

問題 3

I. 情報理論に関する以下の問に答えよ.

Cを状態 $s \in \{S_0, S_1\}$ をもつ2状態マルコフ情報源とする. 各試行ごとにCの状態は、試行前の状態が S_0 の時のときには10%の確率で状態 S_1 に、試行前の状態が S_1 の時には60%の確率で状態 S_0 に遷移するとする. Cの試行を複数回繰り返す. 必要に応じて $\log_2 3 = 1.585$, $\log_2 5 = 2.322$, $\log_2 7 = 2.807$ を用いよ.

- (1) Cの状態遷移図を示せ.
- (2) 試行を十分な回数繰り返した後の定常状態において, Cの状態が S_1 である確率 q_1 を求めよ.
- (3) Cの情報源としてのエントロピーを求めよ.
- (4) 複数回の試行ごとのCの状態の組み合わせを, $0, 1$ からなる2元符号で符号化したい. 2試行毎の状態の組み合わせに対して符号語を割り当てるとき, 最も効率の良い符号を設計せよ. その時の1試行あたりの平均符号長を求めよ.

II. 信号処理に関する以下の問いに答えよ.

図1に示す有限インパルス応答 (FIR: finite impulse response) システムを考える. ただし, $n = 0, 1, \dots$ として, $x(n)$ と $y(n)$ はそれぞれ入力信号系列と出力信号系列であり, 時刻 nT ($T > 0$) における信号値を表す. 回路は, 加算器, 係数乗算器, および, 時間 T の遅延器から構成され, それぞれの働きは図2に示す通りである. 図1中の a_m ($m = 0, 1, 2$) は各係数乗算器の係数を表し, 実数とする. また, 問中の ω は角周波数, j は虚数単位を表す.

(1) $a_0 = 1/4$, $a_1 = 1/2$, $a_2 = 1/4$ の場合を考える.

(1-i) このシステムのインパルス応答 $h_1(n)$ と, その z 変換 $H_1(z)$ を求めよ.

(1-ii) このシステムの周波数応答を $A(\omega)e^{j\theta(\omega)}$ と書く. ただし, $A(\omega)$ と $\theta(\omega)$ は, ω の実関数である. このシステムは直線位相特性を持つ, すなわち, $\theta(\omega)$ が $\theta(\omega) = D\omega + \theta_0$ の形で表されることを示し, D と θ_0 を求めよ. また, $A(\omega)$ を求め, ω に対してプロットせよ.

(1-iii) このシステムが入力信号に対して行うフィルタリング機能を 2 行程度で説明せよ.

(2) 図1の FIR システムが直線位相特性を持つための a_m ($m = 0, 1, 2$) の条件を求めよ. ただし, a_m のうち少なくとも2つは非零であるとする.

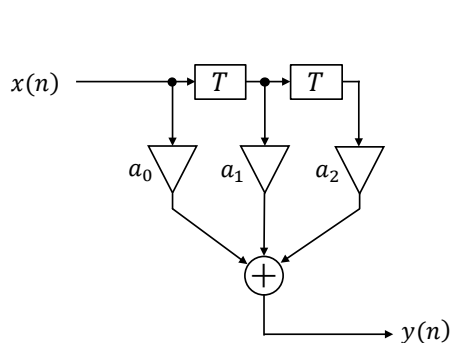


図1

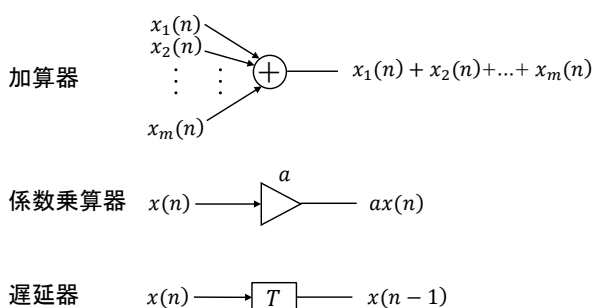


図2