

$\omega(e) = 1\}$ 为 Ω_δ 的子图，其连通分支数记为 $k(\omega)$ 。定义 \mathcal{S} 上的如下概率测度为参数为 (p, q) 的随机簇模型：

$$\mathbb{P}(\omega) = \frac{1}{Z_{p,q}} p^{o(\omega)} (1-p)^{c(\omega)} q^{k(\omega)},$$

其中

$$Z_{p,q} = \sum_{\omega \in \mathcal{S}} p^{o(\omega)} (1-p)^{c(\omega)} q^{k(\omega)}.$$

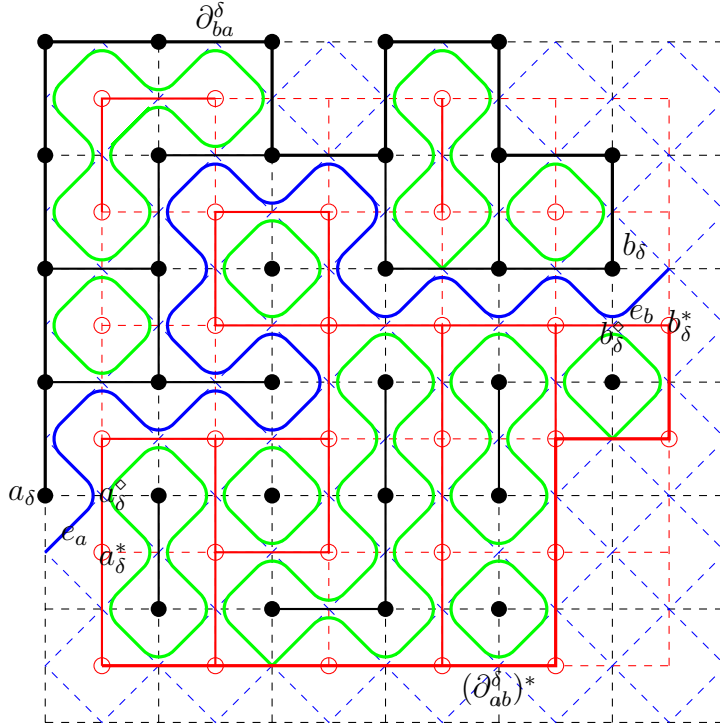
同样定义

$$\mathcal{S}^* := \{\omega : E_\delta^* \rightarrow \{0, 1\}, \omega|_{(\partial_{ab}^\delta)^*} = 1\}.$$

在给定 $\omega \in \mathcal{S}$ 之后，对应地可定义 $\omega^* \in \mathcal{S}^*$ 如下：

如果 $e^* \notin (\partial_{ab}^\delta)^*$ ，定义 $\omega^*(e^*) = 1 - \omega(e)$ ，这里 e 是与 e^* 对偶的边；如果 $e^* \in (\partial_{ab}^\delta)^*$ ，定义 $\omega^*(e^*) = 1$ 。

在给定 $\omega \in \mathcal{S}$ 后，存在唯一的由 E_δ° 中的定向线段组成的折线 γ_δ 连接 a_δ° 和 b_δ° ，并且将 $\{V_\delta, \{e \in E_\delta : \omega(e) = 1\}\}$ 中 ∂_{ba}^δ 所在的连通分支和 $V_\delta^* \{e^* \in E_\delta^* : \omega^*(e^*) = 1\}$ 中 $(\partial_{ab}^\delta)^*$ 所在的连通分支分离开。具体看参见如下示意图，图中蓝色的折线即为 γ_δ 。



定义 2.17. 任取 $e \in E_\delta^\circ$ ，定义自旋函数如下：

$$F_\delta(e) := \mathbb{E}[1_{\{e \in \gamma_\delta\}} e^{i\frac{1}{2}W_\delta(e, e_b)}],$$