

Apuntes tema 10 AED

Rodrigo Castillo

7 de septiembre de 2020



1. the multivariate normal likelihood

- asumamos que $p \times 1$ vectores $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ represent a random sample from a multivariate normal population with mean vector μ and covariance matrix σ
- desde que X_1, X_2, \dots, X_N son mutuamente independiente desde una distribución $N_p(\mu, \sigma)$ la densidad de la funcion converge a normal
- cuando los valores numericos de las observacion estan disponibles se sustituyen por x_j en la ecuacion
- la expresion resultante ahora se considera en funcion de μ y σ para el conjunto arreglado de las observaciones x_1, x_2, \dots, x_j
- algunos procedimientos estadísticos emplean los valores para la poblacion del mejor dato observado
- un significado del **mejor** es explicar el dato observado
- Un significado de la mejor forma de seleccionar los valores del parametro que maximizan la densidad de la union evaluada en las observaciones se llama el **metodo de maxima verosimilitud** que maximiza el parametro que se llama **estimador de maxima verosimilitud**

tenemos que considerar el la estimación de maxima verosimilitud para los parametros μ y σ para una cosa normal multivariada
para hacer esto, vamos a tener que tomar las observaciones x_1, x_2, \dots, x_n como arreglos

The trace of a symmetric matrix
Let \mathbf{A} be a $k \times k$ symmetric matrix and \mathbf{x} be a $k \times 1$ vector. Then

a $\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x} = \text{tr}(\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x}) = \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{x}\mathbf{x}')$

b $\text{tr}(\mathbf{A}) = \sum_i^k \lambda_i$, where the λ_i are the eigenvalues of \mathbf{A}

Figura 1: MLE OBSERVATIONS

Given a $p \times p$ symmetric positive definite matrix \mathbf{B} and a scalar $b > 0$, it follows that

$$\frac{1}{|\Sigma|^b} e^{-\text{tr}(\Sigma^{-1}\mathbf{B})/2} \leq \frac{1}{|\mathbf{B}|^b} (2b)^{pb} e^{-bp}$$

for all positive definite $\Sigma_{(p \times p)}$, with equality holding only for $\Sigma = (1/2b)\mathbf{B}$

Figura 2: MLE of μ y σ

MLE of μ and Σ

Let $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n$ be a random sample from a normal population with mean μ and covariance Σ . Then

$$\hat{\mu} = \bar{\mathbf{X}} \quad \text{and} \quad \hat{\Sigma} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\mathbf{X}_j - \bar{\mathbf{X}}) (\mathbf{X}_j - \bar{\mathbf{X}})' = \frac{(n-1)}{n} \mathbf{S}$$

are the **maximum likelihood estimators** of μ and Σ , respectively. Their observed values, $\bar{\mathbf{x}}$ and $(1/n) \sum_{j=1}^n (\mathbf{x}_j - \bar{\mathbf{x}}) (\mathbf{x}_j - \bar{\mathbf{x}})'$, are called the **maximum likelihood estimates** of μ and Σ .

Figura 3: MLE definiciojes

2. maximum likelihood estimation of μ and σ
3. the sampling distribution of \hat{X} and S

consideraciones:

$$\hat{\Sigma} = \frac{n-1}{n} \mathbf{S} = \mathbf{S}_n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\mathbf{X}_j - \hat{\mu}) (\mathbf{X}_j - \hat{\mu})'$$

Figura 4: estimadores para μ y σ

4. Large-Sample Behavior of \hat{X} and S

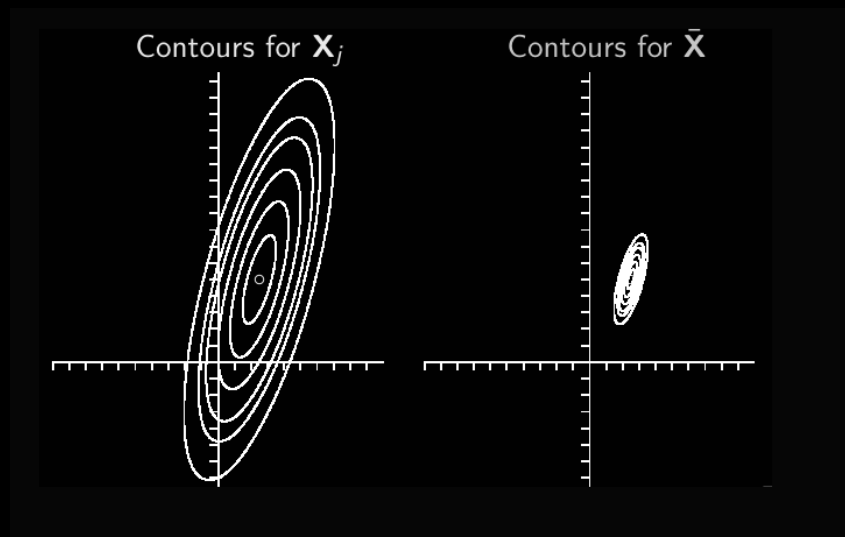


Figura 5: Comportamiento