ÁLGEBRA ABSTRACTA Y CODIFICACIÓN: EJERCICIOS SEMANA 2

MAURO ARTIGIANI

Reglas del juego

Los ejercicios serán resueltos en la monitoria y se evaluará, a todos los estudiantes, el mismo ejercicio elegido al azar (1). Las notas de estas entregas semanales constituirá el 15 % de nota de la monitoria. Se aconseja de solucionar estos ejercicios en grupos pequeños.

Las entregas de ejercicios serán aceptadas en formato `pdf`, escribiendo las soluciones en LaTeX(u otro editor de texto). También se pueden enviar escaneos o fotografiás de ejercicios escritos a mano. En este caso se pide utilizar hojas blancas o con lineas (no cuadriculados) y escribir con un bolígrafo negro o azul oscuro (para facilitar el contraste). También se pide que las soluciones sean escritas de manera ordenada; se puede cambiar el orden de las soluciones.

Importante: Si las fotos no son legibles los ejercicios **no** serán calificados.

Fecha de entrega: 20 Agosto 2020.

Ejercicios

1. Demuestre el principio de inducción fuerte:
   Sea $P(n)$ un enunciado sobre el natural n. Supongamos que para cualquier natural n, si $P(m)$ es cierta para todos los naturales $m < n$ entonce $P(n)$ también es cierta. Entonces $P(n)$ es cierta para todos los naturales n.
2. Lea la demostración de la irracionalidad de $\sqrt{2}$ a página 5 del libro de Cameron (o en otro lado si prefiere). Generalice esa demostración para mostrar que si n es un natural que no es un cuadrado perfecto entonces $\sqrt{n}$ es irracional.
3. Utilice la fórmula de multiplicación entre números complejos en formal polar para encontrar los cuatros números complejos (¡distintos!) que satisfacen $x^4 = 1$. Opcional[1], pero útil: utilizando que para todos $\theta \in \mathbb{R}$ hay $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$, puede encontrar para cualquier $n \in \mathbb{N}$ los n números complejos que satisfacen $x^n = 1$.
4. Demuestre que un polinomio a coeficientes reales de grado 2 o 3 es irreducible si y solo si no tiene ceros.
5. Demuestre directamente que $x^n - c^n$ es divisible por $x - c$ para cualquier natural n. Deduzca de esto el teorema del residuo visto en clase.
6. Sea $m \geq 2$ un entero. Demuestre que hay m clases de equivalencia por la relación ser congruente módulo m y que son exactamente las clases $[0]$, $[1]$, $\ldots$, $[m-1]$.

Date: 14 Agosto 2020.

[1]Es decir: no se calificará.