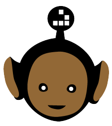
Ejercicios semana 3

Rodrigo Castillo

27 de agosto de 2020



1. escriba el algoritmo para encontrar el maximo comun divisor $gcd(a, b)$ y para escribir $ax + by$ con $a, b \in Z$

```
    gcd(a,b):
if(b==0):
    return a
else:
    return gcd(b, amodb )
```

2. Sea $m > 2$ un entero y consideramos Z_m . Demuestre que la suma en Z_m definida como $[x]_m + [y]_m = [x + y]_m$ es bien definida, es decir no depende de los representantes elegidos para calcularla

2.1. demostracion

sean $x_m, y_m \in Z_m$.

2.1.1. caso base

sea $m = 2$, por lo tanto $x_m + y_m = [x + y]_m$

2.1.2. Inducción

supongamos que m es un entero mayor que 2 y que $x_m + y_m = [x + y]$ está bien definido, por lo tanto , sin pérdida de generalidad , $x_{m+1} + y_{m+1} = [x + y]_m + 2 = [x + y]_{m+1}$.

3. Teorema chino del resto:

3.1.

$6x \equiv 8(mod10)$
$9x \equiv 15(mod21)$
para resolver esto, hay que hacer uso del teorema chino del resto :

3.2. Uso del teorema chino del resto

lo primero que debemos saber es que el $gcd(10, 21)$sea diferente de 1 para ver si tiene solución:
luego de calcularlo, sé que $gcd(10, 21) = 1$, por lo tanto el sistema tiene solución, ahora...
$6x = 8 + 10k$
$9y = 15 + 21p$
ahora...
$6x \equiv 15(mod21)$
$48 + 60k = 15(mod21)$
$60k \equiv -33(mod21)$
$60k = 1mod(12)$
$k = 1mod(12)$

4.

5. Sea R un anillo cualquiera. Demuestre que el conjunto $M_2(R)$ de las matrices 2×2 a coeficientes en R es un anillo

5.1. Suma

sean $a, b, c, d \in R$, $z, x, c, v \in R$ por lo tanto:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z & x \\ m & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+z & b+x \\ c+m & d+v \end{pmatrix}$$

(1)

también es una matriz 2×2 , además, como $a, b, c, d, z, x, m, v \in R$ entonces $a+z \in R, b+x \in R$... , análogamente pasa lo mismo con la resta , la multiplicación , y todas las propiedades de R.