# 《测量数据处理理论与方法》实验报告四

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **年级、专业、班级** | | **20194947** | | | **姓名** | | **魏子继** | **学号** | **20194947** |
| **实验题目** | **整体最小二乘回归** | | | | | | | | |
| **实验时间** | **2021年10月18日** | | **实验地点** | | | **A理119** | | | |
| **学年学期** | **2021学年**  **第一学期** | | **实验性质** | | | **□验证性 ■设计性 □综合性** | | | |
| 1. 实验目的及要求   1.了解和熟悉MATLAB的实验环境，学会一些简单函数的使用  2.理解和掌握整体最小二乘（TLS）回归的基本原理以及计算公式  3.学会使用整体最小二乘回归来分析计算具体函数模型  要求：  1、程序代码的重要部分要有注释；  2、编程风格要符合要求。（注意对齐和缩进）；  3、实验分析要全面(需要纠错过程截图)。 | | | | | | | | | |
| 1. 实验设备及环境 2. PC机一台；   2、软件matlab等等 | | | | | | | | | |
| 三、实验原理及内容  整体最小二乘的基本思想：对于线性方程组 ，普通最小二乘的基本思想是在残差平方和极小的准则约束下求解最佳参数。这里有一个前提，系数矩阵 A 是没有误差的精确值，但是多数情况系数阵 A和观测向量 L 同时存在误差，若同时考虑二者的误差，此时，线性方程组可表示为整体最小二乘的基本思想：对于线性方程组 ，普通最小二乘的基本思想是在残差平方和极小的准则约束下求解最佳参数。这里有一个前提，系数矩阵 ***A*** 是没有误差的精确值，但是多数情况系数阵 ***A***和观测向量 ***L*** 同时存在误差，若同时考虑二者的误差，此时，线性方程组可表示为。其中***A***∈ ***R*** ， ***L***∈， ， , ；； *m* 为观测值个数， *n* 为待估参数个数，为系数阵的噪声， 为观测噪声，误差矩阵[ ]属于相互独立的白噪声误差。这一模型称为 EIV（ Errors-in-Variables）模型。解决这类问题的适宜方法是整体最小二乘法（ Total Least Squares, TLS）。对于线性方程组 ***Ax*** = ***L*** ，整体最小二乘问题就是在以下准则约束下  寻求 、，任何满足 的 均称为线性方程 ***A x*** = ***L***的整体最小二乘解。  整体最小二乘的求解是通过奇异值分解来实现的。将线性 ***Ax*** = ***L*** 改写为 ，记增广矩阵 ***C*** = [***A*** ***L***] ，对增广矩阵 ***C*** 进行奇异值分解  ***，***  其中，  则整体最小二乘解可由增广矩阵右奇异向量的最后一列 得到，即整体最小二乘解为  当 ***A*** 为列满秩时，整体最小二乘还有另一种解的形式    本实验可能用到的MATLAB公式：  A’——求矩阵A的转置  inv(A)——求矩阵A的逆  mean(A)——求矩阵A的均值  eig(A)——求矩阵A的全部特征值  max(A)、min(A)——求矩阵A的最大、最小元素  A\B——矩阵B左除A  ones(m,n)——生成一个m行n列元素全为1的矩阵  plot(x,y,’r’)——画出y关于x的函数，r是指画线为红色 | | | | | | | | | |
| 四、实验实例及数据  《测量数据处理理论与方法》 P114 例5.10 | | | | | | | | | |
| 五、程序设计（源代码）  clc;  clear;  % 测量数据处理理论与方法--整体最小二乘回归（TLS）  % P114 例5.10  x=[1 2 6];  y=[2 6 1];  x\_mean = mean(x);  y\_mean = mean(y);  X=x-x\_mean;  Y=y-y\_mean;  B=[X' Y'];  N=B'\*B;  lambda=diag(eig(N)); % B'B特征值  lambda(lambda==0)=[];  lambda\_min=min(lambda);  % 求解TLS拟合直线系数  %beta\_1=inv((N(1,1)-lambda\_min))\*N(1,2)  beta\_1=N(1,2)/(N(1,1)-lambda\_min);  beta\_0=y\_mean-beta\_1\*x\_mean;  % 将TLS拟合直线直观表示出  t = 1:0.1:30;  k = beta\_1\*t+beta\_0;  plot(x,y,'\*');  hold on;  plot(t,k,'DisplayName','TLS拟合直线');  legend;  fprintf('TLS拟合直线为：Y=%3.3f\*X+%3.3f',beta\_1,beta\_0); | | | | | | | | | |
| 六、实验步骤（含纠错分析）  该实验由以下步骤进行：  1.将初始数据输入  2.求解B  3.求解B’B的特征值  4.求解拟合直线的系数  5.将拟合直线表示出来  （具体代码及实现过程见上模块六，源代码） | | | | | | | | | |
| 七、实验结果及分析  实验结果：    TLS直线拟合图：    结果分析：  该结果和书上结果比对一致。书上结果如下：      能够看出计算的准确性，是值得信赖的。 | | | | | | | | | |
| 八、实验收获及总结  在此次实验中，我的收获满满，学会并掌握了整体最小二乘（TLS）的解法，弄懂了整体最小二乘回归背后的方法。在实验中，只是遇到了一些小小的困难，那就是使用eig函数求得了B’B矩阵的特征值之后，没有查看lambda变量的结构，没有注意到他是2\*2的矩阵，便直接进行了下一步的运算。导致最小的lambda值取了0，这显然是不可取的，也导致了最终结算结果的偏差。并在最后分析处理后，得出了最终的结果。  这也给我提了一个醒，在日后编写代码得过程中，应当时刻调试，并对自己写的代码得结构和变量参数的结构有一定的把握，这样放能够做到少出错，做到代码不混乱。 | | | | | | | | | |
| 教师评语： | | | | 实验评分： | | | | | |