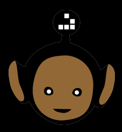
Ejercicos monitoría semana 4

Rodrigo Castillo

2 de septiembre de 2020



1. Sea R un anillo, demuestre que

1.1. si existe la identidad 1 es única

1.2. si un elemento a tiene inverso multiplicativo este es único

2. Demuestre que los siguientes son subanillos de C

2.1. Los enteros de Gauss

$$Z[i] = \{a + bi, a, b \in Z\} \tag{1}$$

2.2. Los enteros de einstein

$$Z[w] = \{a + bw, a, b \in Z\} \tag{2}$$

donde $w = e^{\frac{2\pi i}{3}} = \frac{-1+\sqrt{3}}{3}$

3. Demuestre que si $\theta : R \to S$ es un homomorfismo invertible de anillos $\Rightarrow \theta^{-1} : R \to S$ también es un homomorfismo de anillos

4. Encuentre el nucleo de los siguientes homomorfismos

- $\theta : [x, y] \to R$
  $f(x, y) \to f(0, 0)$
  donde $R[x, y]$ es el anillo de los polinomios en dos indeterminadas x y y , es decir: cada monomio tiene la forma $a_{ij}x^iy^j$ con $a_{ij} \in R$y $i, j \in N$
- $\theta : R[x] \to C$,
  $f(x) \to f(2 + i)$

sugerencia , encuentre el polinomo $p(x)$ de grado minimo en $ker(\theta)$ y después muestre que cualquier elemento de $ker(\theta)$ es de la forma $p(x)q(x)$ por algún $q(x) \in R[x]$.