

# Respuestas ejercicios semana 14

Rodrigo Castillo

12 de noviembre de 2020

## 1. demuestre que la distancia de Hamming es una distancia:

**1:la distancia entre  $d(v, w) \neq 0$**

sean  $v, w$  palabras tales que  $v \neq w$ , por lo tanto, tenemos que para todas las letras  $w_1, w_2, w_3 \dots w_n \in w$  y  $j_1, j_2, j_3 \dots, j_n \in v$  se tiene algún  $i$  tal que  $w_i \neq j_i$ , luego  $d(w, v) \geq 1$ , luego  $d(w, v) \neq 0$

**2: la distancia entre  $w$  y  $v$  es la misma que entre  $v$  y  $w$**

sean  $v, w$  palabras en  $F$ , sean  $v_1, v_2, \dots, v_n$  y  $w_1, w_2, \dots, w_n$  las letras de  $v, w$  respectivamente, por lo tanto tenemos que  $d(v, w) = \sum_{i=1}^n 1$  si  $v_i \neq w_i = \sum_{i=1}^n 1$  si  $w_i \neq v_i$  por lo tanto  $d(v, w) = d(w, v)$

**3:desigualdad triangular**

esto se hace por contradicción

## 2. sea $F = 1, 2, 3$ y considere el código

$C = 112233, 223311, 331122, 123123, 231231, 312312$

calcule la distancia mínima

la distancia mínima es : 4

## 3. sea $F = \{0, 1\}$ y considere el siguiente código: $0^n, 1^n$ donde $0^n = 00\dots, 0nveces$

demuestre que  $C$  cumple la distancia del singlete  $n = 2m + 1$  es impar entonces también es un código perfecto

**Solucion:** la cota del singlete se define como  $|C| \leq q^{n-d+1}$  tenemos que  $q = |F| = 2$  la distancia mínima es  $n$

$$|C| \leq 2^{n-n+1}$$

$$|C| \leq 2^1$$

$$|C| \leq 2$$

$2 \leq 2$  por lo tanto se cumple.

**distancia de hamming:**

$$|C| \leq \frac{q^n}{\sum_{i=0}^e \binom{n}{i} (q-1)^i} \quad (1)$$

por alguna razón la notación de  $\binom{n}{i}$  no funciona dentro de la sumatoria :( como  $q = 2$  y  $n$  es impar, el código es perfecto esto es de las diapositivas

#### 4. sea $F = [1, 2]$

considere el código  $C = [000000, 001111, 110011, 111100, 101010]$  **demuestre que C no es un código lineal:** no es un código lineal porque si sumamos  $101010 \text{ xor } 001111 = 111001$ , note que  $111001 \notin C$  luego  $C$  no es un código lineal

**Ahoran haga un  $C'$  tal que  $C \in C'$  y  $C'$  sea un código lineal**

*una solución para este problema puede ser poner todas las sumas posibles en  $C$  y añadirlas en  $C'$  ...*

los que no están son ...

...  $001111 \text{ xor } 101010 = 100101$

...  $110011 \text{ xor } 011001 = 011001$

...  $111100 \text{ xor } 101010 = 010110$

luego hay que añadir sus sumas, por lo que el nuevo conjunto  $C' = [000000, 001111, 110011, 111100, 101010, 100101, 011001, 010110]$

**Encuentre una base para  $C'$**

este ejercicio es equivalente a encontrar 6 palabras código linealmente independientes.  $base = [110011, 100101, 001111, 111001, 101010, 010110]$