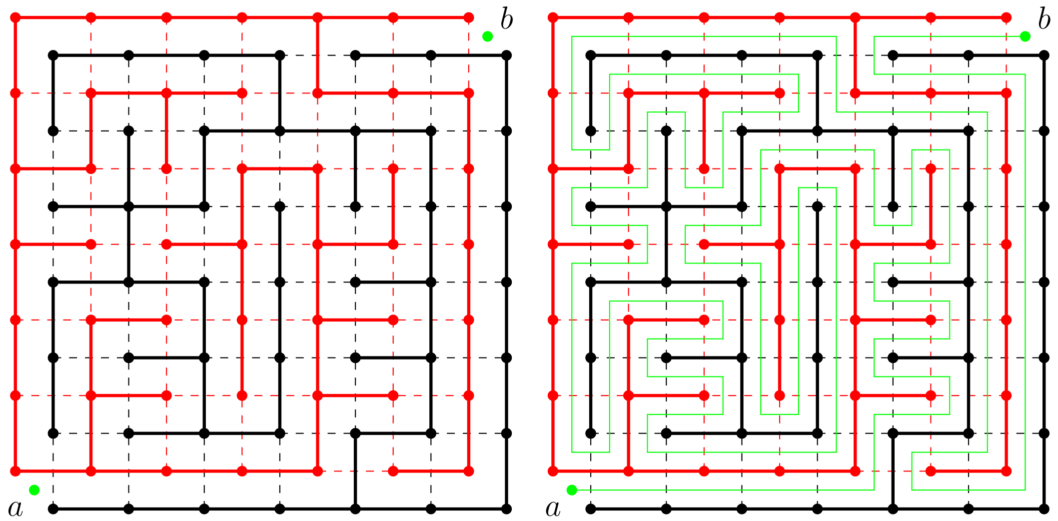
子图，并且是一个树。对任意的生成树 T，如果 T 包含 (V_α, E_α)，则称 T 为包含 (V_α, E_α) 的生成树。如果赋予所有的生成树相同的概率，我们称所得到的概率测度为 G 上的一致生成树。同样可以定义 G 上包含 (V_α, E_α) 的一致生成树。

设 Ω 为一个 Jordan 区域。对任意的 $\delta > 0$，定义 $\Omega_\delta = \Omega \cap \delta\mathbb{Z}^2$（当 δ 足够小时，Ω_δ 可成为一个连通图）。设 $a, b \in \partial\Omega$。记弧 ab 为 $\partial\Omega$ 上沿着逆时针方向的的从 a 到 b 的弧。选取 δ 足够小，可以使与 ab 相邻的的 Ω_δ 的顶点形成一个树 l_{ab}^δ，设 T 为 Ω_δ 上的从包含 l_{ab}^δ 的一致生成树，则有位于 $(\delta(\mathcal{Z})^2)^*$ 中的与 T 对应的对偶树 T^*。存在唯一一条曲线 γ^δ 位于 $\frac{\delta}{2}\mathbb{Z}^2 + (\frac{\delta}{4}, \frac{\delta}{4})$，连结 a 和 b。如下示意图：



定理 2.51 ([22]). *采用以上记号，当 δ 趋于 0 时，γ^δ 弱收敛到 Ω 上从 a 到 b 的弦 SLE(8)。*

注记 2.22. *γ^δ 遍历了 $\Omega \cap [\frac{\delta}{2}\mathbb{Z}^2 + (\frac{\delta}{4}, \frac{\delta}{4})]$ 的每一个点，因此直观上可以得到 SLE(8) 是填满 Ω 的。*

正是由于 SLE(8) 是一列随机曲线的弱极限，Schramm, Werner 和 Lawler 证明 SLE(8) 是由曲线生成的。(参见文章 [22])

2.5.5 离散高斯自由场

一维的布朗运动时以 $\mathbb{R}_+$ 为指标的一族正态随机变量，自然地是否存在一族正态随机变量，使其指标集合为 2 维的并且满足类似于布朗运动的性质？2 维的高斯自由场便是满足此条件的随机过程。具体将在下一章节介绍。本节主要介绍离散的高斯自由场以及其与 SLE 的关系。

如果 $G = (V, E)$ 为一个有限连通图。$V_\alpha \subset V$ 为一个非空的子集。记

$$\Omega := \{h : V \to \mathbb{R}, h|_{V_\alpha = 0}\}.$$