Preparcial 2 Teoría de grafos

Rodrigo Castillo

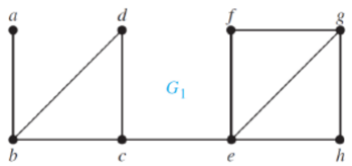
12 de octubre de 2020

1. sean x y y vertices adyacentes en un grafo conexo , G , para todo z en $V(G)$ demuestre que :

$$|d_G(x,z) - d_G(y,z) <= 1| \tag{1}$$

Demostración:
preguntar que significa esa notación

2. Considere el grafo G_1



1. escriba la excentricidad de cada vértice y calcule $rad(G_1)$ y $diam(G_1)$
2. encuentre el centro de G_1 y calcule el índice de $Wiener$ y la distancia promedio

Excentricidades:(las excentricidades se definen como el camino mas corto al vértice mas lejano)
$excentricidad(a) = 4$
$excentricidad(b) = 3$
$excentricidad(c) = 2$
$excentricidad(d) = 3$
$excentricidad(e) = 3$
$excentricidad(f) = 4$
$excentricidad(g) = 4$
$excentricidad(h) = 4$
$rad(G_1)$
el radio se define como el **mínimo de todas las excentricidades** , luego es 2
$diam(G_1)$
el diametro de un grafo se define como el **maximo de todas las excentricidades** luego es 4.

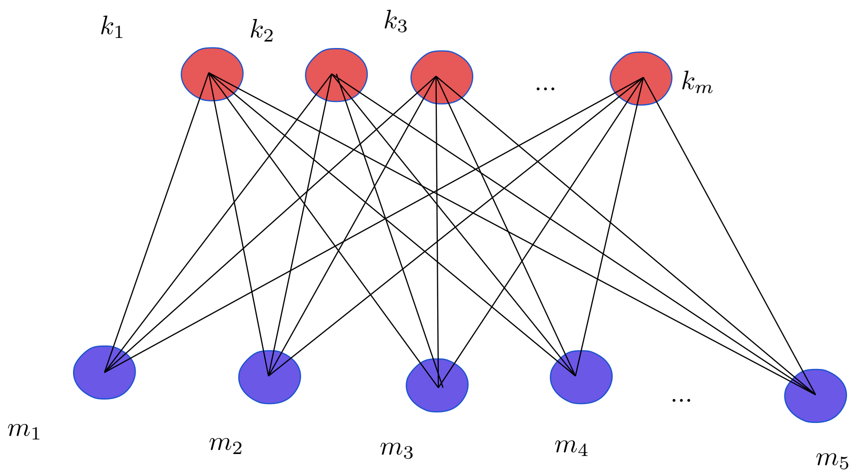
índice de Wiener:
el índice de Wiener se calcula como :

$$D(G) = \sum_{u,v \in V(G)} d_G((u,v)) \tag{2}$$

esto equivale a la sumatoria de los caminos de todos los vértices de esa vuelta por lo tanto...
preguntar si hay algún teorema que calcule el índice de wienner

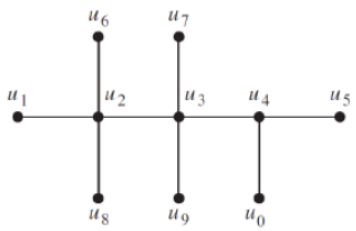
3. Calcule el centro y el radio del biclicke $K_{m,n}$

K_{mn}es el grafo:



Centro:
el centro de un grafo se define como el grafo inducido por los vértices de mínima excentricidad. por lo tanto el centro del grafo es K_{mn}
Radio:
el radio de un grafo se define como el mínimo de todas las excentricidades de este, por lo tanto...
$Rad(K_{mn}) = 2$ pues en K_{mn} es trivial ver que para cualquier par de vértices p, q existe una $p - qcaminata$ de longitud 2

4. Encuentre el código de Prufer del siguiente arbol:



Código de prufer para el árbol anteriormente dado: 4242433 (entendido pero me pela muy duro un huevo)

5. Construya el arbol T a partir del código de Prufer 322114211

Prufer preguntarlo en las diapositivas

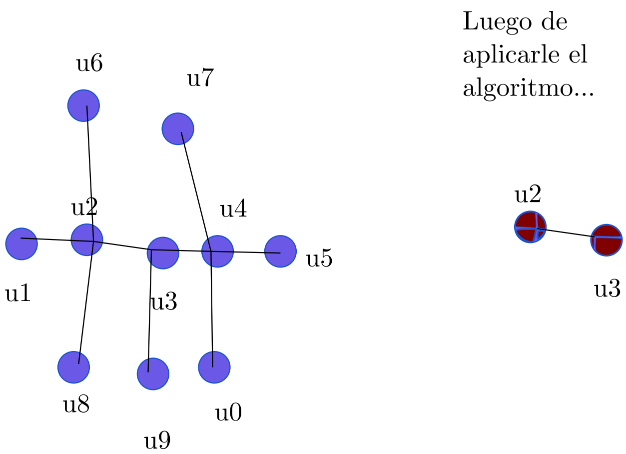
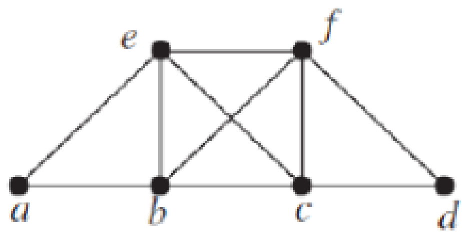


Figura 1: pruferp4

6. Determine cuáles árboles tiene código de prufer que (a) contienen un valor , (b) contienen exactamente 2 valores , (c) tienen distintos valores en todas las posiciones

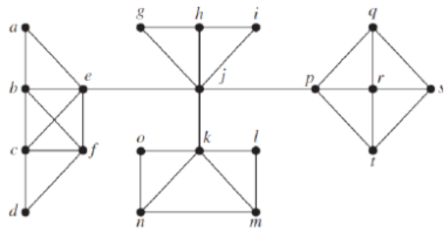
Prufer mirarlo en las diapositivas

7. Determine el número de árboles de expansión del siguiente grafo...

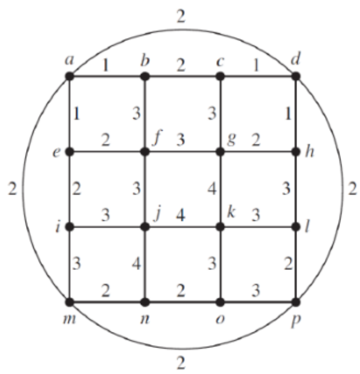


8. Calcule $\tau(K_{m,n})$

9. Utilice la búsqueda a profundidad y la búsqueda a lo ancho para encontrar árboles de expansión del siguiente grafo. Tome como vértice inicial (a) y a (b) como vértice j, (c) como vértice s



10. considere el grafo ponderado:



1. utilice el algoritmo de Prim para encontrar el árbol de expansión mínimo
2. Utilice el algoritmo de Kruskal para encontrar el árbol de expansión máximo
3. Utilice el algoritmo de Dijkstra para encontrar la ruta mínima entre los vértices a y p

11. Hay cinco ciudades en una red , el tiempo para viajar directamente de i a j es la entrada a_{ij} , de la siguiente matrix. La matriz no es simétrica. (Use un grafo dirigido) y $a_{ij} = \infty$ significa que no existe una ruta directa entre i y j Use el algoritmo de $Floyd - Warshall$ para encontrar la ruta mas rápida entre i y j para cada par i, j

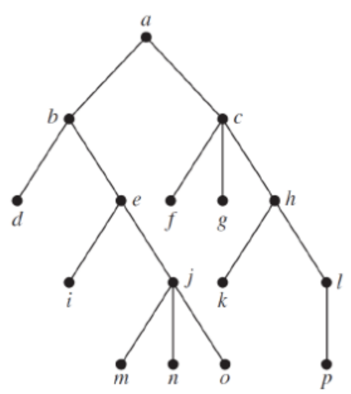
$$\begin{pmatrix} 0 & 10 & 20 & \infty & 17 \\ 7 & 0 & 5 & 22 & 33 \\ 14 & 13 & 0 & 15 & 27 \\ 30 & \infty & 17 & 0 & 10 \\ \infty & 15 & 12 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

12. Considere la siguiente tabla de frecuencias

Letra	Frecuencia	Letra	Frecuencia
I	7.5	C	5.0
U	20.0	H	10.0
B	2.5	M	2.5
S	27.5	P	25.0

1. Construya un código de Huffman y codifique la cadena $PMUBSCH$
2. calcule la longitud esperada y la entropía
3. Decodifique la cadena esa re larga que dan ahí

13. Escriba los recorridos pre orden , post orden y in orden del siguiente arbol:



14. escriba las siguientes formulas en notación infija:

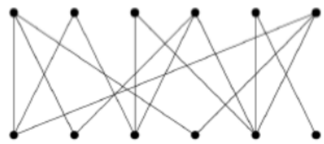
a. $\rightarrow \vee \wedge p\, r \rightarrow q\, p \neg \leftrightarrow r\, p$

b. $p\, r \vee r\, p \leftrightarrow \rightarrow s \vee \neg$

c. $32 * 2 \uparrow 53 - 84 / * -$

d. $+ - \uparrow 32 \uparrow 23/6 - 42$

15. Considere el siguiente grafo G



1. verifique si cumple la condición de Hall
2. ecuentre el emparejamiento máximo (justifiquelo mostrando un cubrimiento por vértices minimo)
3. encuentre un emparejamiento maximal que no sea máximo
4. encuentre un conjunto independiente máximo
5. encuentre un cubrimiento por aristas mínimo