

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システムコース 修士課程入学選抜試験問題
(2024年度10月期入学・2025年度4月期入学)

Admissions for October 2024 and for April 2025

Entrance Examination for Master's Program

Communications and Computer Engineering Course

Graduate School of Informatics, Kyoto University

2024年8月6日 9:00 – 12:00

August 06, 2024 9:00 - 12:00

専門基礎A

Problem Set A

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「**専門基礎A**」の問題用紙で、表紙共に9枚ある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は4問(A-1, A-2, A-3, A-4)ある。**4問全てに解答すること。**答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the “**Problem Set A**” in 9 pages including this front cover.
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. There are 4 questions: A-1, A-2, A-3, and A-4. **Answer all the questions.** State the Question Numbers on your Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. In case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎 A

A-1, **A-2**, **A-3**, **A-4** の4問全てに解答せよ。

Problem Set A

Answer all questions of **A-1**, **A-2**, **A-3**, and **A-4**.

A-1

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) 以下の問に答えよ。

Answer the following questions.

(a) 次の積分 I を求めよ。

Evaluate the following integral I .

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

(b) 問 (a) の結果を利用して、次の積分 J を求めよ。

Using the result of Question (a), evaluate the following integral J .

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx, \quad x \in \mathbb{R}$$

(c) ガンマ関数は次の式で定義される。

Gamma function is defined as follows.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt, \quad x, t \in \mathbb{R}$$

問 (b) の結果を利用して $\Gamma(\frac{1}{2})$ の値を求めよ。

Find $\Gamma(\frac{1}{2})$ using the result of Question (b).

(2) 以下の問に答えよ。ただし、行列 A は次式で与えられる。

Answer the following questions. Matrix A is given as follows:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(a) 行列 A のすべての固有値とそれに対応する固有ベクトルを求めよ。

Find all the eigenvalues and their corresponding eigenvectors of matrix A .

(b) n を正整数とする。 A^n を求めよ。

Let n be a positive integer. Find A^n .

下記のすべての問に答えよ。演算子 $\overline{}$ は論理否定、 \cdot は論理積、 $+$ は論理和、 \oplus は排他的論理和を表す。

Answer all the following questions. Note that operators $\overline{}$, \cdot , $+$, and \oplus denote logical negation, logical and, logical or, and exclusive or, respectively.

(1) 以下に示す論理関数 f について、以下の問に答えよ。

Answer the following questions on the logic function f defined below.

$$f = ((\bar{a} + \bar{c} + \bar{d}) \cdot (a + b + c + d)) \oplus (\bar{b} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} + \bar{a} \cdot c \cdot d + b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot \bar{c} \cdot d)$$

(a) 論理関数 f の最小積和形表現をすべて求めよ。

Give all minimum sum-of-products expressions of f .

(b) 3 入力 NAND ゲートのみを用いて、論理関数 f を出力とするゲート数最小の論理回路を示せ。なお、入力として、 a 、 b 、 c 、 d およびそれらの否定 \bar{a} 、 \bar{b} 、 \bar{c} 、 \bar{d} が与えられるものとする。

Derive a logic circuit that realizes f with the minimum number of 3-input NAND gates only. Assume a , b , c , d and their complements \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , \bar{d} are available as inputs.

(c) 論理関数 f の最小和積形表現をすべて求めよ。

Give all minimum product-of-sums expressions of f .

(d) 論理関数 $g = \bar{c} \cdot \bar{d} + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot c + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{d}$ 、 $r = \bar{a} \cdot \bar{d}$ を考える。 $f = (g \oplus h) + r$ を満足するすべての論理関数 h の中から、積項数が最小でリテラル数が最も少ない積和形論理式を持つ論理関数の最小積和形表現を 1 つ求めよ。 $f = (g \oplus h) + r$ を満足する論理関数 h が存在しない場合には、存在しないと答えよ。

Assume logic functions $g = \bar{c} \cdot \bar{d} + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot c + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{d}$ and $r = \bar{a} \cdot \bar{d}$. Among all the logic functions of h that satisfy $f = (g \oplus h) + r$, derive a minimum sum-of-products expression of a logic function that has the minimum number of product terms with the minimum number of literals in its sum-of-products form. If there is no logic function h that satisfies $f = (g \oplus h) + r$, state that h does not exist.

(2) 1 ビットの信号 x を入力とし、1 ビットの信号 z を出力とする Moore 型同期式順序回路を D フリップフロップを用いて設計する。この回路は、1 が連続して 2 回以上入力、あるいは 0 が連続して 2 回以上入力されると、次のクロックサイクルに出力が反転する。初期状態は、動作開始前に 0 が入力され、出力が 0 の状態とする。この回路の動作例を表 1 に示す。D フリップフロップの初期値は 0 とする。以下の問に答えよ。

We design a Moore-type synchronous sequential circuit that has a 1-bit input x and a 1-bit output z using D flip-flop(s). Every time two or more 0s are given consecutively or two or more 1s are given consecutively, the output z is inverted in the next clock cycle. The initial state is the state where 0 has been previously inputted to x and the output z is 0. Table 1 shows an

operation example of this sequential circuit. The initial value of D flip-flop is 0. Answer the following questions.

表 1 (Table 1)

クロックサイクル (clock cycle)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
入力 (input) x	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
出力 (output) z	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0

- (a) この順序回路の状態遷移図を示せ。

Derive a state transition diagram of this sequential circuit.

- (b) 問 (a) の状態遷移図について、状態数を最小化した状態割当後の状態遷移表と出力表を求めよ。状態数が最小であることをどのようにして確認したかを説明せよ。また、状態割当には最小数の D フリップフロップを使用し、状態割当結果を明記せよ。

Regarding the state transition diagram derived in Question (a), minimize the number of states and show the state transition table and the output table after state assignment. Explain how you verified that the number of states is minimal. Use the minimum number of D flip-flop(s) for state assignment and show the state assignment result.

- (c) 問 (b) で求めた状態遷移表、出力表に対応する順序回路を実現する。フリップフロップの入力を与える論理関数と、出力 z の論理関数について、それぞれ最小積和形表現を求めよ。D フリップフロップの入力と出力を表す論理変数をそれぞれ d, q とし、複数のフリップフロップを用いる場合は添え字で区別せよ。

We implement a sequential circuit corresponding to the state transition table and the output table derived in Question (b). Derive the excitation function(s) of the D flip-flop(s) and the output function of z in a minimal sum-of-products form. The logic variables of the input and the output of a D flip-flop are d and q , respectively. If multiple flip-flops are used, distinguish them by subscripts.

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 晴と雨の2値で天気を予測する天気予報を考える。実際の天気を確率変数 X 、予報された天気を確率変数 Y で表す。 X と Y の結合確率分布 P_{XY} が表1のように与えられるとする。以下の問に答えよ。ただし、対数の計算には表2を用いよ。

Consider a weather forecast which predicts the weather with two values: sunny and rainy. Let X and Y denote random variables which represent the actual weather and the forecasted weather, respectively. The joint probability distribution of X and Y , P_{XY} , is given as shown in Table 1. Answer the following questions. Use Table 2 to calculate the logarithm.

表 1: X と Y の結合確率分布 (Table 1: Joint probability distribution of X and Y)

		予報された天気 Y (Forecasted weather Y)	
		晴 (Sunny)	雨 (Rainy)
実際の天気 X (Actual weather X)	晴 (Sunny)	0.45	0.20
	雨 (Rainy)	0.15	0.20

表 2: 対数表 (Table 2: Logarithm table)

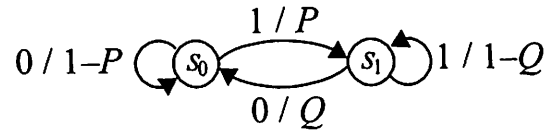
$\log_2 3$	1.58
$\log_2 5$	2.32
$\log_2 7$	2.81
$\log_2 11$	3.46
$\log_2 13$	3.70
$\log_2 17$	4.09
$\log_2 19$	4.25

- (a) X のエントロピー $H(X)$ 、および、 Y のエントロピー $H(Y)$ を求めよ。
Find the entropy of X , $H(X)$, and the entropy of Y , $H(Y)$.
- (b) 条件付エントロピー $H(X|Y)$ を求めよ。
Find the conditional entropy $H(X|Y)$.
- (c) 結合エントロピー $H(X, Y)$ を求めよ。
Find the joint entropy $H(X, Y)$.
- (d) X と Y の相互情報量 $I(X; Y)$ を求めよ。
Find the mutual information of X and Y , $I(X; Y)$.
- (e) 上記の天気予報は、常に晴と予測する場合と比較して有用か、予報の適中率と相互情報量を用いて説明せよ。
Explain whether the above weather forecast is useful compared to the case of always predicting sunny, by using the forecast accuracy and the mutual information.

- (2) 加法的 2 元通信路に関する以下の問に答えよ。エントロピー関数 $\mathcal{H}(x)$ を用いてもよい。
Answer the following questions on additive binary communication channels. The entropy function $\mathcal{H}(x)$ may be used.

- (a) 下図に示す確率 P, Q および状態 s_0, s_1 を用いた状態遷移図で表されるマルコフ情報源の遷移確率行列を求めよ。この状態遷移図は、例えば、状態 s_0 から状態 s_1 に遷移する確率が P であり、その時 1 を出力することを示す。

Find the transition probability matrix of the Markov information source represented by the state transition diagram using probabilities P, Q and states s_0, s_1 below. This state transition diagram shows, for example, that the probability of transition from state s_0 to state s_1 is P and that 1 is output at that time.



- (b) 問 (a) のマルコフ情報源の定常分布を求めよ。

Find the stationary distribution of the Markov information sources in Question (a).

- (c) 問 (a) のマルコフ情報源を誤り源 S_E とする加法的 2 元通信路のビット誤り率を求めよ。

Find the bit error rate of the additive binary communication channel whose error source S_E is the Markov information source in Question (a).

- (d) 問 (c) の加法的 2 元通信路の通信路容量を求めよ。

Find the communication channel capacity of the additive binary communication channel in Question (c).

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) コンピュータにおける数の表現に関する以下の問に答えよ。

Answer the following questions on the number representation on a computer.

(a) 2の補数表現を用いた5ビットの符号付き2進数の最大値と最小値をそれぞれ10進数で答えよ。

Give the decimal representations of the maximum number and the minimum number that can be represented by the 5-bit two's complement binary number system.

(b) 次の5ビットの2の補数表現の2進数体系での加算の結果を示せ。結果が体系の範囲を超える場合には、「オーバーフロー」とのみ解答せよ。

Show the results of the following additions in the 5-bit two's complement binary number system. If the result overflows the range of the system, just write "Overflow".

(i) 01001+01101

(ii) 11110+11001

(c) 16進数で表現した4バイトの数ABCD1234をリトルエンディアンのバイトオーダでメモリに格納する場合、どのような順序で格納されるか述べよ。

When the 4 Byte data ABCD1234 represented by hexadecimal numbers are stored in the memory system based on the byte order of the little-endian method, show the order of each byte data in the memory.

(2) 分岐予測機構を持つプロセッサで図1に示すC言語プログラムの一部（コードセグメント）を実行する場合を考える。本問では分岐が成立する（taken）場合に、for文やif文の本体（“{”で括られたコード）が実行されるとする。配列A及びBは十分な大きさと宣言されており、各要素はランダムな整数で初期化されている。また、コードの実行中は、例外や割り込みは発生せず、ループの最適化は行われない。

Consider the case of executing a part of a C language program (Code segment) shown in Fig. 1, on a processor with a branch prediction mechanism. In this question, when a branch is taken, the body of “for” statement or “if” statement (code enclosed in “{”) is executed. Arrays A and B are declared with sufficient size, and each element is initialized with random integers. Also, during code execution, no exceptions or interrupts occur, and loop optimization is not performed.

(a) 図1のコードセグメントを「分岐が成立するかどうかは、前回その分岐が実行されたときの結果と同じであると予測する（その分岐を初めて実行する際には不成立と予測する）」動的分岐予測器を採用するプロセッサで実行した。L1、L2、L3、L4の分岐履歴はそれぞれ個別に管理されるものとする。Nは十分大きく、無限大と考えても差し支えないと仮定して、L3、L4の分岐予測精度をそれぞれ求めよ。

Consider executing the Code segment shown in Fig. 1 on a processor that adopts a dynamic branch predictor that predicts “whether a branch will be taken is the same as the result when

```

int i;
for(i=0; i<N; i++){          /* L1          */
    /* Taken path for L1 */
    if(i%7 == 0){             /* L2          */
        A[i] = B[i]+1;        /* Taken path for L2 */
    }
    if(i%7 == 1){             /* L3          */
        A[i] = B[i]-1;        /* Taken path for L3 */
    }
    if(i%7 > 4){              /* L4          */
        B[i] = B[i]*B[i];     /* Taken path for L4 */
    }
}

```

図 1 コードセグメント

Fig. 1 Code segment.

the branch was last executed (it predicts not taken when the branch is executed for the first time)". The branch histories of L1, L2, L3, and L4 are managed individually. Assuming that N is sufficiently large and can be considered infinite, calculate the branch prediction accuracy of L3 and L4, respectively.

- (b) 2bit 分岐予測器を採用するプロセッサで図 1 の Code segment を実行した。2bit 分岐予測器とは分岐結果に基づいて図 2 に示す状態遷移図に従うカウンタを利用し、分岐履歴を記憶するとともに、状態が "00"、"01" の場合には「分岐が成立しない (not taken)」、"10"、"11" の場合には「分岐が成立する (taken)」と予測する。L1、L2、L3、L4 の分岐履歴を管理するカウンタが個別に用意され、分岐履歴を個別に管理する。また、2bit 分岐予測器の初期状態は全て "00" であるとする。N は十分大きく、無限大と考えても差し支えないと仮定して、L3、L4 の分岐予測精度をそれぞれ求めよ。

Consider executing the Code segment shown in Fig. 1 on a processor that adopts a 2-bit branch predictor. The 2-bit branch predictor uses a counter that follows the state transition diagram shown in Fig. 2 based on the branch result, remembers the branch history, and predicts "not taken" for states "00" and "01", and "taken" for states "10" and "11". Counters for managing the branch histories of L1, L2, L3, and L4 are prepared individually and the branch histories are managed individually. Also, the initial state of the 2-bit branch predictor is all "00". Assuming that N is sufficiently large and can be considered infinite, calculate the branch prediction accuracy of L3 and L4, respectively.

- (c) 問 (b) の場合において L2、L3、L4 の分岐履歴は区別せずに 1 つのカウンタで管理する (例えば $i=M$ の時における L3 の分岐を予測する際には、 $i=M$ の時の L2 及び $i=M-1$ の時の L4 の分岐履歴を利用する) 場合に、L2、L3、L4 のそれぞれの分岐予測精度を求めよ。なお、2bit 分岐予測器の初期状態は "00" であるとする。

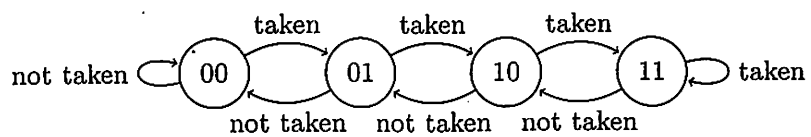


图 2 状态遷移图

Fig. 2 State transition diagram.

In the case of previous question (b), if the branch histories of L2, L3, and L4 are managed with one counter without distinction (for example, when predicting the branch of L3 at $i=M$, the branch history of L2 at $i=M$ and L4 at $i=M-1$ is used), calculate the branch prediction accuracy of L2, L3, and L4, respectively. Note that the initial state of the 2-bit branch predictor is "00".

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システムコース 修士課程入学者選抜試験問題
(2024 年度 10 月期入学・2025 年度 4 月期入学)

Admissions for October 2024 and for April 2025

Entrance Examination for Master's Program

Communications and Computer Engineering Course

Graduate School of Informatics, Kyoto University

2024年8月6日 13:00－16:00

August 06, 2024 13:00 - 16:00

専門基礎B

Problem Set B

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
 2. これは「専門基礎B」の問題用紙で、表紙共に 14 枚ある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
 3. 問題は6問(B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6)ある。3問を選択して解答すること。答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
 4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
 5. 答案用紙は3枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
 6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
 7. 解答は日本語または英語で行うこと。
-
1. Do not open the pages before a call for starting.
 2. This is the “**Problem Set B**” in 14 pages including this front cover.
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
 3. **Answer 3 of the following 6 questions:** B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, and B-6. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
 4. Use one sheet for each question. In case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page.
 5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
 6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
 7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎B

[B-1], [B-2], [B-3], [B-4], [B-5], [B-6] の6問から3問を選択して解答せよ。

Problem Set B

Choose and answer 3 questions out of [B-1], [B-2], [B-3], [B-4], [B-5], and [B-6].

B-1

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) フーリエ変換に関する以下の問に答えよ。ただし、関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ は次式で定義される。

Answer the following questions related to Fourier transform. Note that the Fourier transform of a function $f(t)$, $F(\omega)$ is defined as follows.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (i = \sqrt{-1})$$

- (a) 次の関数 $f(t)$ のフーリエ変換を求めよ。

Find the Fourier transform of $f(t)$ defined as follows.

$$f(t) = \begin{cases} 1 & (|t| \leq 1) \\ 0 & (|t| > 1) \end{cases}$$

- (b) 次の積分を、問 (a) の結果とパーセバルの等式を用いて求めよ。

Evaluate the following integral taking into account the result of Question (a) and Parseval's identity.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx$$

パーセバルの等式は次式の通りである。

Note that Parseval's identity is written as follows.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega$$

- (2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

Find the general solution of the following differential equation.

$$2xy \frac{dy}{dx} + x^2 - y^2 = 0$$

- (3) 留数定理を用いて、次の積分 I を求めよ。

Evaluate the following integral I by using the residue theorem.

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{1 + x^4} dx$$

下記の問 (1)、(2)、(3) に答えよ。

ただし、問 (3) は問 (3-1) または問 (3-2) のいずれか一方のみを選択して解答せよ。

Answer the following questions (1), (2), and (3).

Regarding Question (3), choose and answer only one question either Question (3-1) or (3-2).

- (1) 点電荷 $-Q$ と $3Q$ が距離 r 離して xy 平面上に置かれている。このとき、電位が 0 となる xy 平面上の等電位線を、点電荷の位置と r との関係が分かるように式と図を用いて示せ。ただし、点電荷は真空中に置かれているものとする。

Two point charges $-Q$ and $3Q$ are placed with a distance r on an xy plane. Draw an equipotential line where the electric potential becomes 0 on the xy plane, and explain the relationship with positions of point charges and the distance r with equations. All point charges in the questions are placed in vacuum.

- (2) 図 1 に示す理想的な演算増幅器を用いた回路について、以下の問に答えよ。

For the circuit with an ideal operational amplifier shown in Figure 1, answer the following questions.

- (a) 電圧 V_+ に関する等価回路は図 2 の通りである。 V_+ を V_1 と V_2 で表現せよ。

An equivalent circuit for the voltage V_+ is as shown in Figure 2. Describe V_+ by means of V_1 and V_2 .

- (b) V_2/V_1 を求めよ。

Find V_2/V_1 .

- (c) $|V_2/V_1|$ の周波数特性について説明せよ。

Explain the frequency response of $|V_2/V_1|$.

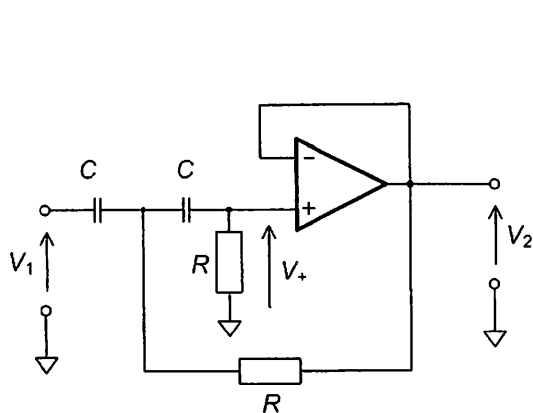


図 1
Figure 1

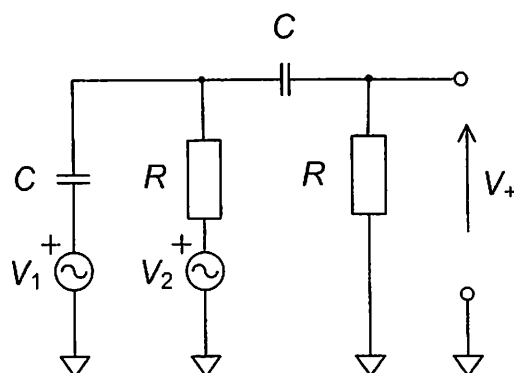


図 2
Figure 2

(3) 問(3-1)または問(3-2)のいずれか一方のみを選択して解答せよ。

両方解答した場合は両方とも無効とする。

Choose and answer only one question either Question (3-1) or (3-2).

When both questions are answered, both answers are invalidated.

(3-1) アレーアンテナに関する以下の問に答えよ。ただし、電波の波長を λ とする。

Answer the following questions related to an array antenna. Here the wavelength of the radiowave is λ .

- (a) 図3に示す素子間隔が d の2素子アレーの各素子アンテナを等振幅、同位相で励振するときのアレーファクタ $f(\theta)$ を求めよ。

Find the array factor $f(\theta)$ when each element antenna of the two-element array shown in Figure 3 with an element spacing of d is excited with equal amplitude and same phase.

- (b) 素子間隔が半波長で一定の N 素子リニアアレーの各素子アンテナを等振幅、同位相で励振するときのアレーファクタ $g(\theta)$ を求めよ。ただし、 θ はアレーの直交方向からの角度とする。

Find the array factor $g(\theta)$ when each element antenna of N -element linear array with a constant element spacing of the half wavelength is excited with equal amplitude and same phase. Here θ is the angle from the orthogonal direction of the array.

- (c) 素子数 N が十分に大きいとき、問(b)のリニアアレーの第1サイドローブレベルを求めよ。

Find the first sidelobe level of the linear array in Question (b) when the number of elements N is sufficiently large.

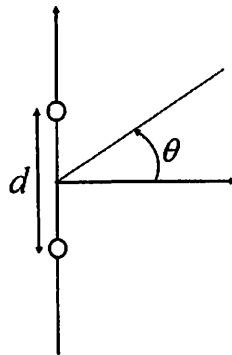


図3

Figure 3

(3-2) 以下の用語を説明せよ。

Explain the meanings of the terms below.

- (a) 電磁気学のビオ・サバルの法則
Biot-Savart law in electromagnetism
- (b) 電気回路のテブナンの定理
Thevenin's theorem in electrical circuits
- (c) 電波伝搬のポインティングベクトル
Poynting vector in radio wave propagation

下記のすべての問に答えよ。

(English translation is given on the next page.)

(1) 変調に関する以下の問に答えよ。

搬送波信号 $c(t)$ がベースバンド信号 $s(t)$ によって変調される。 $c(t)$ は次式で与えられる。

$$c(t) = A \cos 2\pi f_c t$$

ここで、 A は定数であり、 f_c は搬送波の周波数、また $s(t)$ の最大周波数とフーリエ変換をそれぞれ f_{\max} および $S(f)$ とし、 $0 < f_{\max} \ll f_c$ の条件を満たす。周波数スペクトル $|S(f)|$ は図1に示される。

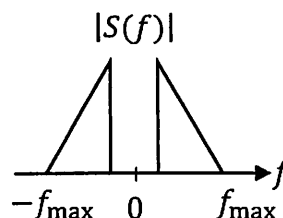


図 1

- (a) $c(t)$ が $s(t)$ によって変調指数 m で振幅変調 (AM) される場合、AM 信号 $u_{\text{AM}}(t)$ およびその周波数スペクトルを求め、その周波数スペクトルを図示せよ。ただし、 $|ms(t)| \leq 1$ である。
- (b) $c(t)$ が $s(t)$ によって搬送波を抑圧した両側波帯 (DSB-SC) 変調される場合、DSB-SC 変調器の構成を図と数式を用いて説明するとともに変調信号 $u_{\text{DSB}}(t)$ を求めよ。
- (c) DSB-SC 変調を AM と比較したときの利点を述べよ。
- (d) 問(b)の $u_{\text{DSB}}(t)$ と雑音 $n(t)$ からなる DSB-SC 復調器への入力信号 $y(t)$ は次式で示される。

$$y(t) = u_{\text{DSB}}(t) + n(t)$$

ただし $n(t) = n_1(t) \cos 2\pi f_c t - n_Q(t) \sin 2\pi f_c t$ であり、 $n_1(t)$ と $n_Q(t)$ は独立な最大周波数が f_{\max} の範囲内に帯域制限された雑音である。このとき理想的な同期検波が行われた場合の DSB-SC 復調器の出力信号 $r(t)$ を導出せよ。

- (e) $c(t)$ が $s(t)$ によって単側波帯 (SSB) 変調され、上側帯波 (USB) 変調信号 $u_{\text{USB}}(t)$ を生成する場合、ヒルベルト変換法による変調器の構成を図と数式を用いて説明するとともに $u_{\text{USB}}(t)$ を求めよ。なお $s(t)$ のヒルベルト変換を $s'(t)$ とする。
- (f) 問(e)の $u_{\text{USB}}(t)$ の周波数スペクトルを図示せよ。

(2) 通信ネットワークに関する以下の問に答えよ。

- (a) 到着率 λ [呼/秒] でポアソン過程に従って呼が到着するとき、時間 t [秒] の間に k 個の呼が到着する確率 $P(k, t)$ は、次式で与えられる。

$$P(k, t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

$\sum_{k=0}^{\infty} kP(k, t)$ を求めよ。

- (b) 問 (a) において、続いて到着する 2 つの呼の到着間隔の平均時間を求めよ。
- (c) 問 (a) において、続いて到着する 2 つの呼の到着間隔時間が t [秒] 以下となる確率を求めよ。
- (d) 問 (a) において、続いて到着する 2 つの呼の到着間隔時間の確率密度関数を求めよ。
- (e) グループ 1 とグループ 2 において、それぞれ、到着率を λ_1 [呼/秒] と λ_2 [呼/秒] とする呼がポアソン過程に従って到着する。グループ 1 とグループ 2 の呼の到着過程は互いに独立であると仮定する。時間 t [秒] の間にグループ 1 とグループ 2 で合わせて k' 個の呼が到着する確率を与える式を求め、その導出した式を説明せよ。

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions related to modulation schemes.

The carrier signal $c(t)$ is modulated by baseband signal $s(t)$. $c(t)$ is given by the following equation.

$$c(t) = A \cos 2\pi f_c t,$$

where A is a constant value and f_c is the frequency of the carrier signal. The maximum frequency and Fourier transform of $s(t)$ are f_{\max} and $S(f)$, respectively, and $0 < f_{\max} \ll f_c$. The frequency spectrum $|S(f)|$ is shown in Figure 1.

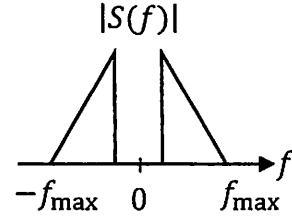


Figure 1

- Find the amplitude modulation (AM) signal $u_{\text{AM}}(t)$ and the frequency spectrum of $u_{\text{AM}}(t)$ when $c(t)$ is amplitude modulated with a modulation index m by $s(t)$, and show the frequency spectrum by using figures, where $|ms(t)| \leq 1$.
- Explain the double sideband with suppressed carrier (DSB-SC) modulator by using figures and equations and find the modulation signal $u_{\text{DSB}}(t)$ when $c(t)$ is DSB-SC modulated by $s(t)$.
- Explain the advantage of DSB-SC modulation over AM.
- The input signal $y(t)$ of the DSB-SC demodulator with $u_{\text{DSB}}(t)$ in Question (b) and noise signal $n(t)$ is expressed in the following equation.

$$y(t) = u_{\text{DSB}}(t) + n(t),$$

where $n(t) = n_1(t) \cos 2\pi f_c t - n_Q(t) \sin 2\pi f_c t$. $n_1(t)$ and $n_Q(t)$ are independent and band-limited noise signals within f_{\max} . Find the output signal $r(t)$ of the DSB-SC demodulator when ideal coherent detection is performed.

- Explain the Hilbert transform-based modulator by figures and equations and find the upper sideband (USB) modulation signal $u_{\text{USB}}(t)$ when $c(t)$ is single sideband (SSB) modulated by $s(t)$ and $u_{\text{USB}}(t)$ is generated. Let $s'(t)$ be the Hilbert transform of $s(t)$.
- Show the frequency spectrum of $u_{\text{USB}}(t)$ in Question (e) by using figures.

(2) Answer the following questions related to communication networks.

- (a) Consider that calls arrive following a Poisson process with the arrival rate λ [call/second]. The probability, $P(k, t)$, that k calls arrive during a period of time t [second] is given by:

$$P(k, t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}.$$

Find $\sum_{k=0}^{\infty} kP(k, t)$.

- (b) In Question (a), find the average inter-arrival time of two consecutive calls.
- (c) In Question (a), find the probability that the inter-arrival time of two consecutive calls is less than or equal to t [second].
- (d) In Question (a), find the probability density function of the inter-arrival time of two consecutive calls.
- (e) In groups 1 and 2, calls arrive following a Poisson process with the arrival rates λ_1 [call/second] and λ_2 [call/second], respectively. We assume that the call arrival processes in groups 1 and 2 are independent of each other. Find the formula that gives the probability that k' calls aggregated in groups 1 and 2 arrive during a period of time t [second], and explain the formula.

B-4

(English translation is given on the next page.)

本問題で扱うグラフはすべて無向グラフであるとし、自己ループや多重辺を持たないとする。グラフ G_a, G_b を図 1 で示すグラフとする。

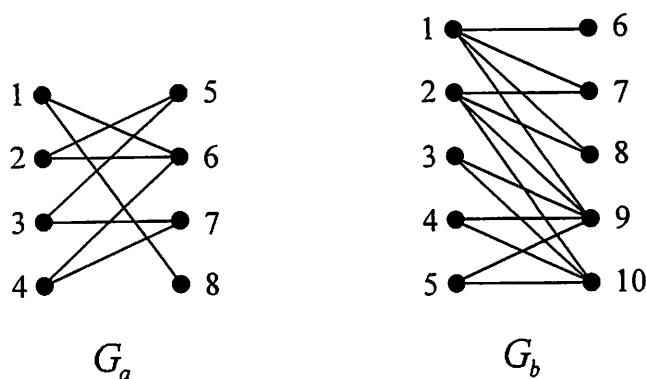


図 1

下記の問題では、ホールの定理「部が X, Y である二部グラフ G が完全マッチングをもつための必要十分条件は、 $|X| = |Y|$ 、かつ、すべての X の部分集合 S ($S \subseteq X$) について $|N(S)| \geq |S|$ が成り立つことである。」を証明なしに用いてよい。ここで、 $N(S)$ は S 内の少なくとも 1 つの頂点に隣接する頂点の集合とする。

下記のすべての問に答えよ。

- (1) G_a と G_b のそれぞれについて最大マッチングを 1 つ挙げよ。
- (2) $M = \{\{2, 5\}, \{3, 7\}\}$ とする。 G_a における M に関する増大道（増加道）を 1 つ挙げよ。その増大道を用いて大きさが M より 1 大きいマッチングを求めよ。
- (3) 増大道に基づいて二部グラフの最大マッチングを求めるハンガリー法について説明せよ。
- (4) G_b が完全マッチングをもたないことを示せ。
- (5) 以下の命題が成り立つか答えよ。成り立つなら証明し、成り立たなければ反例を与えよ。「 k を 2 以上の整数とする。 G_c を、すべての頂点の次数が k である二部グラフとする。このとき、 G_c は完全マッチングをもつ。」
- (6) 以下の命題を考える。「 G を二部グラフとし、 A と B はそれぞれ G の最大独立集合（最大安定集合）であるとする。 $U = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ とする。このとき、 U で誘導される G の誘導部分グラフは完全マッチングをもつ。」下記のすべての問に答えよ。
 - (a) G_a について、 A, B, U の例を 1 つ挙げ、 U で誘導される G_a の誘導部分グラフを求めよ。
 - (b) 命題が成り立つか答えよ。成り立つなら証明し、成り立たなければ反例を与えよ。

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Assume that all graphs in this problem are undirected and have neither self-loop nor parallel edge. Let G_a and G_b be the graphs shown in Figure 1.

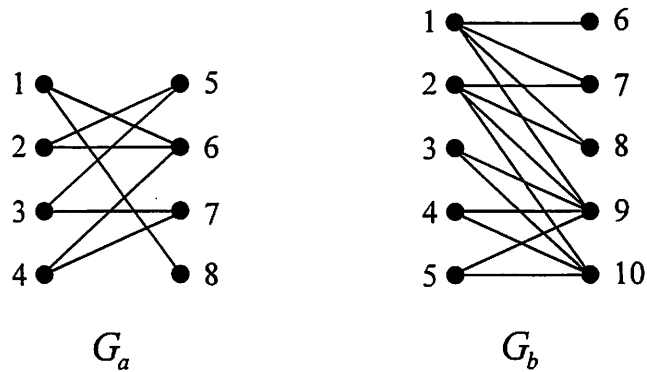


Figure 1

In the following questions, you may use Hall's Theorem: "A bipartite graph G with parts X and Y has a perfect matching if and only if $|X| = |Y|$ and $|N(S)| \geq |S|$ for all $S \subseteq X$ " without a proof, where $N(S)$ is the set of vertices adjacent to at least one vertex in S .

Answer all the following questions.

- (1) Find a maximum matching for each of G_a and G_b .
- (2) Let $M = \{\{2, 5\}, \{3, 7\}\}$. Find an augmenting path of G_a with respect to M . Using the augmenting path, find a matching whose size is larger than M by one.
- (3) Explain Hungarian method, which computes a maximum matching of a bipartite graph based on augmenting paths.
- (4) Show that G_b has no perfect matching.
- (5) Answer whether the following proposition holds or not. Prove it if it holds. Give a counterexample if it does not hold. "Let k be an integer at least two. Let G_c be a bipartite graph such that the degrees of all the vertices are k . Then, G_c has a perfect matching."
- (6) Consider the following proposition. "Let G be a bipartite graph, and A and B be maximum independent sets (stable sets) of G . Let $U = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$. Then, the subgraph of G induced by U has a perfect matching." Answer the following questions.
 - (a) Give an example of A, B and U for G_a . Find the subgraph of G_a induced by U .
 - (b) Answer whether the proposition holds or not. Prove it if it holds. Give a counterexample if it does not hold.

B-5

以下のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) $\{a, b\}$ 上の言語 L_1, L_2, L_3, L_4 を以下の通り定義する。

Let L_1, L_2, L_3 , and L_4 be the languages over $\{a, b\}$ defined as follows.

$$L_1 = \emptyset,$$

$$L_2 = \{\epsilon\},$$

$$L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \leq 3\},$$

$$L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ は } a \text{ で終わる文字列 (} w \text{ is ending with } a)\},$$

ただし、 \emptyset は空集合、 ϵ は空列を意味する。 $|w|$ は文字列 w の長さを表す。

Here, \emptyset means the empty set, and ϵ means the null string. $|w|$ denotes the length of the string w .

- (a) L_1, L_2, L_3, L_4 を認識する非決定性有限オートマトン (NFA) の状態遷移図をそれぞれ示せ。状態遷移図はできるだけ簡潔にせよ。

Draw the state transition diagram of a non-deterministic finite automaton (NFA) that recognizes each of L_1, L_2, L_3 and L_4 . The diagrams should be as simple as possible.

- (b) L_1, L_2, L_3, L_4 を認識する決定性有限オートマトン (DFA) の状態遷移図をそれぞれ示せ。状態遷移図はできるだけ簡潔にせよ。

Draw the state transition diagram of a deterministic finite automaton (DFA) that recognizes each of L_1, L_2, L_3 and L_4 . The diagrams should be as simple as possible.

- (c) L_1, L_2, L_3, L_4 を表す正規表現をそれぞれ示せ。

Describe a regular expression which represents each of L_1, L_2, L_3 and L_4 .

- (2) $\{a, b\}$ 上の言語 L_5, L_6, L_7, L_8 を以下の通り定義する。

Let L_5, L_6, L_7 , and L_8 be the languages over $\{a, b\}$ defined as follows.

$$L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid n \in \mathbb{N}, |w| = 2n\},$$

$$L_6 = \{w \in \{a, b\}^* \mid n \in \mathbb{N}, |w| = n^2\},$$

$$L_7 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ は回文 (} w \text{ is a palindrome.)}\},$$

$$L_8 = \{w w \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

ただし、 \mathbb{N} は非負整数の集合を意味する。 $w w$ は w 同士の連接を表す。

Here, \mathbb{N} means the set of non-negative integers. $w w$ denotes concatenation of two w 's.

- (a) L_5, L_6, L_7, L_8 がそれぞれ文脈自由言語に属するか否かを答えよ。(証明はしなくてよい。)

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Determine whether each of L_5, L_6, L_7 , and L_8 is a context-free language or not. (No need to prove.)

- (b) L_5, L_6, L_7, L_8 がそれぞれ正規言語に属するか否かを答えよ。(証明はしなくてよい。)

Determine whether each of L_5, L_6, L_7 , and L_8 is a regular language or not. (No need to prove.)

- (3) 半無限テープ（左方向は行き止まりがあるが、右方向には行き止まりがないテープ）に制限されたチューリングマシンは通常のチューリングマシンと等価（受理する言語クラスが同じ）か否かを答え、それを証明せよ。

Prove or disprove that the Turing machines restricted to use a semi-infinite tape (where the left direction has a boundary but the right direction does not) are equivalent to the original Turing machines. This equivalence means that their accepting language classes are the same.

- (4) 計算量クラス P と $PSPACE$ の定義を述べ、 $P \subseteq PSPACE$ を証明または反証せよ。

Describe the definitions of the complexity classes P and $PSPACE$. Then, prove or disprove $P \subseteq PSPACE$.

B-6

以下の問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

文脈自由文法 G は、終端記号の集合 $\Sigma := \{\text{id}, +, *, (,)\}$, 非終端記号の集合 $\mathcal{N} := \{S, E\}$ と以下の書き換え規則を持つ。

$$S \rightarrow E \quad E \rightarrow \text{id} \quad E \rightarrow E + E \quad E \rightarrow E * E \quad E \rightarrow (E)$$

ただし、開始記号は S である。 G が生成する言語を $L(G)$ とする。

- (1) $L(G)$ の元を一つ与えよ。その元の導出木も書け。
- (2) G が曖昧であることを示せ。
- (3) 生成する言語が $L(G)$ と等しく、曖昧でない文脈自由文法を定義せよ。ただし、 $*$ の優先順位は $+$ より高く、 $*$ と $+$ はどちらも左結合となるようにすること。
- (4) 整数定数の使用、変数参照、変数定義、加算、乗算の機能を持つ式の構文を BNF で書け。式を表すメタ変数は e , 整数定数を表すメタ変数は n , 変数の識別子を表すメタ変数は x とすること。また、それぞれの式がどのように評価されるかを説明すること。BNF により定義される構文は曖昧であってもよい。
- (5) 問 (4) で与えた構文を抽象構文とする言語のインタプリタのプログラムを示せ。解答に先立ち、使用するプログラミング言語を以下から一つ選択し明示すること: C, C++, Java, Python, Scheme, Racket, OCaml, Haskell.

解答にあたっては以下の点に留意すること。

- 字句解析器や構文解析器を実装に含める必要はない。インタプリタは抽象構文木を入力として受け取るものと仮定してよい。ただし、抽象構文木を表すデータ構造をどのように設計したかについて説明を加えること。
- 動作の理解を容易にするために、ソースコードには適宜説明を加えること。

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

A context-free grammar G consists of the set of terminal symbols $\Sigma := \{\text{id}, +, *, (,)\}$, the set of non-terminal symbols $\mathcal{N} := \{S, E\}$, and the following derivation rules:

$$S \rightarrow E \quad E \rightarrow \text{id} \quad E \rightarrow E + E \quad E \rightarrow E * E \quad E \rightarrow (E),$$

wherein the start symbol is S . We write $L(G)$ for the language that G generates.

- (1) Give one element of $L(G)$; also write its derivation tree.
- (2) Show that G is ambiguous.
- (3) Give an unambiguous context-free grammar whose language is equal to $L(G)$. The precedence of operator $*$ must be higher than that of operator $+$, and both $*$ and $+$ must be left-associative in your grammar.
- (4) Write a BNF of the syntax of expressions equipped with the following functionalities: use of integer constants, use of variables, definition of variables, additions, and multiplications. You must use metavariable e for expressions, n for integer constants, and x for variable identifiers. You must explain how each expression is evaluated. The syntax defined by your BNF may be ambiguous.
- (5) Write the program of an interpreter for the language whose abstract syntax is as defined in your answer for Question (4). You must first choose the programming language you are using in your answer from the following: C, C++, Java, Python, Scheme, Racket, OCaml, Haskell.
 - You *do not* need to include a lexer and a parser in your answer. You may assume that your interpreter receives an abstract syntax tree (AST) as input. You must explain the data structure of AST you used in your implementation.
 - You must add explanation to your source code so that one can understand your source code easily.