

树的种子

啦啦啦，我是卖报的小行家
<https://github.com/Jian-Yin-Shine>

博客园

首页

联系

管理

随笔 - 797 文章

公告

/*蒟蒻一枚，有问题Q我~*/
/*QQ: 1262094391*/
微信



点击即可启用 Adobe Flash
Player

昵称： 小草的大树梦
园龄： 3年7个月
粉丝： 70
关注： 55
+加关注

<	2019年9月						>
日	一	二	三	四	五	六	
1	2	3	4	5	6	7	
8	9	10	11	12	13	14	
15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	
29	30	1	2	3	4	5	
6	7	8	9	10	11	12	

搜索

hiho 第119周 最大权闭合子图

阅读目录

- [描述](#)
- [提示：最大权闭合子图](#)

描述

周末，小Hi和小Ho所在的班级决定举行一些班级建设活动。

根据周内的调查结果，小Hi和小Ho一共列出了N项不同的活动(编号1..N)，第i项活动能够跃值。

班级一共有M名学生(编号1..M)，邀请编号为i的同学来参加班级建设活动需要消耗b[i]的活跃值。

每项活动都需要某些学生在场才能够进行，若其中有任何一个学生没有被邀请，这项活动就不行。

班级建设的活跃值是活动产生的总活跃值减去邀请学生所花费的活跃值。

小Hi和小Ho需要选择进行哪些活动，来保证班级建设的活跃值尽可能大。

比如有3项活动，4名学生：

第1项活动产生5的活跃值，需要编号为1、2的学生才能进行；

第2项活动产生10的活跃值，需要编号为3、4的学生才能进行；

第3项活动产生8的活跃值，需要编号为2、3、4的学生才能进行。

编号为1到4的学生需要消耗的活跃值分别为6、3、5、4。

假设举办活动集合为{1}，需要邀请的学生集合为{1,2}，则得到的班级活跃值为5-9 = -4。

假设举办活动集合为{2}，需要邀请的学生集合为{3,4}，则得到的班级活跃值为10-9 = 1。

假设举办活动集合为{2,3}，需要邀请的学生集合为{2,3,4}，则得到的班级活跃值为18-12 = 6。

假设举办活动集合为{1,2,3}，需要邀请的学生集合为{1,2,3,4}，则得到的班级活跃值为23-19 = 4。

小Hi和小Ho总是希望班级活跃值越大越好，因此在这个例子中，他们会选择举行活动2和3。

提示：最大权闭合子图

小Ho：这次的问题好像还是很麻烦的样子啊。

小Hi：没错，小Ho你有什么想法么？

小Ho：我么？我能想到只有枚举啦。因为每一项活动都只有举行和不举行两种状态，因此 $O(2^N)$ 的枚举，再对选出来的情况进行计算。最后选出最大的方案。

小Hi：这很明显会超过时间限制吧。

找找看

谷歌搜索

积分与排名

积分 - 130558
排名 - 3719

随笔分类 (874)

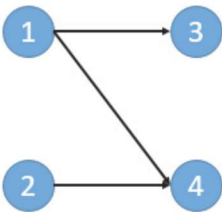
- ACM-ICPC集训营(31)
- ACM——KMP(16)
- ACM——NOI 搜索专题
- ACM——背包DP
- ACM——并查集(8)
- ACM——博弈(2)
- ACM——插头DP
- ACM——递归分治(4)
- ACM——动态规划(DP)(101)
- ACM——广搜(24)
- ACM——后缀数组(5)
- ACM——回溯算法(3)
- ACM——论文(3)
- ACM——莫队(2)
- ACM——男人八题(3)
- ACM——区间DP(1)
- ACM——三分(1)
- ACM——深搜(27)
- ACM——树链剖分(2)
- ACM——数据结构(55)
- ACM——数论(8)
- ACM——数学问题(28)
- ACM——贪心(17)
- ACM——图论(121)
- ACM——线段树(8)
- ACM——斜率DP(2)
- ACM——组合数学(18)
- Android小玩~~~(3)
- C#从入门到精通(1)
- C++(8)
- cs231n
- CSU集训营(1)
- JAVA基础(6)
- Machine Learning(1)
- OJ——bestcoder(6)
- OJ——Codeforce(36)
- OJ——CSUFTOJ(6)
- OJ——hihoCoder(9)
- OJ——leetcode(4)
- OJ——NewCode(2)
- OJ——NOI(22)
- OJ——UVA(第二版), 第四章(4)
- OJ——多校(7)
- paper
- Python 爬虫(6)
- PythonCookbook
- PythonTip(3)
- Python程序设计基础(14)
- SQL(5)
- Ubuntu(5)
- 暴力(13)
- 大整数(8)
- 非递归全排列(3)
- 归类中(13)
- 华为笔试
- 汇编程序(17)
- 机器学习(1)
- 计算机图形学
- 计算机硬件(4)
- 静思语(5)
- 快乐寒假(30)
- 数学建模——插值与拟合(4)
- 数学建模——多元分析(9)

小Ho: 我知道啊, 那有什么好的方法么?

小Hi: 当然有啊, 这次我们需要解决的是闭合子图问题。

小Ho: 这个闭合子图是啥?

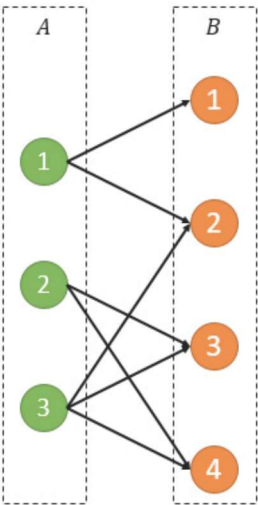
小Hi: 所谓闭合子图就是给定一个有向图, 从中选择一些点组成一个点集V。对于V中任意后续节点都仍然在V中。比如:



在这个图中有8个闭合子图: $\emptyset, \{3\}, \{4\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$

小Ho: 闭合子图我懂了, 但是这跟我们这次的问题有啥关系呢?

小Hi: 我们先把这次的问题转化为2分图。将N个活动看作A部, 将M个学生看作B部。若第j个学生, 就连一条从A[i]到B[j]的有向边。比如对于例子:

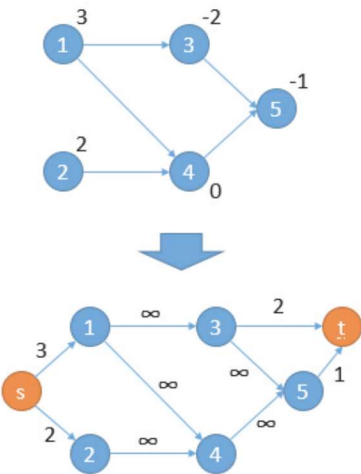


假如选择A[1], 则我们需要同时选择B[1], B[2]。那么选择什么活动和其需要的学生, 是不是这个图中的一个闭合子图呢?

小Ho: 你这么一说好像还真是。如果把活跃值算作权值, A部的节点包含有正的权值, B部的权值。那么我们要求的也就是一个权值最大的闭合子图了?

小Hi: 没错, 我们要求解的正是最大权闭合子图。它的求解方法是使用网络流, 因此我们再进一步转化为网络流图。

对于一般的图来说: 首先建立源点s和汇点t, 将源点s与所有权值为正的点相连, 容量为权值为正的点的权值; 将汇点t与所有权值为负的点相连, 容量为权值的绝对值; 权值为0的点不做处理; 同时将原来的有向边转化为容量为无穷大的有向边。举个例子:



数学建模——规划问题(5)
数学建模——灰度预测(1)
数学建模——模拟退火(1)
数学建模——神经网络(2)
数学建模——时间序列(1)
数学建模——遗传算法(1)
数字图像处理(1)
水题(15)
算法工程师实习(99)
文学(1)
训练赛2016(1)

随笔档案 (797)

- 2019年6月(1)
- 2019年3月(2)
- 2019年2月(7)
- 2019年1月(27)
- 2018年12月(38)
- 2018年11月(32)
- 2018年10月(13)
- 2018年9月(1)
- 2018年7月(4)
- 2018年6月(2)
- 2018年3月(1)
- 2018年2月(6)
- 2018年1月(27)
- 2017年12月(6)
- 2017年11月(16)
- 2017年10月(16)
- 2017年9月(17)
- 2017年8月(31)
- 2017年7月(47)
- 2017年6月(34)
- 2017年5月(29)
- 2017年4月(32)
- 2017年3月(27)
- 2017年2月(14)
- 2017年1月(25)
- 2016年12月(17)
- 2016年11月(57)
- 2016年10月(35)
- 2016年9月(18)
- 2016年8月(58)
- 2016年7月(21)
- 2016年6月(14)
- 2016年5月(23)
- 2016年4月(45)
- 2016年3月(45)
- 2016年2月(9)

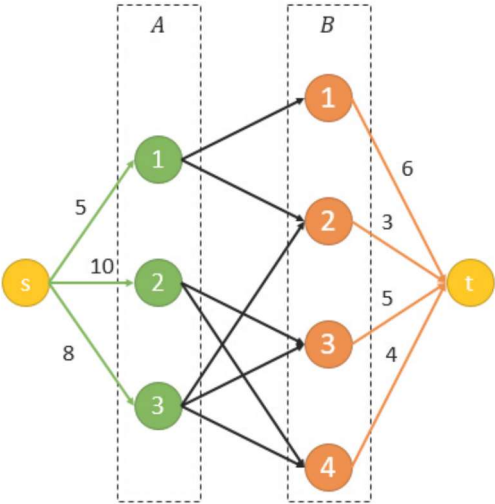
相册 (7)

BG(7)

最新评论

- 1. Re:Codeforces 225E 梅森素数
请问博主，再推第一个等式中，为什么右边奇数。左边奇数，则左边一定是素数啊？
--Auroras
- 2. Re:ACM退役帖
强
--shsnail
- 3. Re:tar 打包带软连接的文件
会很扭
--小秒
- 4. Re:hiho 第119周 最大权闭合子图
博主写的很好。只是倒数几行中的“割的容量 $C(S,T)$ = S中的正权点之和+ T中负权点绝对值之和。”是不是应该是“割的容量 $C(S,T)$ = S中的负权点绝对值之和+ T中正权点之和。”？还是我理解错...
--T_Y_P_E
- 5. Re:Uva 1636 决斗

对于我们题目中的例子来说，其转化的网络流图为：



上图中黑边表示容量无穷大的边。

小Ho：转化模型这一步看上去不是太难，然后呢？

小Hi：先说说结论吧，最大权闭合子图的权值等于所有正权点之和减去最小割。

接下来来证明这个结论，首先我们要证明两个引理：

1. 最小割一定是简单割

简单割指的是：割(S,T)中每一条割边都与s或者t关联，这样的割叫做简单割。

因为在图中将所有与s相连的点放入割集就可以得到一个割，且这个割不为正无穷。而最小等于这个割，所以最小割一定不包含无穷大的边。因此最小割一定是一个简单割。

2. 简单割一定和一个闭合子图对应

闭合子图V和源点s构成S集，其余点和汇点t构成T集。

首先证明闭合子图是简单割：若闭合子图对应的割(S,T)不是简单割，则存在一条边(u,v)， $u \in S$ ， $v \in T$ ，且 $c(u,v) = \infty$ 。说明u的后续节点v不在S中，产生矛盾。

接着证明简单割是闭合子图：对于V中任意一个点u， $u \in S$ 。u的任意一条出边 $c(u,v) = \infty$ ，割的割边集中，因此v不属于T， $v \in S$ 。所以V的所有点均在S中，因此S是闭合子图。

由上面两个引理可以知道，最小割也对应了一个闭合子图，接下来证明最小割就是最大权值闭合子图。

首先有割的容量 $C(S,T)$ = T中所有正权点的权值之和+ S中所有负权点的权值绝对值之和。

闭合子图的权值W = S中所有正权点的权值之和- S中所有负权点的权值绝对值之和。

则有 $C(S,T) + W$ = T中所有正权点的权值之和+ S中所有正权点的权值之和 = 所有正权点的权值之和
所以 W = 所有正权点的权值之和- $C(S,T)$

由于所有正权点的权值之和是一个定值，那么割的容量越小，W也就越大。因此当 $C(S,T)$ 取最小值时，W也就达到了最大值。

小Ho：我懂了，因为最小割也对应了一个闭合子图，因此它是可以被取得的，W也才能够取到最大值。

小Hi：没错，这就是前面两条引理的作用。

小Ho：那么最小割的求解就还是用最大流来完成好了！

小Hi：嗯，那就交给你了。

View Code

闭合子图：就是按图1说的，1加到集合里面去了，那么与之相连的3,4必须到集合中去，那么有很多个闭合子图。

然后每个点都有一个权值，要求一个权值最大的子图。

结论：最大权闭合子图 = 正点之和-最小割。

分析：

为什么转一枪是空弹的概率为 0/len啦。不应该是一个条件概率么，在第一枪是空弹的基础上，字符串只能是010或000

--rainyroad

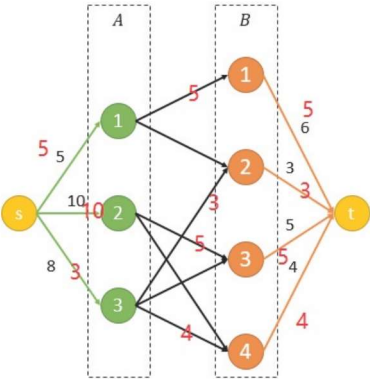
阅读排行榜

- 1. hiho 第116周，最大流最小割定理，求最小割集S,T(7545)
- 2. 因子分析——因子得分(7324)
- 3. 因子分析——建立载荷矩阵(5677)
- 4. 因子分析——因子旋转(4201)
- 5. 主成分分析案例(3661)
- 6. hiho 第119周 最大权闭合子图(3362)
- 7. java 导入自定义类(2298)
- 8. Java课程设计——扫雷(winmine)(2185)
- 9. 图像处理与机器学习（验证码的识别）(1996)
- 10. python图形库（1）(1716)

推荐排行榜

- 1. hiho 第119周 最大权闭合子图(11)
- 2. hiho 第116周，最大流最小割定理，求最小割集S,T(4)
- 3. 再谈Bellman-Ford(3)
- 4. hiho 第117周 二分图多重匹配，网络流解决(3)
- 5. 【转】ACM训练计划(3)
- 6. ACM退役帖(3)
- 7. 牛客练习赛7(2)
- 8. Ubuntu 入门安装(2)
- 9. Educational Codeforces Round 27(1)
- 10. Codeforces 225E 梅森素数(1)

1，一个最小割肯定是一个子图。证明上面有，但是我没看懂。
2，有了上一点：
割的容量 $C(S,T) = S$ 中的正权点之和+ T 中负权点绝对值之和。
闭合子图的权值 $W = S$ 中的正权点之和 - S 中负权点绝对值之和。
可以推出 $W = \text{所有正权点之和} - C(S,T)$;
还是看图说话吧：



最大流 = 最小割 = 17，正点之和 = 23，最大权闭合子图 = 23-17 = 6；

分类: [OJ——hihoCoder](#), [ACM——图论](#)

好文要顶

关注我

收藏该文

小草的大树梦

关注 - 55

粉丝 - 70

+加关注

« 上一篇: [2007 Asia - Nanjing F题，字典树](#)
» 下一篇: [KMP算法](#)

posted @ 2016-10-09 15:15 小草的大树梦 阅读(3361) 评论(1)

评论列表

#1楼 2019-05-13 22:57 T_Y_P_E

博主写的很好。只是倒数几行中的“割的容量 $C(S,T) = S$ 中的正权点之和+ T 中负权点绝对值之和。”是不：“割的容量 $C(S,T) = S$ 中的负权点绝对值之和+ T 中正权点之和。”？还是我理解错了？

支持

刷新评论 刷新页

注册用户登录后才能发表评论，请 [登录](#) 或 [注册](#)，访问 [网站首页](#)。

- 【推荐】超50万C++/C#源码: 大型实时仿真组态图形源码
- 【活动】阿里云910会员节多款云产品满减活动火热进行中
- 【推荐】新手上天翼云，数十款云产品、新一代主机0元体验
- 【推荐】零基础轻松玩转华为云产品，获赠礼加返百元大礼
- 【推荐】华为IoT平台开发者套餐9.9元起，购买即送免费课程

相关博文：

- 最大权闭合子图
 - 最大权闭合子图学习
 - 最大权闭合子图
 - [HIHO119]网络流五·最大权闭合子图（最大流）
 - 最大闭合权图
-

最新 IT 新闻:

- 华为已获得50多份5G商用合同，5G基站发货超20万个
- 获800亿日元投资后，JDI将建OLED工厂，但两年后才能量产
- 搭载高通骁龙855移动平台的三星Galaxy A90 5G现已正式发布
- 历经30多年的努力，科学家终于得到了另一种高温超导材料
- 偿还30亿美元债务 退任CEO 贾跃亭宣布FF重大消息
- » 更多新闻...