Sample

## 問題１

I. 図 1 および図 2 のように，誘電率$\varepsilon_0$の真空中に半径$a$と$3a$の極めて薄い導体球殻 A と B が同心状に置かれ，その間には半径$2a$の同心球面を境に誘電率$3\varepsilon$と$\varepsilon$の誘電体が満たされている．ここで，球殻 A の電荷を$q_A$とする．ただし，問(3)–(5)では解答に$q_A$を用いてはならない．また，無限遠の電位を 0 とする．

まず，図 1 のように球殻 B を接地し，球殻 A に電圧$V_0$ $(>0)$を印加した．以下の問に答えよ．

(1) 球殻の中心から距離$r$における電界の大きさを，$q_A$を用いて表せ．

(2) $q_A$と$V_0$の関係を求めよ．

(3) 球殻の中心から距離$r$における電位を求め，$r$に対する電位のグラフを描け．

次に，図 2 のように球殻 A を接地し，球殻 B に電圧$V_0$ $(>0)$を印加した．以下の問に答えよ．

(4) 球殻 B の電荷を求めよ．

(5) この系に蓄えられた静電エネルギーを求めよ．

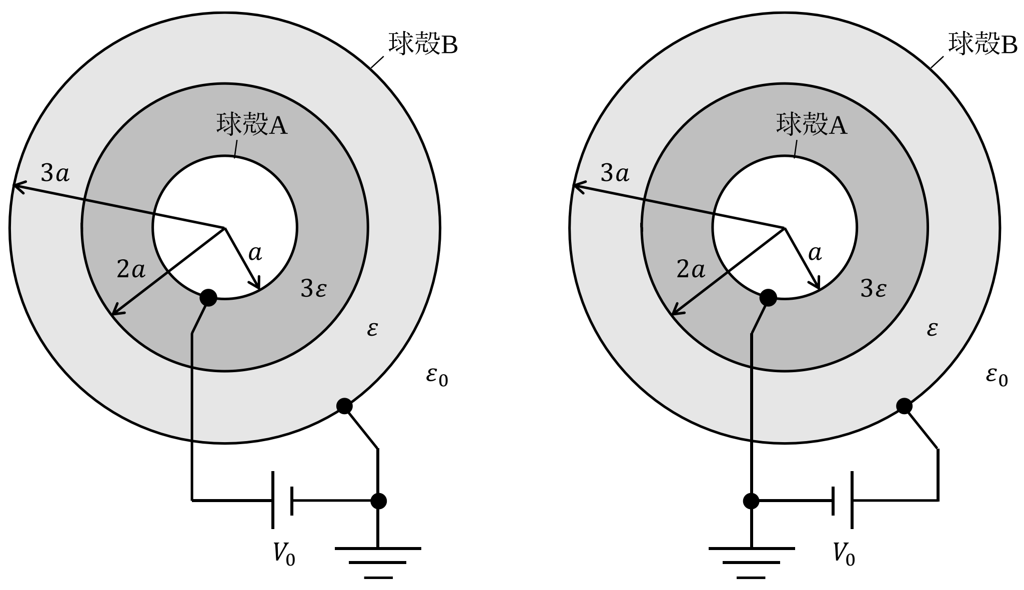


図 1　　　　図 2

Sample

II. 図 3 のように，真空中（誘電率$\varepsilon_0$，透磁率$\mu_0$）に完全導体からなる半径$a$および$b$（$a < b$）の無限に長い二つの導体円筒 M，N が同軸に配置されている．円筒の軸を$z$軸とする．円筒 M，N の厚みは無視できる．二つの導体円筒の$z$軸方向単位長さ当りの静電容量，自己インダクタンスを，それぞれ$C$および$L$とする．以下の問に答えよ．

必要であれば，円筒座標系$(r, \theta, z)$における以下のベクトル解析の公式を用いて良い．

$$\mathrm{grad}\ f = \frac{\partial f}{\partial r}\boldsymbol{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\boldsymbol{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\boldsymbol{e}_z\ ,\ \mathrm{div}\ \boldsymbol{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}\ ,$$

$$\mathrm{rot}\ \boldsymbol{A} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right]\boldsymbol{e}_r + \left[\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right]\boldsymbol{e}_\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right]\boldsymbol{e}_z$$

(1) M および N を$z$軸方向単位長さ当りそれぞれ$\lambda$，$-\lambda$の電荷で一様に帯電させた．そのときに形成される電界$\boldsymbol{E}$を円筒座標系で表せ．また，静電容量$C$を求めよ．

(2) M および N に$z$軸方向にそれぞれに一様な直流電流 $+I$および$-I$を流した．そのときに形成される磁束密度$\boldsymbol{B}$を円筒座標系で表せ．また，自己インダクタンス$L$を求めよ．

次に電流が時間変化する場合を考える．時刻$t$，位置$z$における M と N の電位差を$V(z,t)$，M および N に$z$軸方向に流れる電流をそれぞれ $+I(z,t)$および$-I(z,t)$とする．

(3) $V(z,t)$の$z$軸方向の変化と$I(z,t)$の時間変化の関係を表す微分方程式を求めよ．$C$，$L$を用いてよい．

(4) $I(z,t)$の$z$軸方向の変化と$V(z,t)$の時間変化の関係を表す微分方程式を求めよ．$C$，$L$を用いてよい．

(5) 問(3) (4)の結果から，$V(z,t)$および$I(z,t)$が$z$軸方向に真空中の光速$c$で伝搬することを示せ．

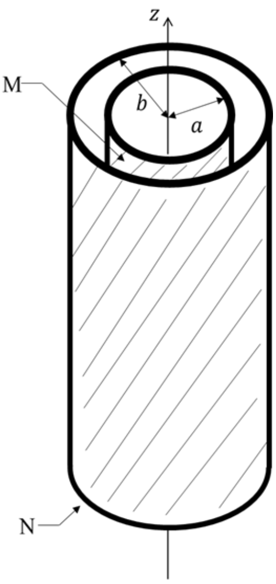


図 3