北海道大学大学院経済学院

修士課程（博士コース，専修コース）入学試験

平成３０年度　専門科目　試験問題

試験期日：平成２９年８月２３日

試験時間：９時００分～１０時３０分

解答上の注意

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはならない.

２．問題は,

マクロ及びミクロ経済学	２～３ ページ
経済思想	４ ページ
経済史	５ ページ
統計学	６～９ ページ
経営学	１０ ページ
会計学	１１ ページ
オペレーションズ・リサーチ	１２ ページ

である.

３．問題冊子の中から出願時に選択した科目について解答しなさい.

４．受験番号，氏名，選択科目・分野名は，監督員の指示にしたがって解答用紙の指定された箇所に記入しなさい.

５．解答用紙に解答する際に，問題番号・記号があれば解答の前に必ず記入しなさい.

６．解答用紙が不足した場合には挙手して監督員に連絡しなさい.

７．試験場退出は試験開始 30 分が経過するまで認めない.

マクロ及びミクロ経済学

問題Ⅰ，問題Ⅱの両方に解答しなさい．

問題Ⅰ．ある国のマクロ経済が

財市場の均衡条件式：$Y = C + I + G$

消費関数：$C = 4 + 0.6(Y - T)$，

投資関数：$I = 12 - 4r$，

（実質）貨幣需要関数：$L(Y, r) = Y - 2r$，

政府の予算式：$G = T$ である時，以下の問いに答えなさい．

ただし，Y：GDP，C：消費，I：投資，G：政府支出，r：利子率，T：租税．

１．IS 曲線の方程式を求めなさい．

２．$G = T = 0$ の時および $G = T = 10$ の時の IS 曲線の方程式をそれぞれ求めなさい．

３．利子率 r を固定した場合の政府支出乗数を求めなさい．

４．利子率 r を固定した場合の投資支出乗数を求めなさい．

５．名目貨幣供給 $M = 4$ と仮定して，LM 曲線を求めなさい．ただし，物価水準 $P = 1$ と仮定する．

６．問５で求めた LM 曲線と，問１で求めた IS 曲線を用いて，均衡 GDP および均衡利子率を求めなさい．ただし，$G = T = 0$ と仮定する．

７．問１で求めた IS 曲線および問５で求めた LM 曲線を用いて，政府支出乗数を求めなさい．ただし，$G = T \neq 0$ と仮定する．

８．問７で求めた政府支出乗数が問３で求めた政府支出乗数より小さくなることは何と呼ばれているか答えなさい．

９．物価水準 P を変数として，総需要関数を求めなさい．ただし，$G = T = 0$ と仮定する（数値が割りきれない場合は分数を使うこと）．

１０．問９で求めた総需要関数および総供給関数 $Y = P / 3$ を用いて，均衡物価水準および均衡 GDP を求めなさい．ただし，$G = T = 0$ と仮定する．

問題Ⅱ．　以下の<u>すべての</u>問題に答えなさい．

１．二つの財を消費する消費者が予算制約の下で効用の最大化を図るとする．各財の消費量と価格をそれぞれ$x_i, p_i, i=1,2$，所得をIとするとき，効用関数と予算制約式がそれぞれ$u(x_1,x_2)=(x_1{}^{\rho}+x_2{}^{\rho})^{1/\rho}$，$p_1x_1+p_2x_2=I$と表わされるものとする．ただし，$\rho(<0)$とする．この時，

（１）　各財の需要関数を導出し，間接効用関数を導出しなさい．

（２）　ロワの恒等式が成立することを示しなさい．

（３）　支出関数を導出し，シェパード補題より補償需要関数を導出しなさい．

２．企業１と２が類似の製品を販売していて状況を想定する．$i=1,2,$として，企業iの製品の価格をそれぞれp_i，需要をそれぞれD_iとして，企業１の製品の需要関数を$D_1=160-4p_1+2p_2$，企業２の製品の需要関数を$D_2=400+p_1-3p_2$，また，企業iの費用をそれぞれc_iとして，企業１の費用関数を$c_1=100+20x_1$，企業２の費用関数を$c_2=200+10x_2$とする．各企業は相手に企業の価格を所与として利潤最大化を図るとする．この時，

（１）　各企業の反応曲線を導出しなさい．

（２）　均衡における各企業の製品価格を導出しなさい．

経済思想

問題Ⅰ，問題Ⅱの両方に解答しなさい．

問題Ⅰ．トーマス・R・マルサスの経済思想について論じなさい．

問題Ⅱ．ソースティン・B・ヴェブレンの経済思想について論じなさい．

経済史

問題Ⅰ～問題Ⅳの中から２問を選んで解答しなさい.

問題Ⅰ．有史以来，人類によるエネルギー利用はいかに変遷してきたか，また各エネルギーが持つ経済史的意義について論述しなさい.

問題Ⅱ．ウェスタン・インパクトを通じて，アジア諸国の貿易構造がいかに変化したかについて論述しなさい.

問題Ⅲ．福祉国家の成立プロセスについて論述しなさい．特定の国の事例を挙げて説明しても，比較史的に論述しても良い.

問題Ⅳ．世界大恐慌の影響と各国がとった政策，その回復について事例を挙げて説明し，この過程が経済史のなかで持つ意義について論述しなさい.

統計学

問題Ⅰ，問題Ⅱのうち<u>いずれか１題</u>, 及び，問題Ⅲ，問題Ⅳのうち<u>いずれか１題</u>の<u>合計２題</u>を選んで解答しなさい．なお，問題文で使われていない記号を用いる場合はその定義を書くこと．

問題Ⅰ．正数$\theta > 0$に対し，区間$[0,\theta]$上の一様分布をもつ母集団から，大きさnの無作為標本$X_1,...,X_n$を抽出する．ここに，密度関数

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta}, & 0 \le x \le \theta \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

をもつ分布を$[0,\theta]$上の一様分布という．以下の１から６の<u>すべてに</u>答えなさい．

１．この母集団分布の母平均と母分散を求めなさい．

２．標本平均$\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$の定数倍から，推定量$S = a\overline{X}$を考える．この$S$が$\theta$の不偏推定量となるように定数$a$を定めなさい．また，分散$\mathrm{var}[S]$を求めなさい．

３．最大値$\max(X_1,...,X_n)$の分布関数$\Pr[\max(X_1,\ldots,X_n) \le x]$を求めなさい．

４．最大値$\max(X_1,...,X_n)$の定数倍から，推定量$T = b\max(X_1,...,X_n)$を考える．このTがθの不偏推定量となるように定数bを定めなさい．また，分散$\mathrm{var}[T]$を求めなさい．

５．２つの推定量S,Tのどちらが有効であるかを答えなさい．

６．θの最尤推定量を求めなさい．

問題Ⅱ．３つの確率変数X，Y，Zは，条件１～３を満たしている．

［条件１］a>2, b>0 を定数とする．確率変数Zはその逆数$Z^* = \dfrac{1}{Z}$が次の密度関数をもつガンマ分布に従う．

$$p(z^*) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} (z^*)^{a-1} \exp(-bz^*),\ z^* > 0$$

ここに，s>0 に対し$\Gamma(s) = \int_0^\infty x^{s-1}\,\mathrm{e}^{-x}\,dx$をガンマ関数という．

［条件２］μ を実数，k を正数とする．確率変数 Z の値が $Z=z$ と与えられたとき，確率変数 X の条件付き分布は次の密度関数をもつ正規分布に従う．

$$p(x\,|\,z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi(z/k)}}\exp\left[-\frac{k(x-\mu)^2}{2z}\right],\ -\infty<x<\infty$$

［条件３］確率変数 X と Z の値がそれぞれ $X=x$ 及び $Z=z$ と与えられたとき，確率変数 Y の条件付き分布は次の密度関数をもつ正規分布に従う．

$$p(y\,|\,x,z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\,z}}\exp\left[-\frac{(y-x)^2}{2z}\right],\ -\infty<y<\infty$$

以下の１から３のすべてに答えなさい．

１．確率変数 Z^* の平均 $\mathrm{E}(Z^*)$ と分散 $\mathrm{var}(Z^*)$ を求めなさい．

２．確率変数 Z の密度関数 $p(z)$ を求めなさい．また，Z の平均 $\mathrm{E}(Z)$ と分散 $\mathrm{var}(Z)$ を求めなさい．

３．確率変数 Y と Z の値がそれぞれ $Y=y$ 及び $Z=z$ と与えられたとき，確率変数 X の条件付き分布の密度関数 $p(x\,|\,y,z)$ を求めなさい．また，確率変数 Y の値が $Y=y$ と与えられたとき，確率変数 Z の条件付き分布の密度関数 $p(z\,|\,y)$ を求めなさい．

問題Ⅲ．以下の１から３のすべてに答えなさい．

１．与えられたデータ $(x_1,y_1),\dots,(x_n,y_n)$ から $J(\alpha,\beta)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\alpha-\beta x_i)^2$ を考える．

（１）目的関数 $J(\alpha,\beta)$ を最小にするような定数 α,β（これを $\hat{\alpha},\hat{\beta}$ と書く）を求めなさい．ただし，$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2>0$ とする．

（２）$\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{\alpha}-\hat{\beta}x_i)$ と $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{\alpha}-\hat{\beta}x_i)x_i$ を求めなさい．

２．２つの確率変数 Y,Z の平均，分散，及び，共分散は，以下で与えられる．

$$\mathrm{E}[Y]=\mu_Y,\mathrm{E}[Z]=\mu_Z,\mathrm{var}[Y]=\sigma_Y^2>0,\mathrm{var}[Z]=\sigma_Z^2>0,\mathrm{cov}[Y,Z]=\sigma_{YZ}$$

（１）定数 a,b を選んで，確率変数 Y を確率変数 Z の１次式 $a+bZ$ により予測したい．予測２乗誤差 $\mathrm{E}[(Y-a-bZ)^2]$ の最小値，及び，その最小値を達成する定数 a,b（これを $\tilde{a},\tilde{b}$ と書く）を求めなさい．

（２）平均 $\mathrm{E}[Y-\tilde{a}-\tilde{b}Z]$ と共分散 $\mathrm{cov}[Y-\tilde{a}-\tilde{b}Z, Z]$ を求めなさい．

３．２つの確率変数 X_1, X_2 は，次の同時密度関数をもつ．

$$f(x_1, x_2)=\frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}}\exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\{(x_1-\mu_1)^2-2\rho(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2)+(x_2-\mu_2)^2\}\right]$$

$$-\infty<x_1<\infty,\ -\infty<x_2<\infty$$

ただし，μ_1, μ_2, ρ は実数で，$-1<\rho<1$ を満たす．

（１）確率変数 X_2 の周辺密度関数を求めて，この分布が何か答えなさい．

（２）確率変数 X_2 の値が $X_2=x_2$ と与えられたとき，確率変数 X_1 の条件付き分布の密度関数を求めて，この分布が何か答えなさい．

問題Ⅳ．次の潜在変数モデルを考える．

$$y^*=\beta_0+\beta_1 x_1+\cdots+\beta_k x_k+u=\mathbf{x}'\boldsymbol{\beta}+u \qquad \text{（A）}$$

ここで，u は標準正規分布 N(0,1)に従う確率変数である．

以下の１から４のすべてに答えなさい．

１．y は観測可能な二値データで，潜在変数 y^* は次の関係が成り立つとする．

$$y=\begin{cases}1 & y^*>0\text{のとき}\\ 0 & y^*\le 0\text{のとき}\end{cases} \qquad \text{（B）}$$

標準正規分布 N(0,1)の分布関数を $\Phi(\cdot)$ とするとき，$y=1$ になる確率が

$$\Pr(y=1\,|\,\mathbf{x})=\Phi(\mathbf{x}'\boldsymbol{\beta})=\Phi(\beta_0+\beta_1 x_1+\cdots+\beta_k x_k)$$

となることを示しなさい．

２．$\boldsymbol{\beta}$ の任意の推定値を $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ とし，確率 $\Pr(y=1\,|\,\mathbf{x})$ の推定値を $\hat{\Pr}(y=1\,|\,\mathbf{x})=\Phi(\mathbf{x}'\hat{\boldsymbol{\beta}})$ とする．j 番目の説明変数 x_j が連続型変数であるとき，x_j の部分効果 (partial effect) $\dfrac{\partial\hat{\Pr}(y=1\,|\,\mathbf{x})}{\partial x_j}$ を求めなさい．

３．k 番目の説明変数 x_k が離散型変数であるとき，x_k が c_k から c_k+1 に変化したときの x_k の部分効果を求めなさい．

４．モデル（A），（B）からの大きさ n の無作為標本を $\{y_i, x_{i1}, \ldots, x_{ik} : i=1,\ldots,n\}$ とすると，

$$y_i^*=\beta_0+\beta_1 x_{i1}+\cdots+\beta_k x_{ik}+u_i=\mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta}+u_i, \qquad y_i=\begin{cases}1 & y_i^*>0\text{のとき}\\ 0 & y_i^*\le 0\text{のとき}\end{cases}$$

となる．

（１）PEA (partial effect at the average) とは部分効果を各説明変数の平均 $\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_k$ で評価した値である．j 番目の説明変数 x_j が連続型変数であるとき， x_j の PEA を求めなさい.

（２） PEA の問題点を述べなさい.

（３）APE (average partial effect) とは各 i について部分効果を求め，その部分効果の平均を計算した値である． k 番目の説明変数 x_k が離散型変数であるとき，x_k が c_k から c_k+1 に変化したときの x_k の APE を求めなさい.

経営学

問題Ⅰ，問題Ⅱの両方に解答しなさい．

問題Ⅰ．パワーの５つの源泉について述べなさい．

問題Ⅱ．「プロフィットセンターは売上総利益で評価されるべき」との主張に対して賛否を述べ，論じなさい．

会計学

問題Ⅰ，問題Ⅱの両方に解答しなさい.

問題Ⅰ．棚卸資産の払出単価の計算方法として先入先出法を採用している場合と移動平均法を採用している場合において，仕入単価が継続的に上昇するときに期末の貸借対照表評価額と損益計算に表れる効果について二つの方法を比較して説明しなさい.

問題Ⅱ．個別原価計算（job-order costing）と総合原価計算（process costing）の特徴を説明しなさい.

オペレーションズ･リサーチ

問題Ⅰ，問題Ⅱの両方に解答しなさい．

問題Ⅰ．以下のすべての問いに答えなさい．

１．つぎの(i)-(iii)をみたす線形計画問題を一つ作成しなさい．

(i) 次の線形計画問題(P)と同値である．

(ii) 変数は全て非負条件をみたす．

(iii) 制約は全て等式制約である．

$$
\begin{array}{ll}
\text{問題(P)} & \max\ 27x_1 + 21x_2 - 40x_3 \\
& \text{subject to}: \\
& \quad 3x_1 + x_2 - x_3 = 8 \\
& \quad x_1 + x_2 - 2x_3 \le 4 \\
& \quad x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{array}
$$

２．問１で作成した問題の実行可能基底解を一つ求めなさい．

３．問１で作成した問題を単体法で解きなさい．

問題Ⅱ．以下のすべての問いに答えなさい．

１．株価が $S = 40$, $u = 1.5$, $d = 0.5$, $p = 0.5$ の二項モデルに従うとき，以下の問いに答えなさい．ただし，$r = 0.25$, $K = 30$ とする．

（１）$T=1$ のコールオプションのプレミアムを複製ポートフォリオから求めなさい．

（２）$T=2$ のコールオプションのプレミアムをリスク中立化法から求めなさい．

２．ブラック・ショールズの公式

$$C_0 = S\Phi(a_1) - Ke^{-rT}\Phi(a_2)$$

について，以下の問いに答えなさい．

（１）CRR の公式とブラック・ショールズの公式の関係を説明しなさい．

（２）プットコールパリティから，プットオプションの公式を求めなさい．