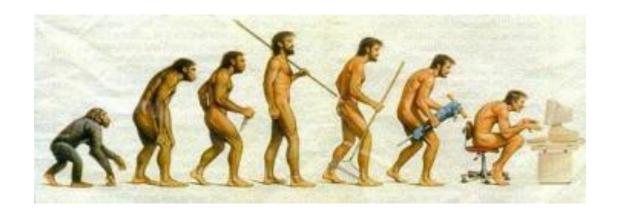
# Exemplo AG



Prof. Juan Moisés Mauricio Villanueva <a href="mauricio@cear.ufpb.br">jmauricio@cear.ufpb.br</a>
<a href="mauricio@cear.ufpb.br/juan">www.cear.ufpb.br/juan</a>

#### Estrutura do Algoritmo Genético

```
Algoritmo genético
Inicio
  t = 0
  inicializar P(t)
  avaliar P(t)
   while (não cumpre a condição) fazer
        t = t + 1
       selecionar P(t) de P(t-1)
       reprodução P(t)
       avaliar P(t)
   fim
fim
```

#### Estrutura do Algoritmo Genético

#### Componentes do AG:

- Representação/Codificação dos indivíduos
- População inicial
- Função de avaliação (fitness)
- Operador de Seleção
- Reprodução- operadores genéticos
  - Cruzamento
  - Mutação

#### 1. Representação de Indivíduos

- Cada indivíduo "cromossoma" representa um candidato potencial do problema
- Os indivíduos são codificados usando números binários de tamanho fixo.

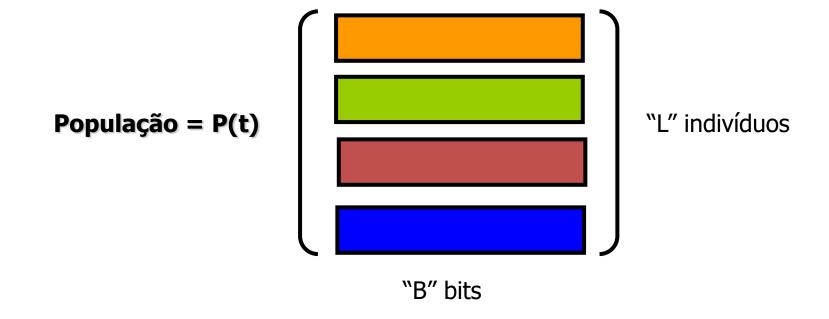
Indivíduo

1001010101001

"B" bits

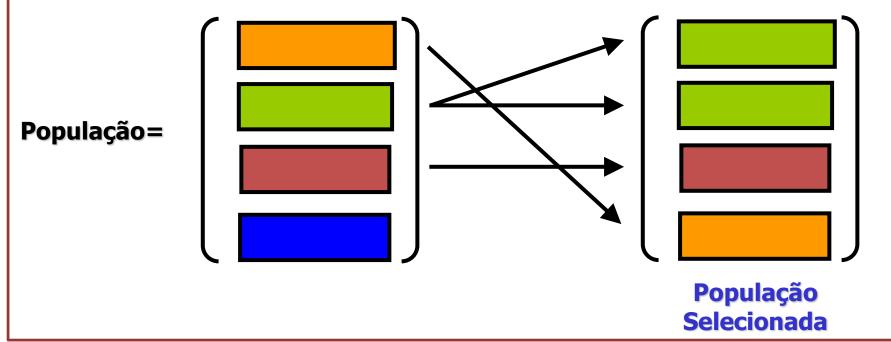
#### 2. População Inicial

 A população inicial é um conjunto de indivíduos gerados aleatoriamente.



#### 3. Seleção

- Consiste em escolher alguns indivíduos da população para criar descendentes.
- o objetivo da seleção consiste em privilegiar os indivíduos melhor adaptados, para criar descendentes.



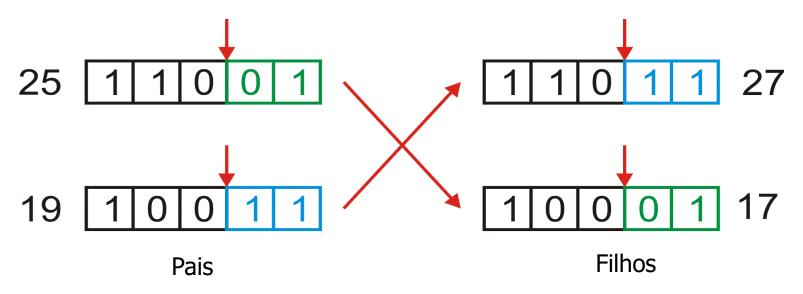
#### 4. Operadores Genéticos

- O processo de reprodução gerará novos indivíduos da população selecionada.
- Os operadores genéticos representam uma fonte de diversidade e variabilidade
  - Cruzamento
  - Mutação

#### 4. Operadores Genéticos

#### Cruzamento

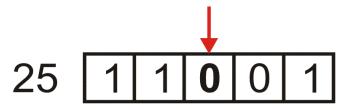
- Combina dois indivíduos intercambiando suas informações genéticas
- A probabilidade do cruzamento se denomina taxa de cruzamento que varia entre 0,5 a 1.

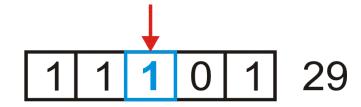


#### 4. Operadores Genéticos

#### Mutação

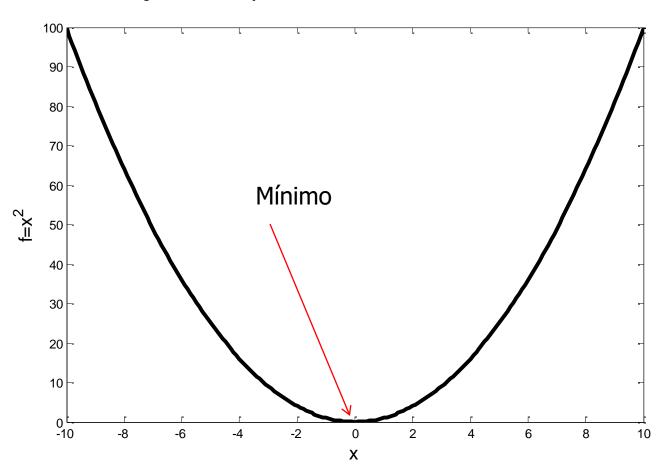
- Introduze novas combinações genéticas nos indivíduos.
- A probabilidade de mutação se denominada taxa de mutação que usualmente são valores pequenos 0.01, 0.02





#### Exemplo de Implementação do AG

Minimizar a Função f=x² para -10≤x≤10



#### Exemplo de Implementação do AG

 Em problemas de Optimização, minimizar uma função f, é equivalente a maximizar uma função do tipo:

$$\min f(x) = \max\{C - f(x)\}\$$

• Em que: C é uma constante

$$\min f(x) = \max\{\frac{1}{C + f(x)}\}\$$

#### Usando AG para resolver o problema

```
Algoritmo genético
Inicio
  t = 0
  inicializar P(t)
  avaliar P(t)
   while (não cumpre a condição) fazer
        t = t + 1
       selecionar P(t) de P(t-1)
       reprodução P(t)
       avaliar P(t)
   fim
fim
```

#### AG para Problemas de Optimização

- Inicialmente se deve identificar:
  - 1. O intervalo de variação da variável x

$$a \le x \le b$$

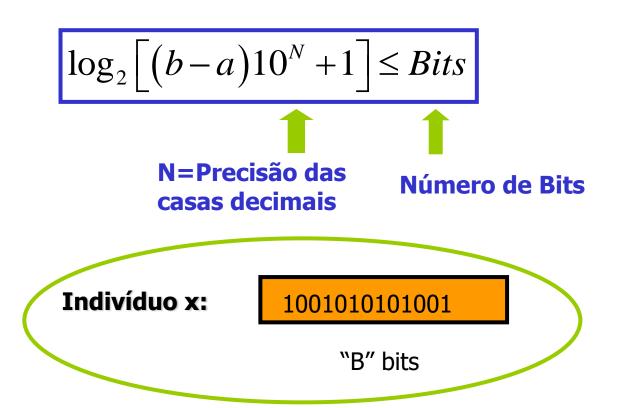
2. Construir a função de fitness:

$$\max\{C-f\} = \max\{C-x^2\}$$

$$fitness = C - x^2$$

#### AG para Problemas de Optimização

3. Se deve definir a precisão com a qual será representada a variável x:



#### AG para Problemas de Optimização

4. O mapeamento da representação Binaria a Decimal é dada por:

$$x = a + bin2dec(10101...001).\frac{b-a}{2^{Bits}-1}$$

Representação Decimal Representação Binaria

**bin2dec** = Função que retorna um número inteiro a partir de uma entrada binaria Exemplo

bin2dec(0101) = 5

#### Representação dos Indivíduos

Para uma precisão de 3 casas decimais (N = 3),

$$14.28 \le Bits$$
$$B = 15$$

#### População Inicial

Conjunto de Indivíduos criados Aleatoriamente

$$P = egin{bmatrix} Individuo 1 \ Individuo 2 \ ... \ Individuo L \end{bmatrix} = egin{bmatrix} 1010101011100101 \ 00101010101010000 \ ... \ 010101000111101 \end{bmatrix}$$

"L" indivíduos

#### População Inicial

• Para uma população inicial de tamanho L=10:

```
3.9854
                                                                            0
                                                                                  0
                                                                                         0
                                                                                                      0
                                           0
                                                 0
                                                                     0
                                                                                                             1
 5.3661
-1.2693
                                    0
                                                                                  0
                                                                                         0
                                                                                                0
                                                                                                      0
                                                                                                             0
 3.3580
                       0
                                                 0
                                                               0
                                                                                                      0
                                    0
 7.7960
                                                                                                      0
                                                                                                             0
-6.0765
                                                                                                      0
                                                                                                             0
-5.7164
                                                                                                             0
 5.6804
                                                 0
                                                                                                             0
 9.7772
                                                                                                             0
 5.6767
                             0
                                    0
                                           1
                                                 0
                                                        0
                                                               0
                                                                     1
                                                                            0
                                                                                  1
                                                                                         0
                                                                                                1
                                                                                                      0
                                                                                                             0
```





População Representação Binaria

#### Avaliação (fitness)

Cada indivíduo terá associada sua função de fitness:

$$P = \begin{bmatrix} Individuo 1 \\ Individuo 2 \\ ... \\ Individuo L \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{c} fitness 1 \\ fitness 2 \\ ... \\ fitness L \end{bmatrix}$$

$$fitness(i) = C - x_i^2$$

#### Avaliação (fitness)

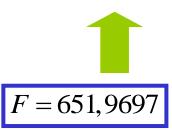
Indivíduo: x

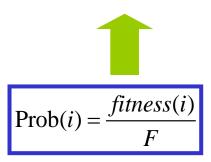
$$fitness(i) = 100 - x_i^2$$

Probabilidade de Seleção

$$\text{Prob}(i) = \frac{fitness(i)}{F}$$

$$F = \sum_{i=1}^{L} fitness(i)$$



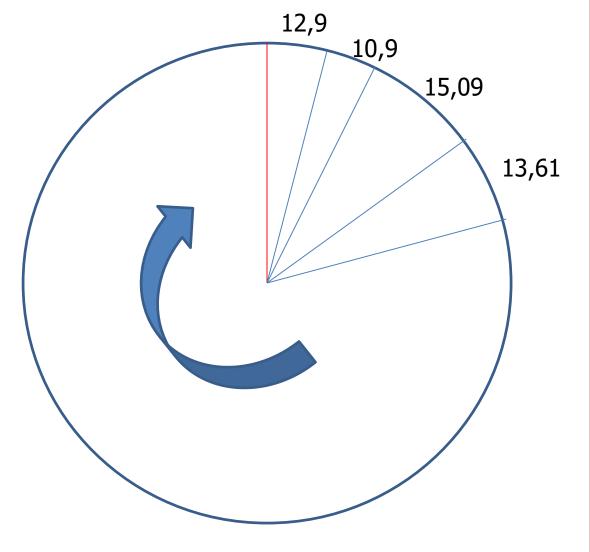


#### Método de Seleção - Roleta

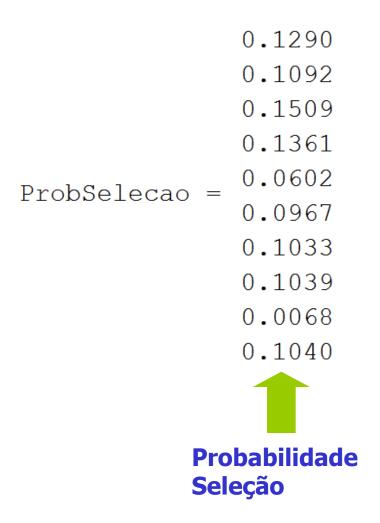
ProbSelecao =



$$Prob(i) = \frac{fitness(i)}{F}$$



#### Seleção: Cálculo da Probabilidade Acumulativa

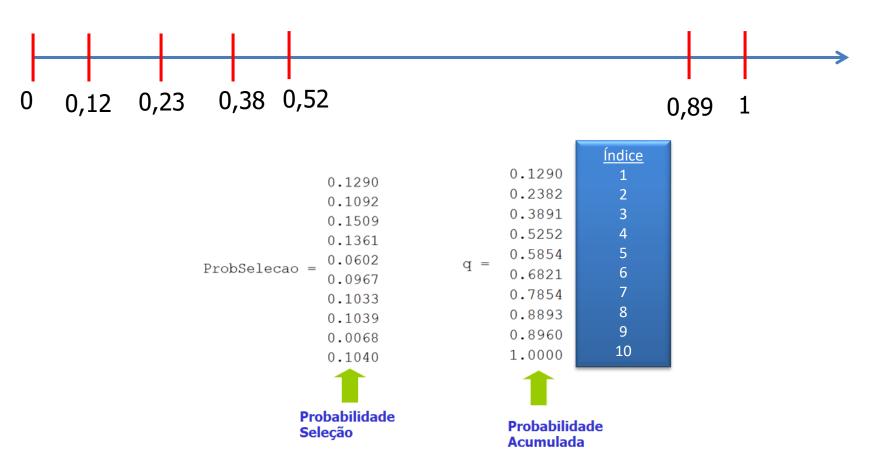


0.1290 0.2382 0.3891 0.5252 0.5854 0.6821 0.7854 0.8893 0.8960 1.0000

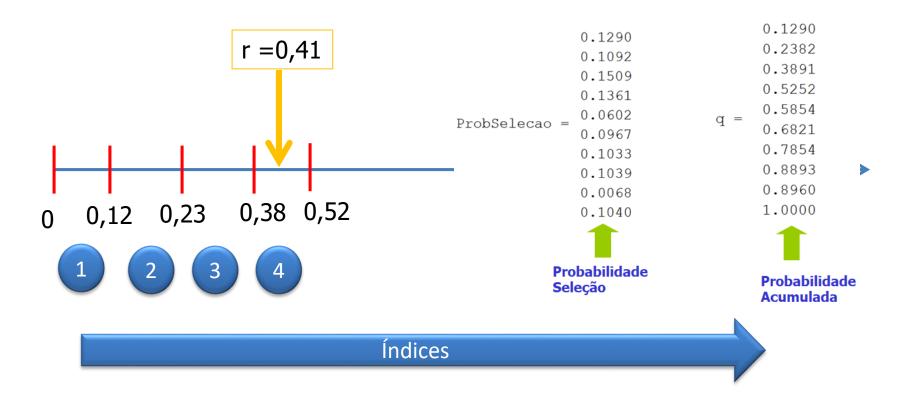


Probabilidade Acumulada

#### Usando a Probabilidade Acumulada

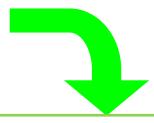


## Geração de um Número Aleatório "r"



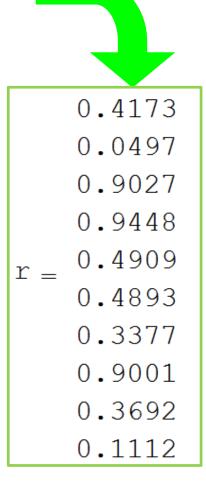
=>>> Selecionar o quarto elemento

Gera-se "L=10" números aleatórios na matriz "r"



|               |   | 0.1290 |
|---------------|---|--------|
| ProbSelecao = |   | 0.1092 |
|               |   | 0.1509 |
|               |   | 0.1361 |
|               | _ | 0.0602 |
|               |   | 0.0967 |
|               |   | 0.1033 |
|               |   | 0.1039 |
|               |   | 0.0068 |
|               |   | 0.1040 |

|     | 0.1290 |
|-----|--------|
|     | 0.2382 |
|     | 0.3891 |
|     | 0.5252 |
| α – | 0.5854 |
| q = | 0.6821 |
|     | 0.7854 |
|     | 0.8893 |
|     | 0.8960 |
|     | 1.0000 |
|     |        |



| ProbSelecao = | 0.1290 | q = | 0.1290 |     | 0.4173 |
|---------------|--------|-----|--------|-----|--------|
|               | 0.1092 |     | 0.2382 |     | 0.0497 |
|               | 0.1509 |     | 0.3891 |     | 0.9027 |
|               | 0.1361 |     | 0.5252 |     | 0.9448 |
|               | 0.0602 |     | 0.5854 | r = | 0.4909 |
|               | 0.0967 |     | 0.6821 |     | 0.4893 |
|               | 0.1033 |     | 0.7854 |     | 0.3377 |
|               | 0.1039 |     | 0.8893 |     | 0.9001 |
|               | 0.0068 |     | 0.8960 |     | 0.3692 |
|               | 0.1040 |     | 1.0000 |     | 0.1112 |

| Gera-se L Hull | icios aicatorios |     |        |            |        |
|----------------|------------------|-----|--------|------------|--------|
| ProbSelecao =  | 0.1290           | q = | 0.1290 | 0.4173     |        |
|                | 0.1092           |     | 0.2382 | 0.0497     |        |
|                | 0.1509           |     | 0.3891 | 0.9027     |        |
|                | 0.1361           |     | 0.5252 | 0.9448     |        |
|                | 0.0602           |     | 0.5854 | r = 0.4909 |        |
|                | 0.0967           |     | 0.6821 | 0.4893     |        |
|                | 0.1033           |     | 0.7854 | 0.3377     |        |
|                | 0.1039           |     |        | 0.8893     | 0.9001 |
|                | 0.0068           |     | 0.8960 | 0.3692     |        |
|                | 0.1040           |     | 1.0000 | 0.1112     |        |

| Gera-se L Hull | ieros areatorios |     |        |    |        |
|----------------|------------------|-----|--------|----|--------|
| ProbSelecao =  | 0.1290           | q = | 0.1290 |    | 0.4173 |
|                | 0.1092           |     | 0.2382 |    | 0.0497 |
|                | 0.1509           |     | 0.3891 |    | 0.902) |
|                | 0.1361           |     | 0.5252 |    | 0.9448 |
|                | 0.0602           |     | 0.5854 | r/ | 0.4909 |
|                | 0.0967           |     | 0.6821 |    | 0.4893 |
|                | 0.1033           |     | 0.7854 |    | 0.3377 |
|                | 0.1039           |     | 0.8893 |    | 0.9001 |
|                | 0.0068           |     | 0.8960 |    | 0.3692 |
|                | 0.1040           |     | 1.0000 |    | 0.1112 |

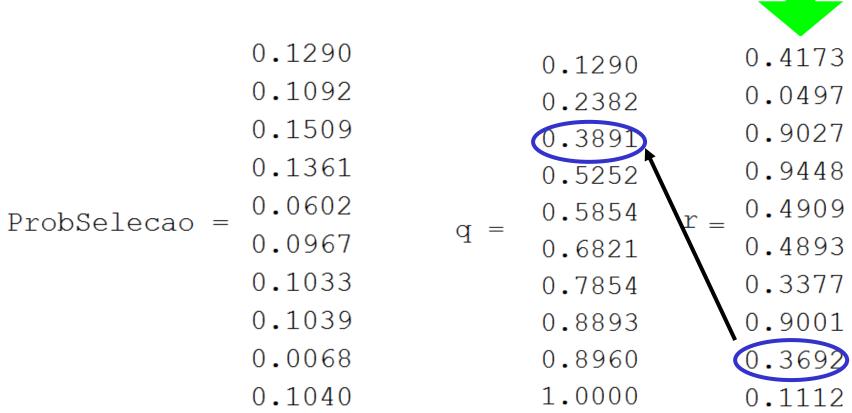
| Gera se e mai |        | •   |        |            |
|---------------|--------|-----|--------|------------|
| ProbSelecao = | 0.1290 | q = | 0.1290 | 0.4173     |
|               | 0.1092 |     | 0.2382 | 0.0497     |
|               | 0.1509 |     | 0.3891 | 0.9027     |
|               | 0.1361 |     | 0.5252 | 0.9448     |
|               | 0.0602 |     | 0.5854 | r = 0.4909 |
|               | 0.0967 |     | 0.6821 | 0.4893     |
|               | 0.1033 |     | 0.7854 | 0.3377     |
|               | 0.1039 |     | 0.8893 | 0.9001     |
|               | 0.0068 |     | 0.8960 | 0.3692     |
|               | 0.1040 |     | 1.0000 | 0.1112     |

| ProbSelecao = | 0.1290   | 0.1290     | 0.4173  |
|---------------|----------|------------|---------|
|               | 0.1092   | 0.2382     | 0.0497  |
|               | 0.1509   | 0.3891     | 0.9027  |
|               | 0.1361   | 0.5252     | 0.9448  |
|               | _ 0.0602 | 0.5854     | -0.4909 |
|               | 0.0967   | q = 0.6821 | 0.4893  |
|               | 0.1033   | 0.7854     | 0.3377  |
|               | 0.1039   | 0.8893     | 0.9001  |
|               | 0.0068   | 0.8960     | 0.3692  |
|               | 0.1040   | 1.0000     | 0.1112  |

| ProbSelecao = | 0.1290 |     | 0.1290 | 0.4173 |
|---------------|--------|-----|--------|--------|
|               | 0.1092 |     | 0.2382 | 0.0497 |
|               | 0.1509 |     | 0.3891 | 0.9027 |
|               | 0.1361 |     | 0.5252 | 0.9448 |
|               | 0.0602 |     | 0.5854 | 0.4909 |
|               | 0.0967 | d = | 0.6821 | 0.4893 |
|               | 0.1033 |     | 0.7854 | 0.3377 |
|               | 0.1039 |     | 0.8893 | 0.9001 |
|               | 0.0068 |     | 0.8960 | 0.3692 |
|               | 0.1040 |     | 1.0000 | 0.1112 |

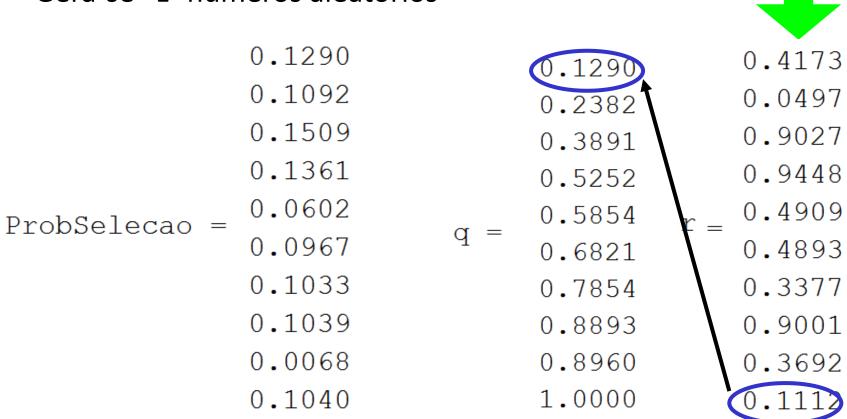
| ProbSelecao = | 0.1290 |     | 0.1290 | 0.4173 |
|---------------|--------|-----|--------|--------|
|               | 0.1092 |     | 0.2382 | 0.0497 |
|               | 0.1509 |     | 0.3891 | 0.9027 |
|               | 0.1361 |     | 0.5252 | 0.9448 |
|               | 0.0602 |     | 0.5854 | 0.4909 |
|               | 0.0967 | d = | 0.6821 | 0.4893 |
|               | 0.1033 |     | 0.7854 | 0.3377 |
|               | 0.1039 |     | 0.8893 | 0.9001 |
|               | 0.0068 |     | 0.8960 | 0.3692 |
|               | 0.1040 |     | 1.0000 | 0.1112 |

| • Gera-se L num | neros aleatorios   |     |  |  |
|-----------------|--|-----|--|--|
| ProbSelecao =   | 0.1290<br>0.1092<br>0.1509<br>0.1361<br>0.0602<br>0.0967<br>0.1033<br>0.1039<br>0.0068<br>0.1040 | q = | 0.1290<br>0.2382<br>0.3891<br>0.5252<br>0.5854<br>0.6821<br>0.7854<br>0.8893<br>0.8960 | $ 0.4173 \\ 0.0497 \\ 0.9027 \\ 0.9448 \\ 0.4909 \\ 0.4893 \\ 0.3377 \\ 0.9001 \\ 0.3692 \\ 0.1112 $ |
|                 |  |     |  |  |



# Seleção: Método da Roleta

Gera-se "L" números aleatórios



# Seleção: Método da Roleta

Índice dos indivíduos selecionados



4

1

10

10

4

4

3

10

3

1

3.3580

3.9854

5.6767

5.6767

**3.**3580

3.3580

-1.2693

5.6767

-1.2693

3.9854



Indivíduos Selecionados 88.7242

84.1165

67.7745

67.7745

88.7242

fitness =

88.7242

98.3890

67.7745

98.3890

84.1165



**Fitness** 

# Seleção: Matriz P com os indivíduos selecionados

| 3.3580     | 1     | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
|------------|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.9854     | 1     | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 5.6767     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5.6767     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| x = 3.3580 | P = 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 3.3580     | 1     | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| -1.2693    | 0     | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5.6767     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| -1.2693    | 0     | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3.9854     | 1     | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |





**Codificação dos Indivíduos Selecionados** 

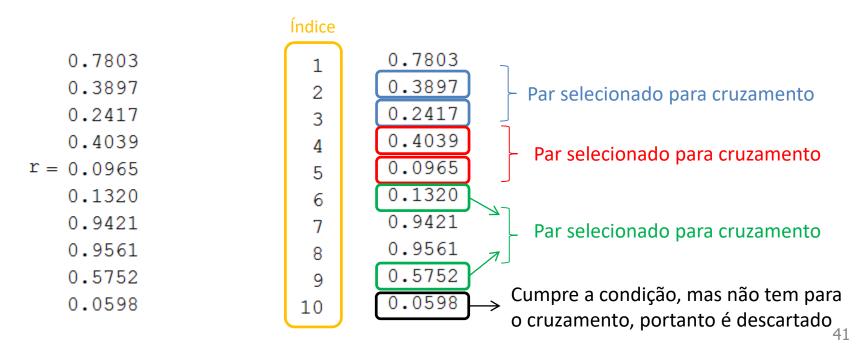
### Seleção: Método de Torneio

Para os pares (X1,X2) e (X3,X4), com valores de fitness conhecidos

```
X1 -  fitness1 = 20 X2 -  fitness2 = 34
```



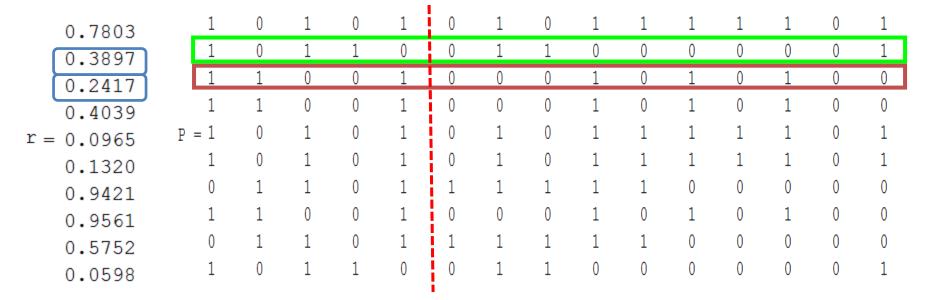
- Se define uma probabilidade de cruzamento Pc=0.7
- Em seguida, se realiza a geração de 10 números aleatórios (r)
- Finalmente, se verifica que posições (índices) atendem a condição r≤Pc, caso satisfeita a condição o individuo poderá ser usado na operação de cruzamento (neste caso os índices 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10).



• Selecionando o primeiro par para cruzamento, com índices das linhas 2 e 3

| 0.7803     | 1     | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
|------------|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.3897     | 1     | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0.2417     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0.4039     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| r = 0.0965 | P = 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0.1320     | 1     | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0.9421     | 0     | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0.9561     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0.5752     | 0     | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0.0598     | 1     | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

- Determinar aleatoriamente o ponto de cruzamento. Neste caso deverá ser gerado um número aleatório interior no intervalo de 1 a 14.
- Para o ponto de cruzamento igual a 5





 Após o cruzamento as linhas com índices 2 e 3 intercambiaram informações por meio da troca de bits

|            | 1     | 2 | 2 3 | 4 | 5   | <u>,</u> |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------------|-------|---|-----|---|-----|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|            |       | 1 | 1   | 1 | \ ( |          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0.7803     | 1     | 0 | 1   | 0 | 1   | 0        | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0.3897     | 1     | 0 | 1   | 1 | 0   | 0        | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0.2417     | 1     | 1 | 0   | 0 | 1   | 0        | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0.4039     | 1     | 1 | 0   | 0 | 1   | 0        | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| r = 0.0965 | P = 1 | 0 | 1   | 0 | 1   | 0        | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0.1320     | 1     | 0 | 1   | 0 | 1   | 0        | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0.9421     | 0     | 1 | 1   | 0 | 1   | 1        | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0.9561     | 1     | 1 | 0   | 0 | 1   | 0        | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0.5752     | 0     | 1 | 1   | 0 | 1   | 1        | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0.0598     | 1     | 0 | 1   | 1 | 0   | 0        | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |



- Este procedimento será repetido para os pares com linhas (4, 5) e (6, 9)
- Finalmente tem-se uma nova população modificada com o operador de cruzamento.

| 3.3580     | 1     | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
|------------|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.9854     | 1     | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 5.6767     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5.6767     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| x = 3.3580 | P = 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 3.3580     | 1     | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| -1.2693    | 0     | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5.6767     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| -1.2693    | 0     | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3.9854     | 1     | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

| 3.3580     | 1     | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
|------------|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.8017     | 1     | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5.6767     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5.8629     | _ 1   | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| x = 3.3555 | P = 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 3.3580     | 1     | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| -1.2693    | 0     | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5.6767     | 1     | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| -1.2693    | 0     | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3.9854     | 1     | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

# Operador de Mutação

- Se define uma probabilidade de mutação Pm=0.01
- Em seguida, se realiza a geração uma matriz de 10x15 contendo números aleatórios (r). Este tamanho corresponde ao tamanho da matriz binaria da população P.
- Em seguida, para cada número aleatório se verifica se cumpre a condição r≤Pm, caso satisfeita a condição, o elemento da matriz P é permutado de 0 para 1 ou vice-versa.

| 0.8034     | 0.9841 | 0.7379 | 0.5391 | 0.6692 | 0.4283 | 0.2653 | 0.2607 | 0.4709 | 0.8200 | 0.2665 | 0.9577 | 0.8444 | 0.4243 | 0.1527 |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0605     | 0.1672 | 0.2691 | 0.6981 | 0.1904 | 0.4820 | 0.8244 | 0.5944 | 0.6959 | 0.7184 | 0.1537 | 0.2407 | 0.3445 | 0.4609 | 0.3411 |
| 0.3993     | 0.1062 | 0.4228 | 0.6665 | 0.3689 | 0.1206 | 0.9827 | 0.0225 | 0.6999 | 0.9686 | 0.2810 | 0.6761 | 0.7805 | 0.7702 | 0.6074 |
| 0.5269     | 0.3724 | 0.5479 | 0.1781 | 0.4607 | 0.5895 | 0.7302 | 0.4253 | 0.6385 | 0.5313 | 0.4401 | 0.2891 | 0.6753 | 0.3225 | 0.1917 |
| r = 0.4168 | 0.1981 | 0.9427 | 0.1280 | 0.9816 | 0.2262 | 0.3439 | 0.3127 | 0.0336 | 0.3251 | 0.5271 | 0.6718 | 0.0067 | 0.7847 | 0.7384 |
| 0.6569     | 0.4897 | 0.4177 | 0.9991 | 0.1564 | 0.3846 | 0.5841 | 0.1615 | 0.0688 | 0.1056 | 0.4574 | 0.6951 | 0.6022 | 0.4714 | 0.2428 |
| 0.6280     | 0.3395 | 0.9831 | 0.1711 | 0.8555 | 0.5830 | 0.1078 | 0.1788 | 0.3196 | 0.6110 | 0.8754 | 0.0680 | 0.3868 | 0.0358 | 0.9174 |
| 0.2920     | 0.9516 | 0.3015 | 0.0326 | 0.6448 | 0.2518 | 0.9063 | 0.4229 | 0.5309 | 0.7788 | 0.5181 | 0.2548 | 0.9160 | 0.1759 | 0.2691 |
| 0.4317     | 0.9203 | 0.7011 | 0.5612 | 0.3763 | 0.2904 | 0.8797 | 0.0942 | 0.6544 | 0.4235 | 0.9436 | 0.2240 | 0.0012 | 0.7218 | 0.7655 |
| 0.0155     | 0.0527 | 0.6663 | 0.8819 | 0.1909 | 0.6171 | 0.8178 | 0.5985 | 0.4076 | 0.0908 | 0.6377 | 0.6678 | 0.4624 | 0.4735 | 0.1887 |
|            |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |



Os elementos da matriz r, com índices (5,13) e (9,13) sofrerão mutação

# **Operador de Mutação**

#### Mutação

| 1     | 0   | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
|-------|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|       | . 0 | 1 | U | 1 | U |   | U | 1 |   | 1 | 1 |   | U | 1 |
| 1     | 0   | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |   | 1 | 0 | 0 |
| 1     | 1   | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1     | 1   | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| P = 1 | 0   | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1     | 0   | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0     | 1   | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1     | . 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0     | 1   | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1     | 0   | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

# Processo de Evolução para 1 geração

|            | População<br>Inicial  | Seleção  | Cruzamento   | Mutação  |
|------------|---|--|--|--|
| Indivíduos | 3.9854<br>5.3661<br>-1.2693<br>3.3580<br>7.7960<br>-6.0765<br>-5.7164<br>5.6804<br>9.7772<br>5.6767 | 3.3580<br>3.9854<br>5.6767<br>5.6767<br>3.3580<br>3.3580<br>-1.2693<br>5.6767<br>-1.2693<br>3.9854 | 3.3580<br>3.8017<br>5.6767<br>5.8629<br>3.3555<br>3.3580<br>-1.2693<br>5.6767<br>-1.2693<br>3.9854 | 3.3580<br>3.8017<br>5.6767<br>5.8629<br>3.3580<br>3.3580<br>-1.2693<br>5.6767<br>-1.2668<br>3.9854         |
| fitness    | 84.1165 71.2053 98.3890 88.7242 39.2231 63.0757 67.3225 67.7329 4.4061 67.7745                      | 88.7242<br>84.1165<br>67.7745<br>98.3890<br>67.7745<br>98.3890<br>84.1165                          |  | 88.7242<br>85.5471<br>67.7745<br>65.6263<br>88.7242<br>88.7242<br>98.3890<br>67.7745<br>98.3952<br>84.1165 |

# Comparação do melhor indivíduo na população inicial com o melhor indivíduo após a mutação

|            | População<br>Inicial   | Seleção  | Cruzamento  | Mutação  |
|------------|--|--|---|--|
| Indivíduos | 3.9854<br>5.3661  -1.2693 Melhor<br>3.3580<br>7.7960 Solução<br>-6.0765<br>-5.7164<br>5.6804<br>9.7772<br>5.6767 | 3.3580<br>3.9854<br>5.6767<br>5.6767<br>3.3580<br>3.3580<br>-1.2693<br>5.6767<br>-1.2693<br>3.9854         | 3.3580 3.8017 5.6767 5.8629 3.3555 3.3580 -1.2693 5.6767 -1.2693 3.9854 | 3.3580<br>3.8017<br>5.6767<br>5.8629<br>3.3580<br>3.3580<br>-1.2693<br>5.6767<br>-1.2668<br>3.9854 Melhor<br>solução |
| fitness    | 84.1165<br>71.2053<br>98.3890<br>88.7242<br>39.2231<br>63.0757<br>67.3225<br>67.7329<br>4.4061<br>67.7745        | 88.7242<br>84.1165<br>67.7745<br>67.7745<br>88.7242<br>88.7242<br>98.3890<br>67.7745<br>98.3890<br>84.1165 | Neste passo<br>não é<br>necessário<br>avaliar o<br>fitness              | 88.7242<br>85.5471<br>67.7745<br>65.6263<br>88.7242<br>88.7242<br>98.3890<br>67.7745<br>98.3952<br>84.1165           |

# Elitismo: Substituição do melhor pelo pior



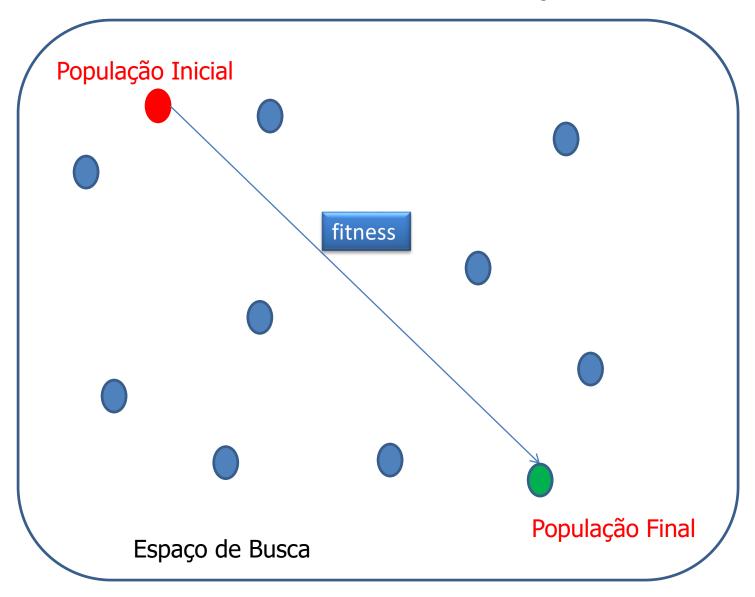
# Elitismo: Substituição do melhor pelo pior

|            | População         |          | Mutação           |         | Elitismo |
|------------|-------------------|----------|-------------------|---------|----------|
|            | Inicial           |          |                   |         |          |
|            |                   |          |                   |         |          |
| Melhor     | 3.9854            |          | 3.3580            |         | 3.9854   |
|            | 5.3661            |          | 3.8017            |         | 5.3661   |
| solução    |                   |          | 5.6767            |         | -1.2693  |
|            | 3.3580            | Elitismo | 5.8629            |         | 3.3580   |
| Indivíduos | 7.7960            |          | 3.3580            |         | 7.7960   |
|            | -6.0765           |          | 3.3580            |         | -6.0765  |
|            | -5.716,<br>5.6804 | ·        | -1.2693<br>5.6767 |         | -5.7164  |
|            | 9.7772            | Diam     | -1.2668           | Mallaga | 5.6804   |
|            | 5.6767            | Pior     | 3.9854            | Melhor  | -1.2668  |
|            | 3.0707            | solução  | 3.3034            | solução | 5.6767   |
|            | 84.1165           |          | 88.7242           |         | 84.1165  |
|            | 71.2053           |          | 85.5471           |         | 71.2053  |
|            | 98.3890           |          | 67.7745           |         | 98.3890  |
|            | 88.7242           |          | 65.6263           |         | 88.7242  |
| f:tooo     | 39.2231           |          | 88.7242           |         | 39.2231  |
| fitness    | 63.0757           |          | 88.7242           |         | 63.0757  |
|            | 67.3225           |          | 98.3890           |         | 67.3225  |
|            | 67.7329           |          | 67.7745           |         | 67.7329  |
|            | 4.4061            |          | 98.3952           |         | 98.3952  |
|            | 67.7745           |          | 84.1165           |         | 67.7745  |

# Elitismo: Substituição do melhor pelo pior

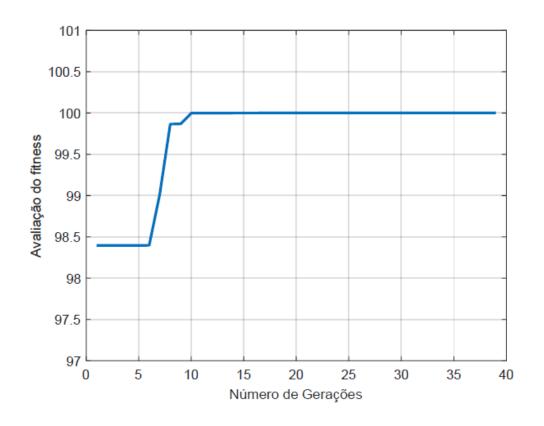
|                                 | População<br>Inicial   | Mutação  | Atualização da População com melhores indivíduos   |                |
|---------------------------------|--|--|--|----------------|
| Melhor<br>solução<br>Indivíduos | 3.9854<br>5.3661<br>-1.2693<br>3.3580<br>7.7960<br>-6.0765<br>-5.716<br>5.6804<br>9.7772<br>5.6767<br>Pior solução | 3.3580<br>3.8017<br>5.6767<br>5.8629<br>3.3580<br>3.3580<br>-1.2693<br>5.6767<br>-1.2668<br>3.9854 Melhor<br>solução | 3.9854<br>5.3661<br>-1.2693<br>3.3580<br>7.7960<br>-6.0765<br>-5.7164<br>5.6804<br>-1.2668<br>5.6767       | Geração<br>t+1 |
| fitness                         | 84.1165<br>71.2053<br>98.3890<br>88.7242<br>39.2231<br>63.0757<br>67.3225<br>67.7329<br>4.4061<br>67.7745          | 88.7242<br>85.5471<br>67.7745<br>65.6263<br>88.7242<br>88.7242<br>98.3890<br>67.7745<br>98.3952<br>84.1165           | 84.1165<br>71.2053<br>98.3890<br>88.7242<br>39.2231<br>63.0757<br>67.3225<br>67.7329<br>98.3952<br>67.7745 |                |

# Busca Direcionada das Soluções



### Processo de Evolução vs #Gerações

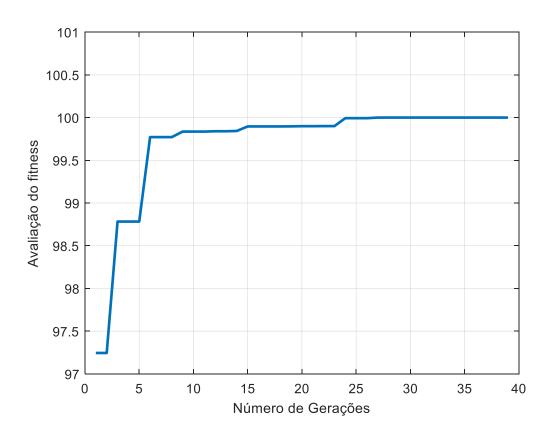
Para 40 Gerações:



**Solução**: x = -9.1556e-04 y = f(x) = 8.3824e-07 fitness=100

### Processo de Evolução vs #Gerações

Para 40 Gerações:



**Solução**: x = 3.0519e-04 y=f(x) = 9.3138-08 fitness=100

### **Conclusões e Observações**

- O processo de evolução de um AG realiza a busca em um espaço de soluções potenciais para o problema (População).
- Os AGs são mais robustos, devido a que existe uma direção ótima no processo de busca da solução.
- Os AGs mantem populações de soluções potenciais intercambiando informações.
- Os AGs não garantem uma solução GLOBAL, entretanto a solução obtida pode se encontrar próxima da global (solução local).

# **Conclusões e Observações**

- A velocidade de convergência do AGs dependerá dos parâmetros de configuração, tais como: Tamanho da população, probabilidade de cruzamento Pc, probabilidade de mutação Pm, e operação de elitismo.
- Para sair de um estagio de estagnação poderia se implementar um operador de mutação com probabilidade Pm aumentando em função ao número de gerações.
- Observa-se que para cada nova execução do AGs a solução obtida tem variações assim como sua curva de convergência.