

Intervalos en \mathbb{R}

Análisis Real



La relación de orden \mathbb{R} determina los siguientes subconjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto



La relación de orden \mathbb{R} determina los siguientes subconjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado



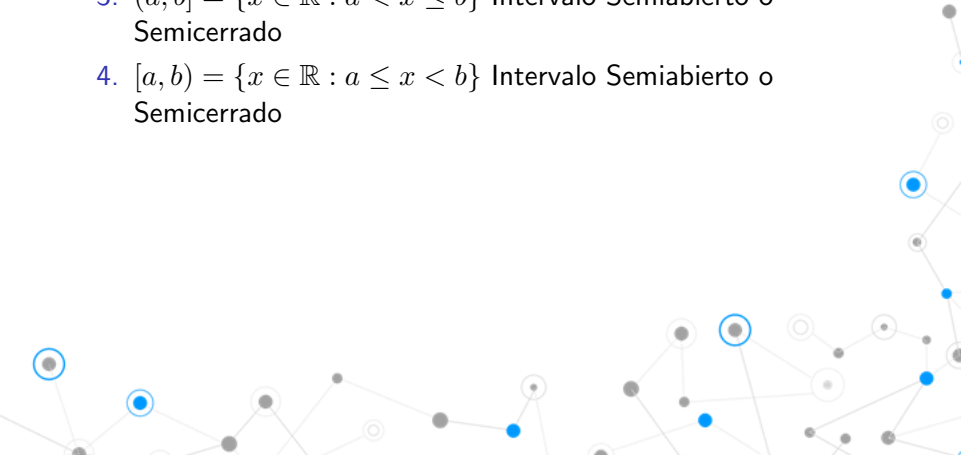
La relación de orden \mathbb{R} determina los siguientes subconjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado



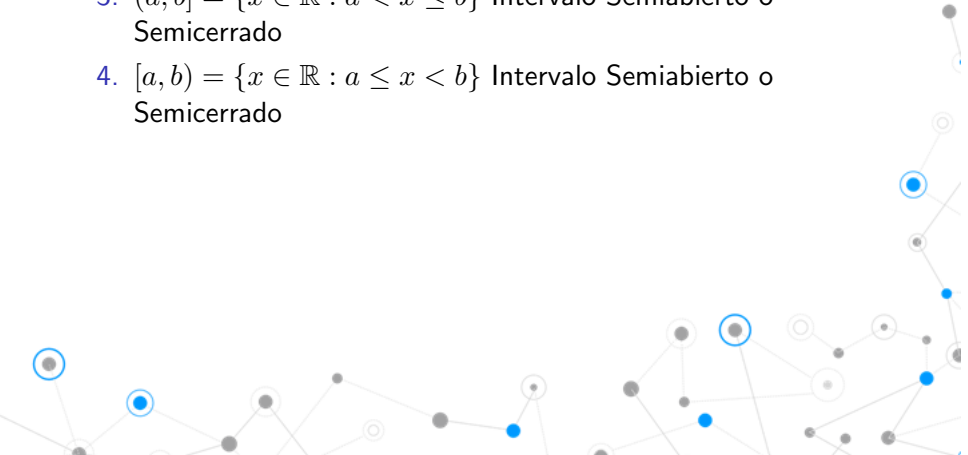
La relación de orden \mathbb{R} determina los siguientes subconjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado



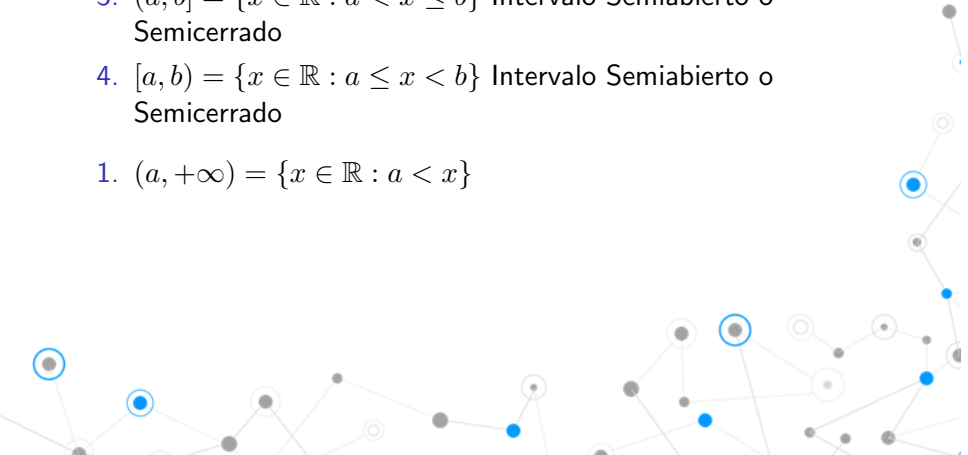
La relación de orden \mathbb{R} determina los siguientes subconjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado



La relación de orden \mathbb{R} determina los siguientes subconjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
 2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
 3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
 4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
-
1. $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$



La relación de orden \mathbb{R} determina los siguientes subconjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
 2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
 3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
 4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
-
1. $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$
 2. $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$

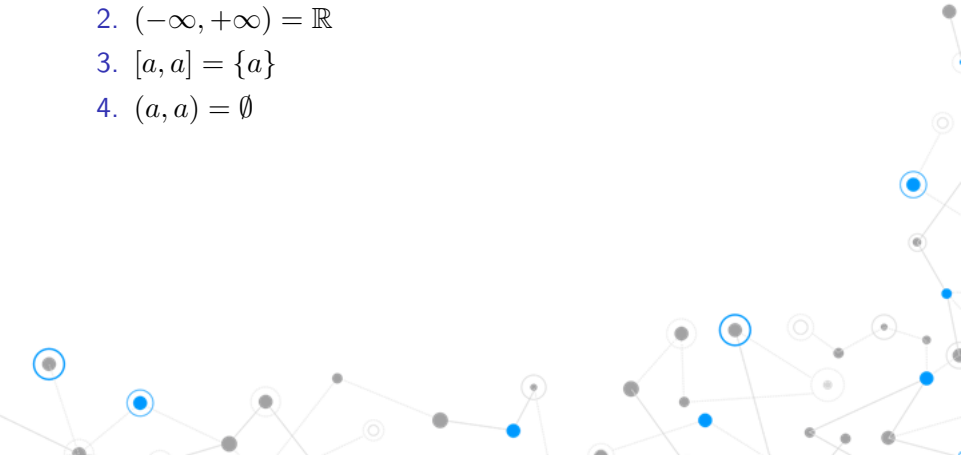
La relación de orden \mathbb{R} determina los siguientes subconjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
 2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
 3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
 4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
-
1. $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$
 2. $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
 3. $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x\}$

La relación de orden \mathbb{R} determina los siguientes subconjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
 2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
 3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
 4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
-
1. $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$
 2. $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
 3. $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x\}$
 4. $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$

1. $+\infty$ y $-\infty$ no son números reales, son símbolos
2. $(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$
3. $[a, a] = \{a\}$
4. $(a, a) = \emptyset$

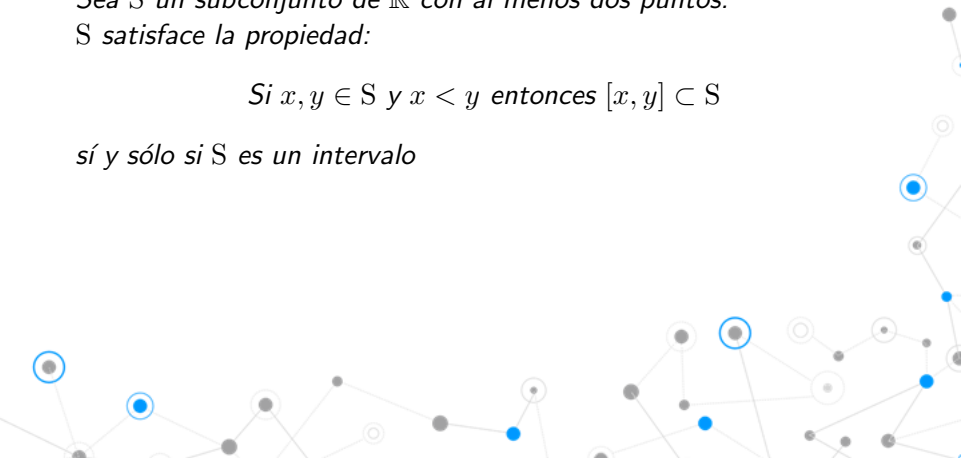


Teorema (Caracterización de los Intervalos)

Sea S un subconjunto de \mathbb{R} con al menos dos puntos.
 S satisface la propiedad:

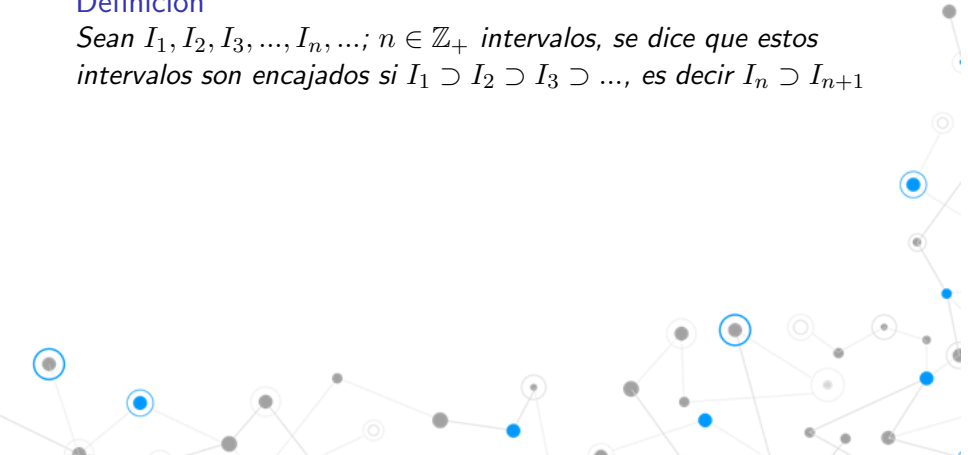
Si $x, y \in S$ y $x < y$ entonces $[x, y] \subset S$

sí y sólo si S es un intervalo



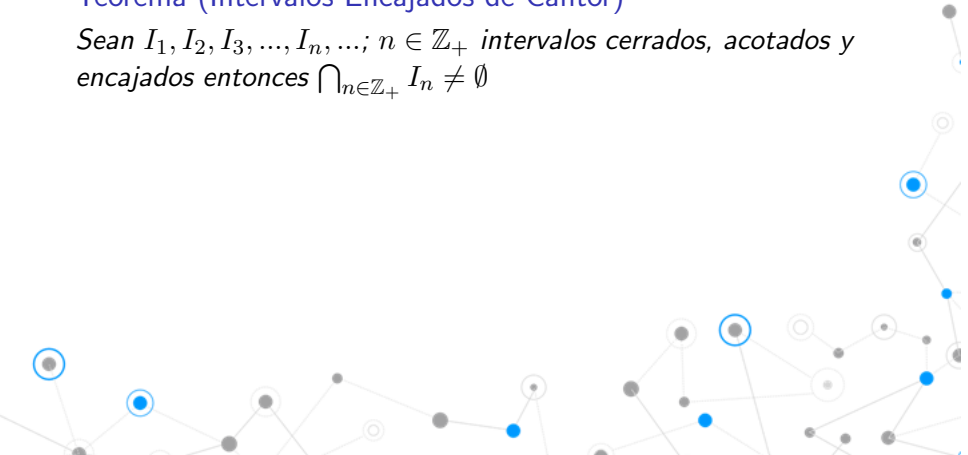
Definición

Sean $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n, \dots; n \in \mathbb{Z}_+$ intervalos, se dice que estos intervalos son encajados si $I_1 \supset I_2 \supset I_3 \supset \dots$, es decir $I_n \supset I_{n+1}$



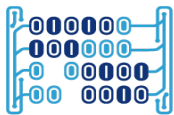
Teorema (Intervalos Encajados de Cantor)

Sean $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n, \dots; n \in \mathbb{Z}_+$ intervalos cerrados, acotados y encajados entonces $\bigcap_{n \in \mathbb{Z}_+} I_n \neq \emptyset$



Ejercicios

1. Sea S un subconjunto no vacío de \mathbb{R} . Muestre que S es acotado sí y solo si existe un intervalo cerrado y acotado I tal que $S \subset I$
2. Si $I_1 \supset I_2 \supset I_3 \supset \dots$ son intervalos encajados y si $I_n = [a_n, b_n]$ muestre que: $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n \leq a_{n+1} \leq \dots$ y que $b_1 \geq b_2 \geq b_3 \geq \dots \geq b_n \geq b_{n+1} \geq \dots$
3. Sea $K_n = (n, +\infty)$; $n \in \mathbb{Z}_+$. Muestre que $\bigcap_{n \in \mathbb{Z}_+} K_n = \emptyset$



MACC

Matemáticas Aplicadas y
Ciencias de la Computación

LO ÚNICO
IMPOSIBLE
ES AQUELLO
QUE NO
INTENTAS