

# Apuntes tema3 AED

Rodrigo Castillo

5 de septiembre de 2020



## 1. Matrices definidas positivas

- los datos están normalmente distribuidos
- la densidad normal multivariada y las distancias se pueden expresar en terminos de productos de matrices llamados formas cuadráticas
- las formas cuadráticas son muy importantes
- las formas cuadráticas siempre son no negativas y las matrices son definidas positivamente
- la descomposición espectral es una expansión de matrices simétricas

## 2. descomposición espectral

La descomposición espectral para una matriz simétrica  $A$  de  $k \times k$  es :

$$\underset{(k \times k)}{A} = \lambda_1 \underset{(k \times 1)}{e_1} \underset{(1 \times k)}{e_1'} + \dots + \lambda_2 \underset{(k \times 1)}{e_2} \underset{(1 \times k)}{e_2'} + \dots + \lambda_k \underset{(k \times 1)}{e_k} \underset{(1 \times k)}{e_k'}$$

donde  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  son los valores propios de  $A$  y  $e_1, \dots, e_k$  son los vectores propios normalizados asociados, entonces  $e_i' e_j = 1$  para  $i = j$  y  $e_i' e_j = 0$  para  $i \neq j$

**Matriz definida no negativa**

Cuando una matriz simétrica  $A$  de  $k \times k$  es tal que,  
 $0 \leq x' A x$

para todo  $x' = [x_1, x_2, \dots, x_k]$ , la matriz  $A$  (o su forma cuadrática) es **definida no negativa**.

mirar el ejemplo 2 en el notebook

## 3. definen matriz positiva

una matriz se define **no negativa** si sus valores propios son mayores o iguales a 0  
una matriz es definida **positiva** si todos sus valores propios son positivos

- si los elementos de un vector  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  son valores de  $p$  variables aleatorias  $X_1, X_2, \dots, X_N$  estos elementos pueden considerarse como un punto en el espacio  $p$  dimensional y las distancias del punto al origen pueden interpretarse en terminos de la desviación estándar

- se puede tener en cuenta la variabilidad de las observaciones
- los puntos con la misma **incertidumbre** se consideran de igual distancia al origen

**Distancia estadística general**

$$(\text{distancia})^2 = a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + \cdots + a_{pp}x_p^2 + 2(a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + \cdots + a_{p-1,p}x_{p-1}x_p)$$

siempre que  $(\text{distancia})^2 > 0$  para todo  $[x_1, x_2, \dots, x_p] \neq [0, 0, \dots, 0]$ .

**Distancia positiva**

Haciendo que  $a_{ij} = a_{ji}$  para  $i \neq j, i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, p$ , tenemos que

$$0 < (\text{distancia})^2 = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}$$

$$0 < (\text{distancia})^2 = \mathbf{x}' \mathbf{A} \mathbf{x} \quad \text{para } \mathbf{x} \neq \mathbf{0}$$

Figura 1: Distancia Positiva

y ya

## 4. Dudas

- que es  $e_x$  en la formula de la descomposicion espectral?