Respuestas parcial Algebra abstracta

Rodrigo Castillo

3 de diciembre de 2020

1. Punto 1:Codigo de Reed Solomon

escriba el vector $x_i = \alpha^{i-1}$ que define el código C
el vector es $v = 3^0, 3^1, ..., 3^6$ pero en $F[7]$
luego es $vec = [1, 3, 2, 6, 4, 5, 1]$

la matriz generadora del código es asumiendo que $k = 3$ es... :
la primera fila es 1 , la segunda es el vector vec y la tercera son los elementos de vec elevados al cuadrado en congruencia $mod(7)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 6 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \tag{1}$$

para encontrar la distancia partiremos de la identidad $d = n - k + 1$, por lo que $6 - 3 + 1 = 4$, luego $d = 4$
$c = \frac{d-1}{2} = 1$
$L_0 = 4$
$L_i = 2$
decodificar [2,6,0,5,1,3]

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 6 & 4 & 6 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 1 & 6 & 1 & 5 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 2 & 1 & 4 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 4 & 6 & 2 & 3 & 3 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_{0,0} \\ Q_{0,1} \\ Q_{0,2} \\ Q_{0,3} \\ Q_{0,4} \\ Q_{1,0} \\ Q_{1,1} \\ Q_{1,2} \end{pmatrix} = 0 \tag{2}$$

por lo que tenemos que
$Q_{00} = 0$
$Q_{01} + 3Q_{11} + 6Q_{12} = 0$
$Q_{02} + 2Q_{11} = 0$
$Q_{03} + 2Q_{12} = 0$
$Q_{04} = 0$
$Q_{11} = 2Q_{31} + 4Q_{12} = 0$
de lo anterior podemos concluir que
$Q_{01} = -3$, $Q_{03} = 0, Q_{10} = 2, Q_{02} = 2$ y además $Q_{00} = 0Q, Q_{04} = 0$
para el punto f tengo que evaluar el código en la función del punto e

2. Punto 2: Demuestre que cualquier ideal en $Z[i]$ distinto del ideal 0 contiene un entero

demostración por contradicción sea I un ideal en $Z[i]$ tal que I no contiene ningún entero, sea i un elemento de I y a un elemento de $Z[i]$.
Note que $i \cdot a \in I$ puesto que I es un ideal, pero como I no contiene enteros, entonces tenemos que $i \cdot a \notin Z[i]$, por lo que $I \notin Z[i]$ y esto es una contradicción , por lo tanto I contiene al menos un entero.

3. sea G un grupo cualquiera y sea $G' = \{xyx^{-1}y^{-1}, x, y \in G\}$

A demuestre que G' es un subgrupo normal de G sea $h \in G'$ y $s \in G$, por lo que, aplicando el test, tengo que ...
$h \cdot xyx^{-1}y^{-1} \cdot h^{-1}$ es de la forma $hxyx^{-1}y^{-1}h^{-1}$, ahora , podemos ver que $hsh^{-1} \in G'$ por lo que G' **es un grupo normal de** H

b Demuestre que G/G' es un grupo abeliano()
para pobar que G/G' es un grupo abeliano, tomemos dos elementos a, b tales que $a, b \in G/G'$, por lo que tengo que probar que $aba^{-1}b^{-1} = 1_{G/G'}$, por lo que
$aca^{-1}c^{-1} \cdot bdb^{-1}c^{-1} = acbda^{-1}c^{-1}d^{-1}d^{-1} = 1_{G/G'}$

4. Punto4 : sea $f(x) = x^3 + x + 1$ in $Z_7[x]$

a: el polinomio es irreducible
este punto salió en los ejercicios del teorema de galois .
Demostración por contradicción: supongamos que el polinomio $f(x) = x^3 + x + 1$ es reducible, es decir que existen dos polinomios gyg' tales que $g \cdot g' = x^3 + x + 1$
estos polinomios deben ser de grados 2 y 1 , de lo contrario, no es posible obtener un polinomio de grado 3 como producto de la multiplicación de polinomios diferentes a esos grados ,
Sea $g(x)$ un polinomio cualquiera de grado 2, luego $g(x)$ es de la forma $n_1x^2 + n_2x^1 + n_3k$ en donde $n_1 \neq 0$, ahora, $g'(x) = m_1x + 0$ donde $m_1 \neq 0$
como $n_1, m_1 \neq 0$, por lo que la multiplicación de ambos polinomios contendrá al menos un elemento elevado al cuadrado. por lo que es imposible que su multiplicación sea $x^3 + x + 1$ pues este polinomio no contiene elementos elevados al cuadrado.