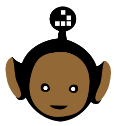
Taller 1 de Teoría de Grafos

Rodrigo Castillo

26 de agosto de 2020



1. Determine si las siguientes parejas de grafos son isomorfas. Defina el isomorfismo o use invariantes para probar que no son isomorfas

1.1. Pareja 1:

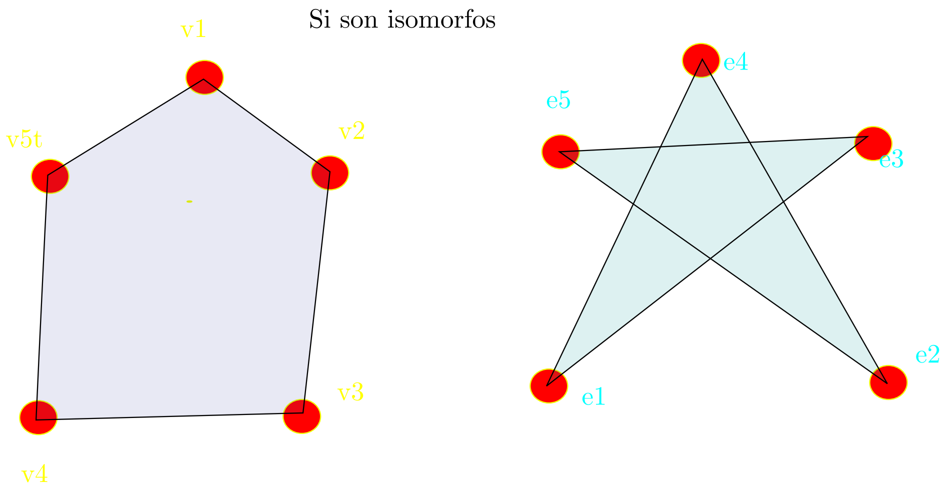


Figura 1: grafouno

estos grafos si son isomorfos, usaré el siguiente dibujo para exponer la biyección:

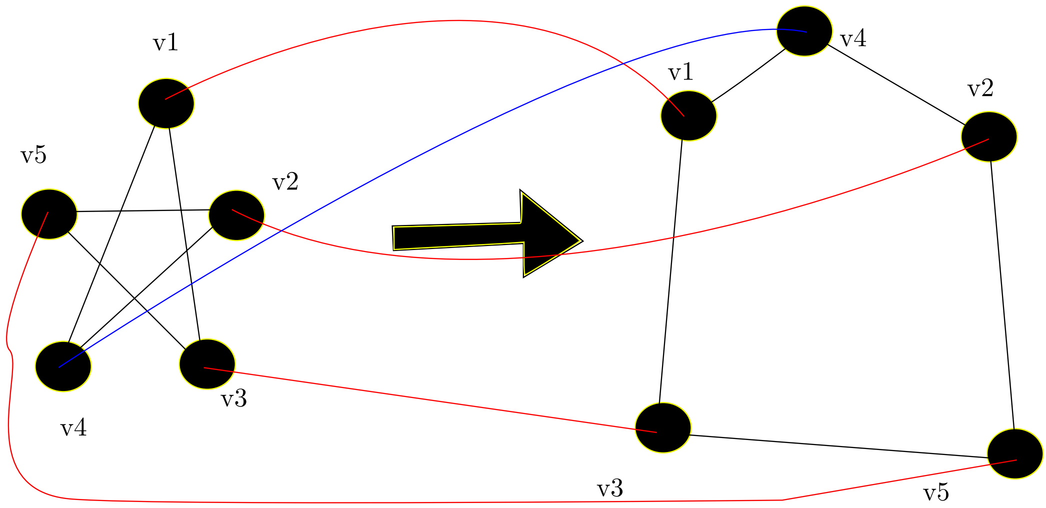
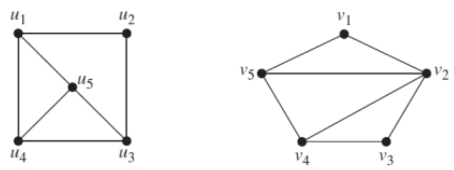


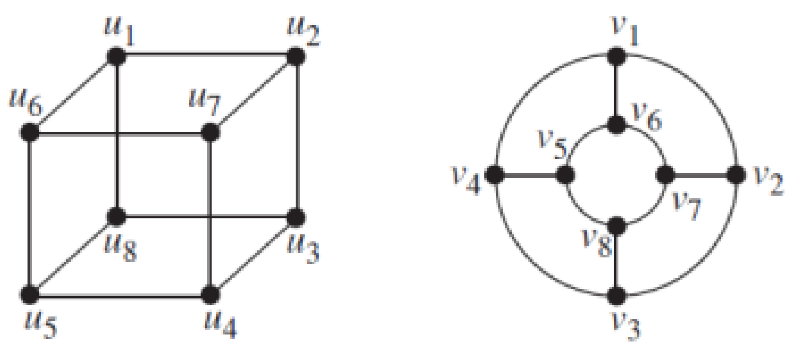
Figura 2: biyecuno

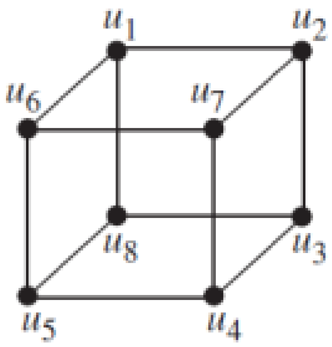
1.2. Pareja 2:

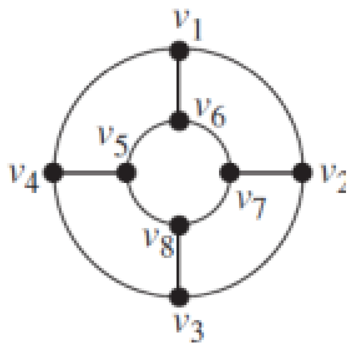


no son isomorfos, esto para porque el maximo grado de una arista en el grafo de la izquierda es de 4 y en el de la derecha es de 3, el maximo grado de una arista es un invariante.

1.3. Pareja 3:

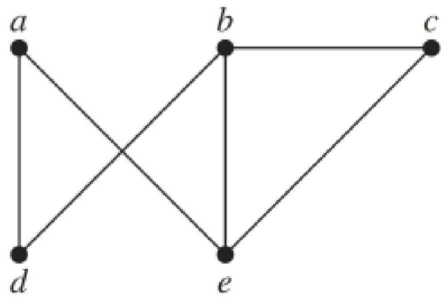






isomorfismo :
$u1 \implies v1$
$u2 \implies v2$
$u6 \implies v4$
$u7 \implies v3$
$u4 \implies v5$
$u3 \implies v6$
$u5 \implies v7$
$u8 \implies v8$

2. construya la matriz de adyacencia A del siguiente grafo:



2.1. Matriz de adyacencia

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.1.1. calcule A^2

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
1	2	2	1	0	0
2	2	3	1	0	1
3	1	1	2	1	1
4	0	0	1	2	2
5	0	1	1	2	3

(esta propiedad me parece especialmente poderosa :O)

2.1.2. escriba una $b-c$ caminata con longitud 2, y 3 $e-e$ caminatas de longitud 2

$b-c$ caminata de longitud 2
caminata:

$$[b-e, c-e] \tag{1}$$

3 caminatas $e-e$ de longitud 2

$$[e-b, b-e], [e-a, a-b], [e-c, c-e] \tag{2}$$

2.1.3. calcule A^3

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	0	1	2	4	5
2	1	2	4	5	6
3	2	4	2	2	4
4	4	5	2	0	1
5	5	6	4	1	2

2.2. Escriba cinco $a-e$ -caminatas de longitud 3 y verifique que no existen $d-d$ caminatas de longitud 3

$a-e$ caminatas de longitud 3 :

$$[a-d, d-b, b-e], [a-e, e-c, c-e], [a-e, e-a, a-e], [a-e, e-b, b-e], [a-d, d-a, a-c] \quad (3)$$

no existen caminatas de longitud 3:
note que el siguiente grafo es isomorfo al grafo dado.
en este grafo se puede ver que no existen d-d caminatas de longitud 3, sin embargo, es trivial verlo en los resultados de A^3 pues sabemos que A^3 nos devuelve la cantidad de caminatas que hay de un vértice a otro.

2.2.1. Formule una proposición que resuma los resultados observados en los ejercicios anteriores.

A^n nos retorna la cantidad de $n-caminatas$ que hay de un vértice a otro y ésto es muy poderoso.

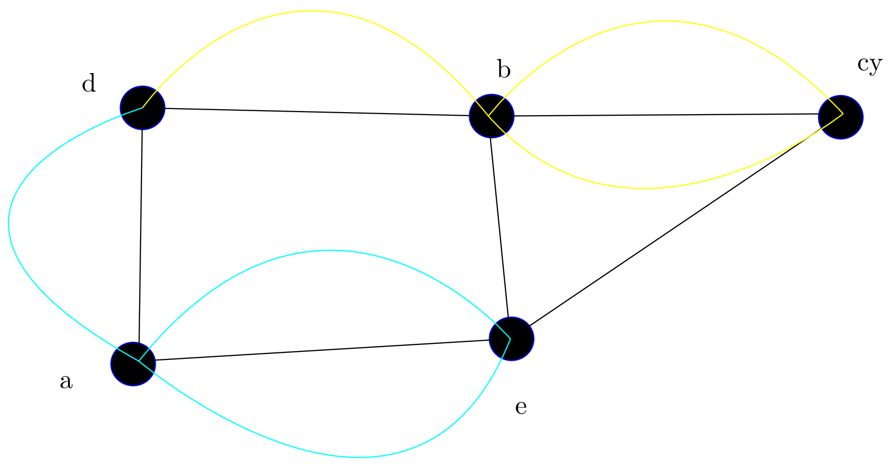
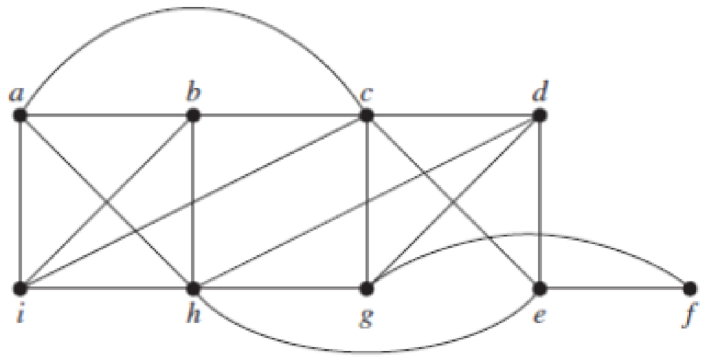


Figura 3: camimatastres

3. Pruebe que un grafo es conexo si y solo si para toda partición de sus vértices en dos subconjuntos novacıos hay al menos una arista con puntos finales en ambos conjuntos

$\Longrightarrow$
suponga que K es un grafo conexo, luego para cualquier par de vértices $a, b \in K$ se tiene que existe una $a, b - caminata$ y suponga además que existe una partición de vértices en dos subconjuntos no vacíos de K tales que no existe una arista con puntos finales en ambos conjuntos, luego existen dos vértices a, b tales que no existe una $a, b - caminata$, por lo tanto K es un grafo disconexo .
$\Longleftarrow$
suponga que K es un grafo para el cuál conjuntos no vacios, existe una arista con puntos finales en ambos conjuntos , sean a, b vértices de K , suponga que $a \in P$ y que $b \in O$ siendo O, P subconjuntos no vacios de K , por lo tanto, existe una arista que une a $P - K$, luego existe una caminata a, b , por lo tanto, para cualquier par de vértices $a, b \in K$ se tiene que existe una $a - b$ caminata, por lo tanto, existe un $a - b$ camino, luego K es conexo.

4. escriba (si es posible) un circuito o sendero euleriano en el siguiente grafo



si existe un circuito euleriano en el grafo , pues sus aristas son pares.