1]$ 。
5. 线性基中元素互相异或，异或集合不变。

维护

插入

如果向线性基中插入数 x ，从高位到低位扫描它为1的二进制位。
扫描到第 i 时，如果 a_i 不存在，就令 $a_i = x$ ，否则 $x = x \otimes a_i$ 。
 x 的结局是，要么被扔进线性基，要么经过一系列操作过后，变成了0。

```
1 bool insert(long long val)
2 {
3     for (int i=60;i>=0;i--)
4         if (val&(1LL<<i))
5             {
6                 if (!a[i])
7                     {
8                         a[i]=val;
9                         break;
10                    }
11                val^=a[i];
12            }
13     return val>0;
14 }
```

合并

将一个线性基暴力插入另一个线性基即可。

```
1 L_B merge(const L_B &n1,const L_B &n2)
2 {
3     L_B ret=n1;
4     for (int i=0;i<=60;i++)
5         if (n2.d[i])
6             ret.insert(n2.d[i]);
7     return ret;
8 }
```

查询

存在性

如果要查询 x 是否存于异或集合中。

从高位到低位扫描 x 的为1的二进制位。

扫描到第 i 位的时候 $x = x \oplus a_i$

如果中途 x 变为了0，那么表示 x 存于线性基的异或集合中。

最大值

从高位到低位扫描线性基。

如果异或后可以使得答案变大，就异或到答案中去。

```
1 long long query_max()
2 {
3     long long ret=0;
4     for (int i=60;i>=0;i--)
5         if ((ret^d[i])>ret)
6             ret^=d[i];
7     return ret;
8 }
```

最小值

最小值即为最低位上的线性基。

```
1 long long query_min()
2 {
3     for (int i=0;i<=60;i++)
4         if (d[i])
5             return d[i];
6     return 0;
7 }
```

k小值

根据性质3。

我们要将线性基改造成每一位相互独立。

具体操作就是如果 $i < j$ ， a_j 的第 i 位是1，就将 a_j 异或上 a_i 。

经过一系列操作之后，对于二进制的某一位 i 。只有 a_i 的这一位是1，其他都是0。

所以查询的时候将 k 二进制拆分，对于1的位，就异或上对应的线性基。

最终得出的答案就是 k 小值。

```
1 void rebuild()
2 {
3     for (int i=60;i>=0;i--)
4         for (int j=i-1;j>=0;j--)
5             if (d[i]&(1LL<<j))
6                 d[i]^=d[j];
7     for (int i=0;i<=60;i++)
8         if (d[i])
9             p[cnt++]=d[i];
10 }
11 long long kthquery(long long k)
12 {
13     int ret=0;
14     if (k>=(1LL<<cnt))
15         return -1;
16     for (int i=60;i>=0;i--)
17         if (k&(1LL<<i))
18             ret^=p[i];
19     return ret;
20 }
```



34



10



模板

```

1 struct L_B{
2     long long d[61],p[61];
3     int cnt;
4     L_B()
5     {
6         memset(d,0,sizeof(d));
7         memset(p,0,sizeof(p));
8         cnt=0;
9     }
10    bool insert(long long val)
11    {
12        for (int i=60;i>=0;i--)
13            if (val&(1LL<<i))
14                {
15                    if (!d[i])
16                        {
17                            d[i]=val;
18                            break;
19                        }
20                    val^=d[i];
21                }
22        return val>0;
23    }
24    long long query_max()
25    {
26        long long ret=0;
27        for (int i=60;i>=0;i--)
28            if ((ret^d[i])>ret)
29                ret^=d[i];
30        return ret;
31    }
32    long long query_min()
33    {
34        for (int i=0;i<=60;i++)
35            if (d[i])
36                return d[i];
37        return 0;
38    }
39    void rebuild()
40    {
41        for (int i=60;i>=0;i--)
42            for (int j=i-1;j>=0;j--)
43                if (d[i]&(1LL<<j))
44                    d[i]^=d[j];
45        for (int i=0;i<=60;i++)
46            if (d[i])
47                p[cnt++]=d[i];
48    }
49    long long kthquery(long long k)
50    {
51        int ret=0;
52        if (k>=(1LL<<cnt))
53            return -1;
54        for (int i=60;i>=0;i--)
55            if (k&(1LL<<i))
56                ret^=p[i];
57        return ret;
58    }
59    }
60 }
61 L_B merge(const L_B &n1,const L_B &n2)
62 {
63     L_B ret=n1;
64     for (int i=60;i>=0;i--)
65         if (n2.d[i])
66             ret.insert(n1.d[i]);
67 }

```



34



10



return ret;

}

34

10

程序员培训机构哪家好，错过再等一年！

前端培训班w

5611阅读

想对作者说点什么

autoint: query kth 里面ret不应该定义成int (11个月前 #10楼)

autoint: 太强了 (11个月前 #9楼)

zyyyylx: 十分感谢 (1年前 #8楼)

登录

查看 10 条热评

高斯消元&&线性基 算法小结

阅读数 765

姿势不够多了，来学一学新姿势首先我们来讲高斯消元。。一.高斯消元高斯消元是一种实用的解多元方程组的一种解... 博文 来自: 老臣

线性基总结（模板）+ BZOJ 2460

阅读数 4354

所谓线性基，就是线性代数里面的概念。一组线性无关的向量便可以作为一组基底，张起一个线性的向量空间，这... 博文 来自: alpc_qlleonardo

线性基（处理集合异或的强力工具）

阅读数 918

看了好多篇关于线性基的博客，只是说明了怎么求线性基，但是大都没有说明为什么这样求线性基。定义：有一个集... 博文 来自: SSimple_Y的博客

线性基学习笔记

阅读数 136

补坑线性基在我的理解来看，就是把原来较大的集合转换成最大的数的二进制位数大小的集合。通过这个操作可以用... 博文 来自: 寒雨微凝's Blog

电子印章生成器

高斯消元+线性积全纪录

阅读数 238

高斯消元高斯消元，方程组求解高斯消元的题目一般有以下特点：可以列出方程一般没有阶段性和次序性（不同于dp... 博文 来自: Coco_T的博客

线性基

阅读数 491

什么是线性基在线性代数里面我们其实已经学过线性基了，类似极大线性无关组和空间的基，一组线性无关的向量， ... 博文 来自: JCC

spring boot 启动信息去掉不需要的CONDITIONS EVALUATION REPORT

阅读数 9719

springboot 启动的时候有大量的 CONDITIONSEVALUATIONREPORT，找了半天怎么去掉一直没找到然后去看官... 博文 来自: QAQ_666666的博客

A. QAQ

阅读数 382

timelimitpertest1secondmemorylimitpertest256megabytesinputstandardinputoutputstandardoutput"QAQ"... 博文 来自: 无知的我

QAQ

阅读数 145

AtregularcompetitionVladikandValerawon a and b candiesrespectively.Vladikoffered 1 hiscandytoValera.... 博文 来自: 七九河开的博客

[学习笔记]线性基 - YveH - CSDN博客

【学习笔记】线性基 - HuangXinyue1017的博客 - CSDN博客

别再玩假传奇了！这款传奇爆率9.8，你找到充值入口算我输！

贪玩游戏·顶新

线段树+扫描线（基本原理）

阅读数 3639

这一部分是线段树的一个难点了，这写天做了这么多的这方面的题，一直是稀里糊涂的搞不太明白，但是又得理解， ... 博文 来自: konghnhhhh的博客

https://blog.csdn.net/qaq__qaq/article/details/53812883

4/9

34

10

<

—

 $\frac{1}{2}$

llor

夫又

osp.

解法

合。

U

U

浅谈**线性基**（**线性基**模板整理）

阅读数 42

1.求区间任意数组组合异或的最大最小值，求区间任意组合的异或值是否有k这个值：#include<lt;iostream

❤️34

🔍

💬10

📖

🔖

📄

⏪

⏩

ncl... 博文 来自：lgz0921的博客

Disc... 博文 来自：Gzb1128的栖息地

[bzoj2322][**线性基**]梦想封印

阅读数 178

2322:[Beijing2011]梦想封印TimeLimit:20SecMemoryLimit:128MBSubmit:541Solved:212[Submit][S

陈小春坦言：这游戏不充钱都能当全服大哥，找到充值入口算我输！

贪玩游戏 · 顶新

[高斯消元与**线性基**]

高斯消元与线性基，Xorbzoj2115，bzoj2460，bzoj4004

阅读数 1516

博文 来自：_Horizon

线性基讲解

原文地址：http://www.cnblogs.com/ljh2000-jump/p/5869991.html 1、线性基：若干数的线性基

阅读数 443

数a... 博文 来自：ToBeYours的博客

[**线性基**] BZOJ3811

题解#includeusingnamespacestd;typedefunsignedlonglongll;constintM=33;lla[100010],b[23],c[23],cnt;intA[...

博文 来自：gjghfd

阅读数 216

线性基入门

添加链接描述

阅读数 111

博文 来自：qq_42825221的博客

线性基 学习心得

阅读数 77

线性基根据我的理解就是从一组n维向量中找尽可能少的几组向量并且能够表示出空间内的所有向量；首先，n维空间...

博文 来自：santongding



20个免费和开源数据可视化工具

数据可视化网站

5803阅读

蒟蒻的ACM算法(三)-**线性基**

阅读数 257

浅谈线性基定义思想求解线性筛常用操作一.查询最大值二.查询最小值常见题目题目背景题目描述输入输出格式输入输...

博文 来自：rp++

线性基处理异或运算——模板+例题

阅读数 214

线性基：处理异或操作的强大工具，思想也是可以借鉴的。作用：用于处理多个数中选取一些数的XOR的最大值，最...

博文 来自：Q755100802的博客

Matlab图像几何变换之图像旋转

阅读数 1万+

Matlab图像旋转旋转的原理如下：点p0p_0绕坐标原点逆时针方向旋转θ\theta角度得到点p1p_1.从①②可以得到旋...

博文 来自：Bryan_QAQ的博客

Matlab图像的几何变换之图像镜像

阅读数 3841

Matlab图像镜像Matlab图像镜像分为水平镜像和竖直镜像，水平镜像代码如下：ccl=rgb2gray(imread("DORMIT...

博文 来自：Bryan_QAQ的博客

HDU 3949 XOR (高斯消元求**线性基**)

阅读数 1080

http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3949这题做过三次了，但是一直不是很懂，今天又理解了一下，...

博文 来自：Miracle_ma的专栏

陈小春哭诉：附近土豪怒砸2亿请他代言这款0充值传奇！真经典！

贪玩游戏 · 顶新

c#改变td值 c#怎么读取html文件 c#如何跳出整个循环 c# throw的用法 c# 判断域名端口 c#前景怎么样 c#遍历datelist c#如何改变控件字体 c#网络编程 vs c# 文件读取image

👑

📄

👤

🛡️

Yveh

私信 关注

TA的个人主页 >

原创53

粉丝22

喜欢35

评论13

等级: 博客

访问: 3万+

https://blog.csdn.net/qq__qqq/article/details/53812883

7/9

积分：954 排名：8万+

勋章：



分类专栏

	BZOJ	4篇
	TopCoder	2篇
	HihoCoder	1篇
	Codeforces	33篇
	莫队	3篇

展开

归档

2017年6月	1篇
2017年5月	3篇
2017年4月	2篇
2017年3月	9篇
2017年1月	2篇
2016年12月	12篇
2016年11月	22篇
2016年10月	2篇

展开

热门文章

- [学习笔记]线性基
阅读数 10159
- [trick]dsu on tree
阅读数 3878
- [学习笔记]kd-tree
阅读数 2253
- [游记]SDOI2017 R2酱油记
阅读数 1017
- Codeforce数据结构目录
阅读数 916

最新评论

- [trick]dsu on tree
qq_40791842：请问博主“树链剖分将一棵树分割成了不超过logn条重链。”这儿是不是应该：...
- [学习笔记]线性基
autoint：query kth 里面ret不应该定义成int
- [学习笔记]线性基
autoint：太强了



34



10



[学习笔记]线性基

yzyyx: 十分感谢

[学习笔记]线性基

lifelikes: 剧毒

啊!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! ...



CSDN学院



CSDN企业招聘

QQ客服 kefu@csdn.net
客服论坛 400-660-0108
工作时间 8:30-22:00

关于我们 招聘 广告服务 网站地图
百度提供站内搜索 京ICP备19004658号
©1999-2019 北京创新乐知网络技术有限公司

网络110报警服务 经营性网站备案信息
北京互联网违法和不良信息举报中心
中国互联网举报中心 家长监护 版权申诉

34

10

<

>