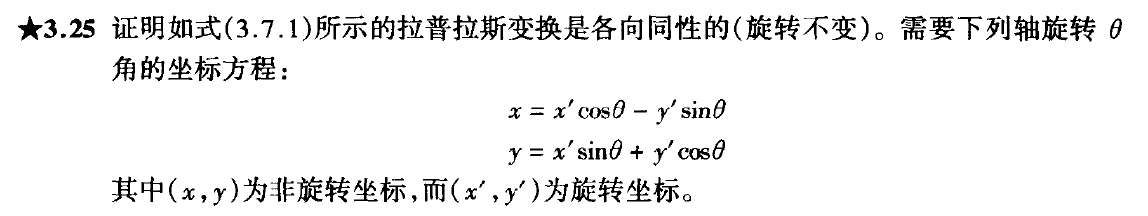
# 图像处理

## 第二次作业

### 姓名：魏子继 学号：202318019427048

1. **Hw23\_2\_1：完成课本数字图像处理第二版116页，习题3.25，即拉普拉斯算子具有理论上的旋转不变性。**



解：拉普拉斯变换式为：

当采用旋转坐标后，再在旋转坐标下对进行拉普拉斯变换则为：

该题目即证明上述两式相等。

首先，求对旋转坐标的一阶导：

随后，将该一阶导求对旋转坐标的二阶导：

相同的方法，求对旋转坐标的一阶导：

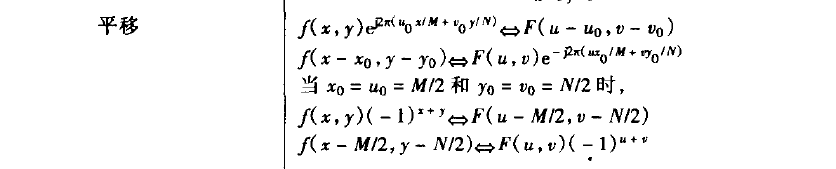
随后，对该一阶导求对旋转坐标的二阶导：

最后，将两个二阶导相加得：

即证明旋转坐标下，的拉普拉斯变换与在非旋转坐标下一致，即可证明拉普拉斯算子具有理论上的旋转不变性。

证毕

1. **Hw23\_2\_2：根据书中对傅立叶变换的定义，证明课本165页上有关傅立叶变换的平移性质。**



解：离散情况傅里叶变换公式如下（Fourier Transform（discrete case）DFT）：

离散情况傅里叶逆变换公式如下（Inverse Fourier Transform（discrete case）IDFT）：

1. 第一条性质证明：

对进行离散情况傅里叶变换得：

1. 第二条性质证明：

对进行离散情况傅里叶反变换得：

1. 第三条性质证明：

根据已经证明的性质1与欧拉公式得，当时：

因此，由性质1即可快速得到：

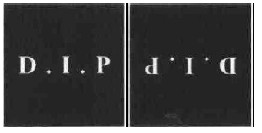
1. 第四条性质证明：

根据已经证明的性质2与欧拉公式得，当时：

因此，由性质2即可快速得到：

证毕

1. **Hw23\_2\_3：观察如下所示图像。右边的图像这样得到：(a)在原始图像左边乘以****；(b) 计算离散傅里叶变换（DFT）; (c) 对变换取复共轭; (d) 计算傅里叶反变换; (e) 结果的实部再乘以。（用数学方法解释为什么会产生右图的效果。）**



解：设左图图像，即原始图像为。根据题目步骤可得：

步骤（a）：

步骤（b）：

在此步骤中，根据傅里叶变换的平移性可得：

步骤（c）：

步骤（d）：

在此步骤中，根据傅里叶逆变换的性质得：

步骤（e）：

由此即可看出，经过上述一系列步骤，起到的效果是将左边图像翻转180°，即得到右边的图像。