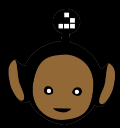
Ejercicos monitoría semana 4

Rodrigo Castillo

2 de septiembre de 2020



1. Sea R un anillo, demuestre que

1.1. si existe la identidad 1 es única

demostración por contradicción :
Sea R un anillo en el cuál existen dos identidades 1 y $1'$ luego existen a, b tales que $a/b = 1$ y existen a, b' tales que $a/b = 1'$, así , tenemos que $a - b - k = 1$, por lo tanto , $a - b' - k = 1$.
de esta manera teneomos que
$a - b - k = 1$
$a - b' - k = 1$
$-b = -a + k + 1$
$-b' = -a + k + 1$
$b = b'$
$1 = 1'$

1.2. si un elemento a tiene inverso multiplicativo este es único

supongamos que un número tiene mas de un inverso multiplicativo, es decir que existe $ab = 1$ y $ab' = 1$
por lo tanto, sea

2. Demuestre que los siguientes son subanillos de C

2.1. Los enteros de Gauss

$$Z[i] = \{a + bi, a, b \in Z\} \tag{1}$$

2.2. Los enteros de einstein

$$Z[w] = \{a + bw, a, b \in Z\} \tag{2}$$

donde $w = e^{\frac{2\pi i}{3}} = \frac{-1+\sqrt{3}}{3}$

3. **Demuestre que si $\theta : R \to S$ es un homomorfismo invertible de anillos $\Rightarrow \theta^{-1} : R \to S$ también es un homomorfismo de anillos**

4. **Encuentre el nucleo de los siguientes homomorfismos**

- $\theta : [x, y] \to R$
  $f(x, y) \to f(0, 0)$
  donde $R[x, y]$ es el anillo de los polinomios en dos indeterminadas x y y , es decir: cada monomio tiene la forma $a_{ij}x^i y^j$ con $a_{ij} \in R$y $i, j \in N$

- $\theta : R[x] \to C$,
  $f(x) \to f(2 + i)$

sugerencia , encuentre el polinomo $p(x)$ de grado minimo en $ker(\theta)$ y después muestre que cualquier elemento de $ker(\theta)$ es de la forma $p(x)q(x)$ por algún $q(x) \in R[x]$.