Câu 1:

a, C_1^{28} x C_1^{53}

b, C_1^{81}

Câu 2:

_ _ _ _ _ _ = 10 . 10. 10. 26. 26. 26 = 17 576 000

Câu 3:

1 _ _ _ _ _ _ _ _ 1 = 2^8

Câu 4:

Số xâu nhị phân có độ dài 1 và chứa toàn số 1 = 1

Số xâu nhị phân có độ dài 2 và chứa toàn số 1 = 1

Số xâu nhị phân có độ dài 3 và chứa toàn số 1 = 1

…

Số xâu nhị phân có độ dài n và chứa toàn số 1 = 1

Câu 5: Xâu thập phân gồm 3 chữ số : _ _ _

a, Không chứa cùng một chữ số đúng hai lần

- Số xâu thập phân mà mỗi số chỉ xuất hiện 1 lần: 10 . 9 . 8 = 720
- Số xâu thập phân mà mỗi số xuất hiện 3 lần : (000, 111, 222, …) = 10

b, Bắt đầu bằng một chữ số lẻ: 5 . 10. 10 = 500

c, Có đúng hai chữ số 5:

5_5 = 9, 55_ = 9, _55 = 9 => có 27 xâu tm

Câu 8:

NV1: Tạo xâu nhị phân có độ dài 10 có 3 số 0 đứng đầu : 000_ _ _ _ _ _ _ = 2^7

NV2: Tạo xâu nhị phân có độ dài 10 kết thúc bằng 2 số 1 : _ _ _ _ _ _ _ _ _11 = 2^8

NVC: Tạo xâu nhị phân có độ dài 10 có 3 số 0 đứng đầu và kết thúc bằng 2 số 1:

000_ _ _ _ _ 11 = 2^5

- ⇨ Có $2^7 + 2^8 - 2^5$ xâu tm

Câu 10: một xâu gồm không quá 8 kí tự là các chữ cái, các chữ số, và dấu gạch dưới

Xâu có 1 kí tự (chữ cái, dấu gạch dưới) : 26 + 1 = 27

Xâu có 2 kí tự (bắt đầu bằng chữ cái hoặc dấu _) : 27 . (26+10+1) = 27 . 37

Xâu có 3 kí tự (bắt đầu bằng chữ cái hoặc dấu _) : 27 . (26+10+1) . (26+10+1) = 27 . 37 . 37 = 27 . 37^2

Xâu có 4 kí tự (bắt đầu bằng chữ cái hoặc dấu _) : 27 . $(26 + 10 + 1)^3$ = 27 . 37^3

...

Xâu có 8 kí tự (bắt đầu bằng chữ cái hoặc dấu _) : 27 . $(26 + 10 + 1)^7$ = 27 . 37^7

- ⇨ Có 27 + 27 . 37 + 27 . 37^2 + 27 . 37^3 + ... + 27 . 37^7 = 27 . (37 + 37^2 + 37^3 + ... + 37^7)

Câu 11: Lớp có 30 sinh viên, chữ cái tiếng anh gồm 26 chữ cái

Theo nguyên lý lồng chim bồ câu: có ít nhất $\lceil 30/26 \rceil$ = $\lceil 1{,}15 \rceil$ = 2 sinh viên có tên bắt đầu bằng cùng 1 chữ cái

Câu 12: Mỗi sinh viên trong một trường đại học đều có thể có quê ở một trong 30 tỉnh thành. Cần phải tuyển ít nhất bao nhiêu sinh viên để đảm bảo ít nhất có 100 người cùng quê?

Gọi x là số sinh viên ít nhất cần tìm

Theo nguyên lý lồng chim bồ câu: $\lceil x/30 \rceil$ = 100 => x/30 > 99 => x > 99.30 = 2970

=> x = 2791

Câu 22: Xâu thập phân gồm 5 chữ số: _ _ _ _ _

a, Không chứa cùng một chữ số đúng 2 lần

- Số xâu thập phân mà mỗi số chỉ xuất hiện 1 lần: 10 . 9 . 8 . 7 . 6 = 30 240
- Số xâu thập phân mà mỗi số xuất hiện 3 lần: 10 . 9 . 8 = 720
- Số xâu thập phân mà mỗi số xuất hiện 4 lần: 10 . 9 = 90
- Số xâu thập phân mà mỗi số xuất hiện 5 lần: 10
- ⇨ Có 30 240 + 720 + 90 + 10 = 31 060 xâu tm

b, Kết thúc bằng chữ số chẵn: _ _ _ _ _ = 10. 10. 10. 10. 5 = 50 000

c, Có đúng 3 chữ số 9

NV1: chọn 3 vị trí từ 5 vị trí để xếp 3 số 9: C_5^3 = 10

NV2: 2 vị trí còn lại để xếp các số khác 9: $C_9^1 . C_9^1$ = 9 . 9

- ⇨ Số xâu tm = NV1 . NV2 = 10. 9 . 9 = 810

Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn 10 quà tặng từ một cửa hàng có 21 loại quà tặng khác nhau, biết mỗi loại có nhiều hơn 10 phần quà?

n = 21, k = 10 => Số cách = C(21-1+10, 10) = C(30, 10) = (30.11)/2 = 165

Câu 24: x1 + x2 + x3 + x4 = 16

Số nghiệm nguyên không âm của pt là 1 cách chọn 16 phần tử từ tập gồm 4 loại, sao cho x1 là phần tử loại 1, x2 là phần tử loại 2, x3 là phần tử loại 3, x4 là phần tử loại 4.

Vậy số nghiệm nguyên ko âm của pt: C(4-1+16,16) = C(19,16) = (19.17)/2 = 161,5

Câu 25: x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 = 20

a, Số nghiệm nguyên không âm của pt là 1 cách chọn 16 phần tử từ tập gồm 4 loại, sao cho x1 là phần tử loại 1, x2 là phần tử loại 2, x3 là phần tử loại 3, x4 là phần tử loại 4, x5 là phần tử loại 5, x6 là phần tử loại 6. Trong đó, có ít nhất 5 phần tử loại 2, còn lại 15 phần tử chọn tùy ý.

Vậy số nghiệm nguyên ko âm của pt : C(6-1+15, 15) = C(20, 15) = (20.16)/2 = 160

Câu 29: 2 chữ F, 9 chữ số {1,0,3,3,7,7,8,1,1} và dấu gạch dưới

FF_ _ _ _ _ _ _ _ _ _

NV1: chọn đồng thời 3 vị trí từ 10 vị trí để xếp 3 số 1 = C_{10}^{3} = 120

NV2: chọn đồng thời 2 vị trí từ 7 vị trí còn lại để xếp 2 số 3 = C_{7}^{2} = 21

NV3: chọn đồng thời 2 vị trí từ 5 vị trí còn lại để xếp 2 số 7 = C_{5}^{2} = 10

NV4: chọn 1 vị trí từ 3 vị trí còn lại để xếp số 0 = C_{3}^{1} = 3

NV5: chọn 1 vị trí từ 2 vị trí còn lại để xếp số 8 = C_{2}^{1} = 2

NV6: chọn 1 vị trí cuối để xếp dấu gạch dưới = 1

- ⇨ Số xâu khác nhau = NV1 . NV2 . NV3 . NV4 . NV5 . NV6 = 120.21.10.3.2.1 = 151 200

Câu 30: EVERGREEN

NV1: chọn đồng thời 4 vị trí từ 9 vị trí để xếp 4 chữ E = C_9^4 = 126

NV2: chọn đồng thời 2 vị trí từ 5 vị trí còn lại để xếp 2 chữ R = C_5^2 = 10

NV3: chọn đồng thời 1 vị trí từ 3 vị trí còn lại để xếp chữ V = C_3^1 = 3

NV4: chọn đồng thời 1 vị trí từ 2 vị trí còn lại để xếp chữ G = C_2^1 = 2

NV5: chọn 1 vị trí còn lại để xếp chữ N = 1

- ⇨ Số xâu khác nhau = NV1 . NV2 . NV3 . NV4 . NV5 = 126.10.3.2.1 = 7 560

Câu 31: Có 3 số 2, 5 số 1 và 9 số 0 => có 17 vị trí

NV1: chọn đồng thời 9 vị trí từ 17 vị trí để xếp 9 số 0 = C_{17}^9 = 24 310

NV2: chọn đồng thời 5 vị trí từ 8 vị trí còn lại để xếp 5 số 1 = C_8^5 = 56

NV3: chọn đồng thời 3 vị trí còn lại để xếp 3 số 2 = 1

- ⇨ Số xâu khác nhau = NV1 . NV2 . NV3 = 24 310. 56 . 1 = 1 361 360

Câu 32:

NV1: Chọn cho người thứ nhất 8 quân trong tổng số 52 quân = C_{52}^8

NV2: Chọn cho người thứ hai 8 quân trong (52-8) quân còn lại = C_{44}^8

NV3: Chọn cho người thứ ba 8 quân trong (44-8) quân còn lại = C_{36}^8

NV4: Chọn cho người thứ tư 8 quân trong (36-8) quân còn lại = C_{28}^8

NV5: Chọn cho người thứ năm 8 quân trong (28-8) quân còn lại = C_{20}^8

- ⇨ Số cách chia = NV1 . NV2 . NV3 . NV4 . NV5 = $C_{52}^8 \cdot C_{44}^8 \cdot C_{36}^8 \cdot C_{28}^8 \cdot C_{20}^8$

Câu 36: $a_n = 8a_{n-1} - 16a_{n-2}$; với $a_0 = 2$, $a_1 = 5$

Pt đặc trưng: $r^2 - c_1.r - c_2 = 0$

⇔ $r^2 - 8r + 16 = 0$ ⇔ r = 4

Pt đặc trưng có nghiệm duy nhất r = 4 => $a_n = \alpha_1.4^n + \alpha_2.n.4^n$

Có: $a_0 = 2 = \alpha_1.4^0 + \alpha_2.0.4^0$; $a_1 = 5 = \alpha_1.4^1 + \alpha_2.1.4^1$

- ⇨ $\alpha_1 = 2$; $4\alpha_1 + 4\alpha_2 = 5$
- ⇨ $\alpha_1 = 2,\ \alpha_2 = -3/4$
- ⇨ $\alpha_n = 2.4^n - \left(\frac{3}{4}\right).n.4^n = 4^n.(2 - \frac{3}{4}n)$

Câu 37:

a, $a_n = 3a_{n-1}$; với $a_0 = 2$

Pt đăc trưng: r – 3 = 0 => r = 3

Pt đặc trưng có nghiệm duy nhất r = 3 => $a_n = \alpha.3^n$

Có $a_0 = 2 =$ => $\alpha = 2$

- ⇨ $a_n = 2.3^n$

c, $a_n = 3a_{n-1} + 1$; với $a_0 = 1$

Hệ thức thuần nhất tương ứng : $a_n = 3a_{n-1}$, nghiệm của nó có dạng: $a_n = \alpha.3^n$

Vậy nghiệm của hệ thức ko thuần nhất có dạng: $a_n = p(n) + \alpha.3^n$

Gọi F(n) là đa thức bậc t của n (thử đa thức tổng quát bậc t để tìm nghiệm riêng p(n))

F(n) là tuyến tính, thử $a_n = cn + d$:

$cn + d = 3(c(n-1) + d) + 1$ (với mọi n)

⇔ $cn + d = 3cn - 3c + 3d + 1$

⇔ $2cn + (2d - 3c + 1) = 0$

⇔ c = 0 , d = -1/2

⇨ $a_n = -\frac{1}{2} + \alpha.3^n$

Có a_0 = 1: $a_0 = 1 = -\frac{1}{2} + \alpha.3^0 => \alpha = \frac{3}{2}$

⇨ $a_n = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}.3^n$

d, $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$; với $a_0 = 1$, $a_1 = 0$ (n>=2)

Pt đặc trưng: $r^2 - c_1.r - c_2 = 0$

$\Leftrightarrow r^2 - 5r + 6 = 0 \Leftrightarrow r = 3, r = 2$

Pt đặc trưng có 2 nghiệm => $a_n = \alpha_1.3^n + \alpha_2.2^n$

Có: $a_0 = 1 = \alpha_1.3^0 + \alpha_2.2^0$; $a_1 = 0 = \alpha_1.3^1 + \alpha_2.2^1$

- ⇨ $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$; $3\alpha_1 + 2\alpha_2 = 0$
- ⇨ $\alpha_1 = -2, \ \alpha_2 = 3$
- ⇨ $\alpha_n = (-2).3^n + 3.2^n$

e, $a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2}$; với $a_0 = 0, a_1 = 1$ (n>=2)

Pt đặc trưng: $r^2 - c_1.r - c_2 = 0$

$\Leftrightarrow r^2 + 4r + 4 = 0 \Leftrightarrow r = 2$

Pt đặc trưng có 2 nghiệm => $a_n = \alpha_1.(-2)^n + \alpha_2.n.(-2)^n$

Có: $a_0 = 0 = \alpha_1.(-2)^0 + \alpha_2.0.(-2)^0$; $a_1 = 1 = \alpha_1.(-2)^1 + \alpha_2.1.(-2)^1$

- ⇨ $\alpha_1 = 0$; $-2\alpha_1 - 2\alpha_2 = 1$
- ⇨ $\alpha_1 = 0, \ \alpha_2 = -1/2$
- ⇨ $\alpha_n = -\frac{1}{2}.n.(-2)^n$