Parcial 2 algebra abstracta

Rodrigo Castillo

30 de octubre de 2020

1. Punto1 construya un campo con 7^3elementos

solucion
el Teorema de Galois visto en clase nos dice que un polinomio de grado 3 en $Z_p$nos genera un campo de 7^3elementos.
sea el polinomio : $x^3 + x^2 + x \in Z_7$ tenemos que genera un campo de 7^3 elementos
el polinomio es irreducible
supongamos que existen dos polinomios x, y tales que $x \cdot y = x^3 + x^2 + x$. por lo tanto, x es de grado 2 y y es de grado 1 (o el caso análogo). luego x es de la forma $nx^2 + nx$ y y es de la forma nx , luego $x \cdot y$ es un polinomio de laforma $nx^3 + 2nx \neq x^3 + x^2 + x$.

2. Punto 2: Sea G un grupo y $g \in G$, demuestre que si e, g es un grupo normal entonces g pertenece al centro de G

supongamos que $g \in G$ y que $g \neq e$, además, supongamos que e, g es un grupo normal, por lo tanto, para cualquier $h \in G$ se tiene que $hegh^{-1}$ $=eg$, como $eg = g$, se tiene que $hgh^{-1} = g$, por lo tanto se tiene que $gh = hg$, por lo tanto $g \in Z(G)$

3. Punto 3: demuestre que el grupo Klein V4 es isomorfo a $Z_2 \times Z_2$

aclaración: , definí los elementos como a, b , sin embargo, a, b deberían ser tomados en Z_2 como $a = 0, b = 1$

3.1. existe una función biyectiva del conjunto $KleinV4$ hasta $Z_2 \times Z_2$

sea F una función desde K_4 hasta $Z_2 \times Z_2$ tal que a cada elemento de K_4 que es de tipo:

3.1.1. inyectividad

$\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ le asigna un elemento $(a, b), (b, a)$ por lo tanto para cada $k \in 4_4$ existe un $z \in Z_2 \times Z_2$ tal que $f(k) = z$

3.1.2. sobreyectividad

supongamos que $f(k) = f(k')$, así se tiene que $(a, b), (b, a) = (a', b'), (b', a')$ luego $k = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & -a \end{pmatrix}$ y $k' = \begin{pmatrix} a' & b' \\ -b & -a' \end{pmatrix}$ y así obtenemos que $k = k'$ por lo tanto $f$es sobre

3.2. la imagen de la operación es la operación de las imágines

esto es facil de ver en $Z_2 \times Z_2$ pues es un conjunto de 4 elementos

4. Punto 4: Sea A un anillo conmutativo ....

sea $a \in A$ tal que $a \neq 0$ y que a no es divisor de 0.
como A es un conjunto finito y además como a no es divisor de 0, puedo elevar a a por todos los elementos de A sabiendo que ninguno de ellos va aser divisor de 0, por lo que tengo un anillo de $[a, a^2 ..., a^{n+1}]$, por lo tanto... $1 = a^{n+1} = ax^n$ por lo tanto existe $n \in A$ tal que $a^n = 1$. luego la inversa de a es a^{n+1}