Conjuntos finitos e infinitos

Análisis Real

Un Conjunto A se denomina finito si $A = \emptyset$ o si existe una función biyectiva $f : A \to \{1, ..., n\}$ para algún $n \in \mathbb{Z}_+$.

Un Conjunto A se denomina finito si $A = \emptyset$ o si existe una función biyectiva $f : A \to \{1, ..., n\}$ para algún $n \in \mathbb{Z}_+$.
En el primer caso se dice que A tiene cardinal 0 y en el segundo caso se dice A tiene cardinal n.

Un Conjunto A se denomina finito si $A = \emptyset$ o si existe una función biyectiva $f : A \to \{1, ..., n\}$ para algún $n \in \mathbb{Z}_+$.
En el primer caso se dice que A tiene cardinal 0 y en el segundo caso se dice A tiene cardinal n.

Ejemplo

Sea $n \in \mathbb{Z}_+$, el conjunto $\{1, ..., n\}$ es finito

Teorema

Sea n un entero positivo, A un conjunto y a_0 un elemento de A. Existe una correspondencia biyectiva $f : A \to \{1, ..., n+1\}$ sí y solo si existe una correspondencia biyectiva $g : A - \{a_0\} \to \{1, ..., n\}$

Teorema

Sea n *un entero positivo,* A *un conjunto y* a_0 *un elemento de* A*. Existe una correspondencia biyectiva* $f : A \to \{1, ..., n+1\}$ *sí y solo si existe una correspondencia biyectiva* $g : A - \{a_0\} \to \{1, ..., n\}$

Teorema

Sea A un conjunto y suponga que existe una biyección $f : A \to \{1, ..., n\}$ para algún $n \in \mathbb{Z}_+$. Sea B un un subconjunto propio no vacío de A. Entonces:

1. *No existe biyección $g : B \to \{1, ..., n\}$*
2. *Existe una biyección $: B \to \{1, ..., m\}$ para algún $m < n$*

Teorema

Sea A *un conjunto y suponga que existe una biyección* $f : A \to \{1, ..., n\}$ *para algún* $n \in \mathbb{Z}_+$. *Sea* B *un un subconjunto propio no vacío de* A. *Entonces:*

1. *No existe biyección* $g : B \to \{1, ..., n\}$
2. *Existe una biyección* $: B \to \{1, ..., m\}$ *para algún* $m < n$

Corolario

1. *Si A es un conjunto finito no existe una biyección entre A y un subconjunto propio de A*
2. *$\mathbb{Z}_+$ no es finito*
3. *El cardinal de un conjunto finito es único*
4. *Un subconjunto de un conjunto finito es finito*

Corolario

Sea A un conjunto no vacío, las siguientes proposiciones son equivalentes:

1. *A es finito*
2. *Existe una función sobreyectiva $f : \{1, ..., n\} \to A$ para algún $n \in \mathbb{Z}_+$*
3. *Existe una función inyectiva $g : A \to \{1, ..., m\}$ para algún $m \in \mathbb{Z}_+$*

Ejercicios

1. Muestre que la unión finita de conjuntos finitos es un conjunto finito
2. Muestre que la intersección de conjuntos finitos es un conjunto finito
3. Muestre que el producto cartesiano de dos conjuntos finitos es finito

Un conjunto A se denomina infinito si no es finito

Un conjunto A se denomina infinito si no es finito

Ejemplo

$\mathbb{Z}_+$ *es infinito*

Un conjunto A se denomina infinito si no es finito

Ejemplo

$\mathbb{Z}_+$ *es infinito*

Teorema

Un conjunto A es infinito sí y solo si existe una función biyectiva entre A y un subconjunto propio de A

Un conjunto A se denomina infinito si no es finito

Ejemplo

$\mathbb{Z}_+$ es infinito

Teorema

Un conjunto A es infinito sí y solo si existe una función biyectiva entre A y un subconjunto propio de A

Ejemplo

$\mathbb{R}$ es infinito. La función $f : (-1, 1) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{x}{1 - x^2}$ es biyectiva

Teorema (Intervalos Encajados de Cantor)

Sean $I_1, I_2, I_3, ..., I_n, ...; n \in \mathbb{Z}_+$ *intervalos cerrados, acotados y encajados entonces* $\bigcap_{n \in \mathbb{Z}_+} I_n \neq \emptyset$

MACC
Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación

LO ÚNICO IMPOSIBLE ES AQUELLO QUE NO INTENTAS