Intervalos en $\mathbb{R}$

Análisis Real

La relación de orden $\mathbb{R}$ determina los siguientes subcunjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto

La relación de orden $\mathbb{R}$ determina los siguientes subcunjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado

La relación de orden $\mathbb{R}$ determina los siguientes subcunjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado

La relación de orden $\mathbb{R}$ determina los siguientes subcunjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado

La relación de orden $\mathbb{R}$ determina los siguientes subcunjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado

La relación de orden $\mathbb{R}$ determina los siguientes subcunjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado

1. $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$

La relación de orden $\mathbb{R}$ determina los siguientes subcunjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado

1. $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$
2. $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$

La relación de orden $\mathbb{R}$ determina los siguientes subcunjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado

1. $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$
2. $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
3. $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x\}$

La relación de orden $\mathbb{R}$ determina los siguientes subcunjuntos denominados intervalos. Sean $a, b \in \mathbb{R}$:

1. $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ Intervalo abierto
2. $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ Intervalo Cerrado
3. $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado
4. $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ Intervalo Semiabierto o Semicerrado

1. $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$
2. $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
3. $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x\}$
4. $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq\}$

1. $+\infty$ y $-\infty$ no son números reales, son símbolos
2. $(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$
3. $[a, a] = \{a\}$
4. $(a, a) = \emptyset$

Teorema (Caracterización de los Intervalos)

Sea S *un subconjunto de* $\mathbb{R}$ *con al menos dos puntos.* S *satisface la propiedad:*

$$\textit{Si } x, y \in \mathrm{S} \textit{ y } x < y \textit{ entonces } [x, y] \subset \mathrm{S}$$

sí y sólo si S *es un intervalo*

Definición

Sean $I_1, I_2, I_3, ..., I_n, ...;\ n \in \mathbb{Z}_+$ *intervalos, se dice que estos intervalos son encajados si* $I_1 \supset I_2 \supset I_3 \supset ...$, *es decir* $I_n \supset I_{n+1}$

Teorema (Intervalos Encajados de Cantor)

Sean $I_1, I_2, I_3, ..., I_n, ...; n \in \mathbb{Z}_+$ *intervalos cerrados, acotados y encajados entonces* $\bigcap_{n \in \mathbb{Z}_+} I_n \neq \emptyset$

Ejercicios

1. Sea S un subconjunto no vacío de $\mathbb{R}$. Muestre que S es acotado sí y solo si existe un intervalo cerrado y acotado I tal que $\mathrm{S} \subset I$
2. Si $I_1 \supset I_2 \supset I_3 \supset ...$ son intervalos encajados y si $I_n = [a_n, b_n]$ muestre que: $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq ... \leq a_n \leq a_{n+1} \leq ...$ y que $b_1 \geq b_2 \geq b_3 \geq ... \geq b_n \geq b_{n+1} \geq ...$
3. Sea $K_n = (n. + \infty)$; $n \in \mathbb{Z}_+$. Muestre que $\bigcap_{n \in \mathbb{Z}_+} K_n = \emptyset$

MACC
Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación