

# Tableaux Semánticos de la Lógica Proposicional

Sesión 15

---

Edgar Andrade, PhD

Última revisión: Marzo de 2020

Departamento de Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación



# Presentación

En esta sesión estudiaremos:

1. Motivación de los tableaux
2. Construcción de los tableaux
3. Usando tableaux para clasificar fórmulas
4. Usando tableaux para verificar la validez de argumentos

# Contenido

- 1 Motivación de los tableaux**
- 2 Construcción de los tableaux**
- 3 Usando tableaux para clasificar fórmulas**
- 4 Usando tableaux para verificar la validez de argumentos**

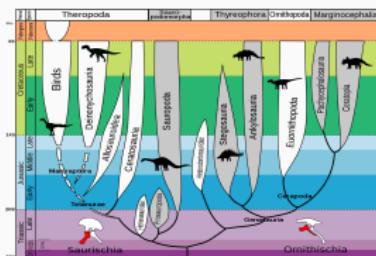
# Motivación de los tableaux (1/3)

Deseamos un procedimiento mecánico que permita:



# Motivación de los tableaux (1/3)

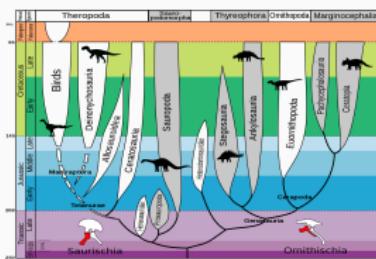
Deseamos un procedimiento mecánico que permita:



Clasificar  
fórmulas

# Motivación de los tableaux (1/3)

Deseamos un procedimiento mecánico que permita:



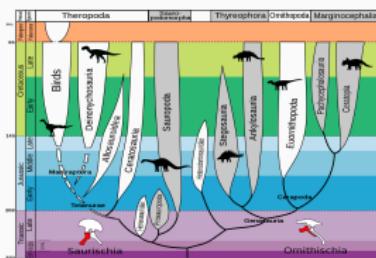
Clasificar  
fórmulas



Verificar  
validez de  
argumentos

# Motivación de los tableaux (1/3)

Deseamos un procedimiento mecánico que permita:



Clasificar  
fórmulas



Verificar  
validez de  
argumentos



Resolver  
problemas

## Motivación de los tableaux (2/3)

Las tablas de verdad sirven este propósito:

## Motivación de los tableaux (2/3)

Las tablas de verdad sirven este propósito:

Una fórmula es válida si su columna de la tabla de verdad contiene solo el valor verdadero.

## Motivación de los tableaux (2/3)

Las tablas de verdad sirven este propósito:

Una fórmula es válida si su columna de la tabla de verdad contiene solo el valor verdadero.

Una fórmula es insatisfacible si su columna de la tabla de verdad contiene solo el valor falso.

## Motivación de los tableaux (2/3)

Las tablas de verdad sirven este propósito:

Una fórmula es válida si su columna de la tabla de verdad contiene solo el valor verdadero.

Una fórmula es insatisfacible si su columna de la tabla de verdad contiene solo el valor falso.

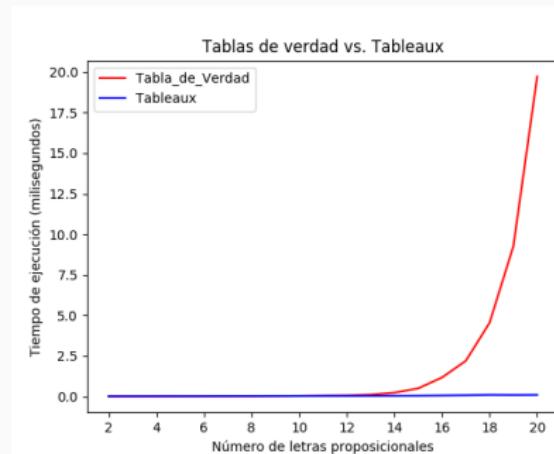
Una fórmula es contingente si su columna de la tabla de verdad contiene tanto valores verdaderos como falsos.

## Motivación de los tableaux (3/3)

Los Tableaux semánticos son un procedimiento mecánico *en algunos casos más eficiente* que las tablas de verdad.

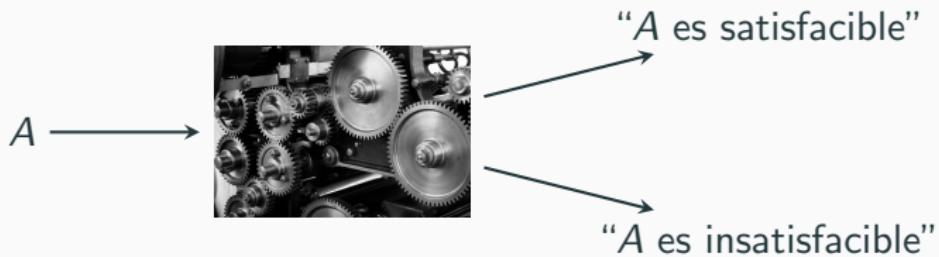
## Motivación de los tableaux (3/3)

Los Tableaux semánticos son un procedimiento mecánico *en algunos casos más eficiente* que las tablas de verdad.



Comparación de tiempos de ejecución para determinar si una fórmula es satisfacible. En el eje horizontal están las fórmulas  $p_1 \wedge p_2$ ,  $(p_1 \wedge p_2) \wedge p_3$ , ..., ordenadas por el número de letras proposicionales.

# Tableaux



# Tableaux

**Definición:** Sea  $A$  una fórmula. Un tableau semántico  $\tau$  para  $A$  es un árbol tal que:

- sus nodos están etiquetados con conjuntos de fórmulas
- sus hojas están etiquetadas con conjuntos de literales

**Definición:**  $\tau$  es cerrado si todas sus hojas contienen un par complementario de literales. De lo contrario,  $\tau$  es abierto.

A demostrar más adelante...

$\tau$  es cerrado si  $A$  es insatisfacible

$\tau$  es abierto si  $A$  es satisfacible

# Contenido

- 1 Motivación de los tableaux**
- 2 Construcción de los tableaux**
- 3 Usando tableaux para clasificar fórmulas**
- 4 Usando tableaux para verificar la validez de argumentos**

# Literales

Un *literal* es un átomo o la negación de un átomo.

# Literales

Un *literal* es un átomo o la negación de un átomo.

Ejemplos:  $p$ ,  $\neg p$ ,  $\neg q$ , ...

# Literales

Un *literal* es un átomo o la negación de un átomo.

Si  $p$  es un átomo,  $\{p, \neg p\}$  es un par complementario de literales.

## Descomposición de fórmulas (1/3)

Sea  $A = p \wedge (\neg q \vee \neg p)$ . Descompondremos  $A$  en conjuntos de literales.

## Descomposición de fórmulas (1/3)

Sea  $A = p \wedge (\neg q \vee \neg p)$ . Descompondremos  $A$  en conjuntos de literales.

$$\{p \wedge (\neg q \vee \neg p)\}$$

La raíz de  $A$  es  $\wedge$

## Descomposición de fórmulas (1/3)

Sea  $A = p \wedge (\neg q \vee \neg p)$ . Descompondremos  $A$  en conjuntos de literales.

$$\{p \wedge (\neg q \vee \neg p)\}$$



$$\{p, \neg q \vee \neg p\}$$

Quitamos  $A$  y ponemos  $p$  y  
 $\neg q \vee \neg p$

## Descomposición de fórmulas (1/3)

Sea  $A = p \wedge (\neg q \vee \neg p)$ . Descompondremos  $A$  en conjuntos de literales.

$$\{p \wedge (\neg q \vee \neg p)\}$$



$$\{p, \textcolor{orange}{\neg q \vee \neg p}\}$$

La raíz de  $\neg q \vee \neg p$  es  $\vee$

## Descomposición de fórmulas (1/3)

Sea  $A = p \wedge (\neg q \vee \neg p)$ . Descompondremos  $A$  en conjuntos de literales.

$$\{p \wedge (\neg q \vee \neg p)\}$$



$$\{p, \neg q \vee \neg p\}$$



$$\{p, \neg q\} \quad \{p, \neg p\}$$

Quitamos  $\neg q \vee \neg p$  y abrimos dos opciones con cada uno de los lados.

## Descomposición de fórmulas (1/3)

Sea  $A = p \wedge (\neg q \vee \neg p)$ . Descompondremos  $A$  en conjuntos de literales.

$$\{p \wedge (\neg q \vee \neg p)\}$$



$$\{p, \neg q \vee \neg p\}$$



$$\{p, \neg q\} \quad \{p, \neg p\}$$



La rama de la derecha contiene un par complementario de literales.

## Descomposición de fórmulas (1/3)

Sea  $A = p \wedge (\neg q \vee \neg p)$ . Descompondremos  $A$  en conjuntos de literales.

$$\{p \wedge (\neg q \vee \neg p)\}$$



$$\{p, \neg q \vee \neg p\}$$



$$\{p, \neg q\} \quad \{p, \neg p\}$$



La rama de la izquierda NO contiene un par complementario de literales.

## Descomposición de fórmulas (2/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .

## Descomposición de fórmulas (2/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .

$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)\}$

La raíz de  $A$  es  $\wedge$

## Descomposición de fórmulas (2/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .

$$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)\}$$



$$\{p \vee q, \neg p \vee \neg q\}$$

Quitamos  $A$  y ponemos  $p \vee q$   
y  $\neg p \vee \neg q$

## Descomposición de fórmulas (2/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .

$$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)\}$$

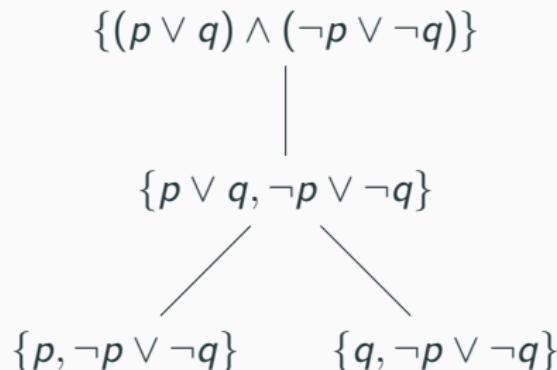


La raíz de  $p \vee q$  es  $\vee$

$$\{p \vee q, \neg p \vee \neg q\}$$

## Descomposición de fórmulas (2/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .



Quitamos  $p \vee q$  y abrimos dos ramas

## Descomposición de fórmulas (2/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .

$$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)\}$$



$$\{p \vee q, \neg p \vee \neg q\}$$

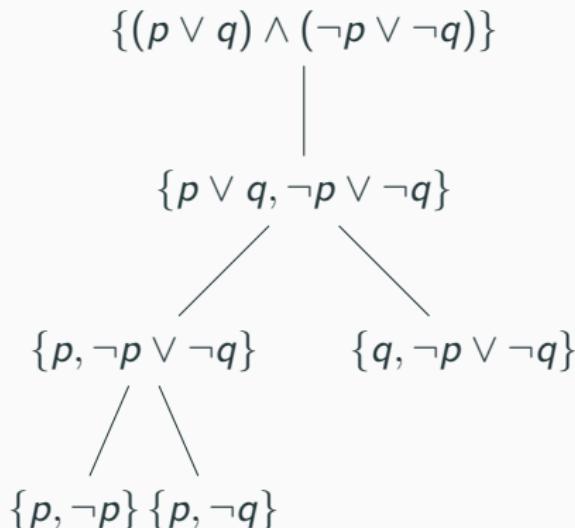
La raíz de  $\neg p \vee \neg q$  es  $\vee$

$$\{p, \neg p \vee \neg q\}$$

$$\{q, \neg p \vee \neg q\}$$

## Descomposición de fórmulas (2/3)

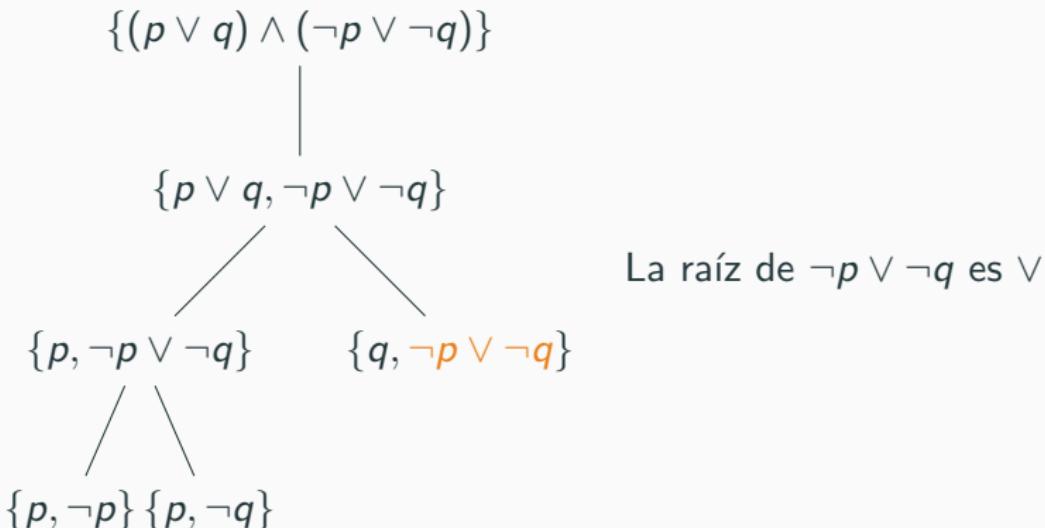
Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .



Quitamos  $\neg p \vee \neg q$  y abrimos dos ramas

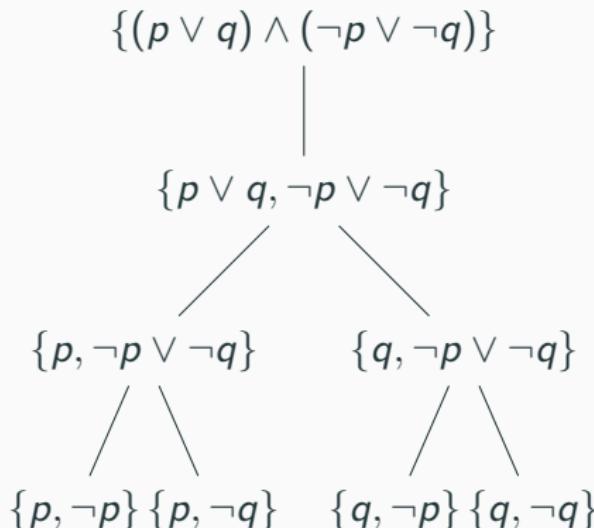
## Descomposición de fórmulas (2/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .



## Descomposición de fórmulas (2/3)

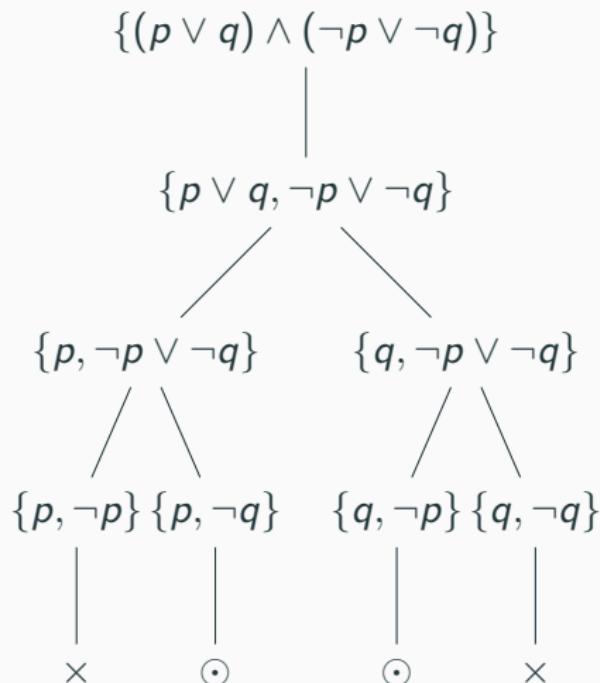
Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .



Quitamos  $\neg p \vee \neg q$  y abrimos dos ramas

## Descomposición de fórmulas (2/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ .



Verificamos pares complementarios

## Descomposición de fórmulas (3/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ .

## Descomposición de fórmulas (3/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ .

$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)\}$

La raíz de  $A$  es  $\wedge$

## Descomposición de fórmulas (3/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ .

$$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)\}$$



$$\{p \vee q, \neg p \wedge \neg q\}$$

Quitamos  $A$  y ponemos  $p \vee q$   
y  $\neg p \wedge \neg q$

## Descomposición de fórmulas (3/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ .

$$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)\}$$



$$\{p \vee q, \textcolor{orange}{\neg p \wedge \neg q}\}$$

La raíz de  $\neg p \wedge \neg q$  es  $\wedge$

## Descomposición de fórmulas (3/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ .

$$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)\}$$



$$\{p \vee q, \neg p \wedge \neg q\}$$



$$\{p \vee q, \neg p, \neg q\}$$

Quitamos  $\neg p \wedge \neg q$  y ponemos  
 $\neg p$  y  $\neg q$

## Descomposición de fórmulas (3/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ .

$$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)\}$$



$$\{p \vee q, \neg p \wedge \neg q\}$$



$$\{\textcolor{orange}{p \vee q}, \neg p, \neg q\}$$

La raíz de  $p \vee q$  es  $\vee$

## Descomposición de fórmulas (3/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ .

$$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)\}$$



$$\{p \vee q, \neg p \wedge \neg q\}$$



$$\{p \vee q, \neg p, \neg q\}$$



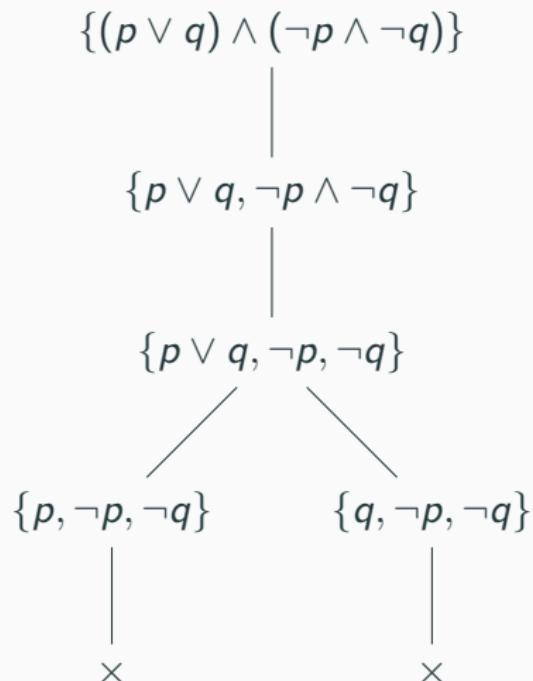
$$\{p, \neg p, \neg q\}$$

$$\{q, \neg p, \neg q\}$$

Quitamos  $p \vee q$  y abrimos dos ramas

## Descomposición de fórmulas (3/3)

Sea  $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ .



Verificamos pares  
complementarios

## Algoritmo de construcción de tableaux

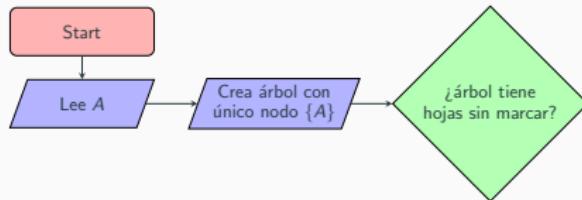
El algoritmo se basa en iteraciones sobre árboles.

El árbol de entrada del algoritmo es un sólo nodo, el cual está etiquetado con el conjunto cuyo único elemento es la fórmula  $A$  que queremos examinar.

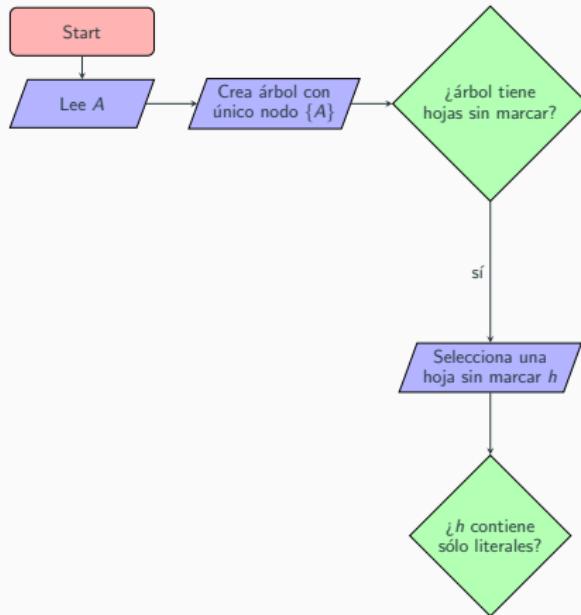
La iteración  $i$ -ésima actúa sobre una hoja no marcada del árbol  $i$ -ésimo, produciendo un nuevo árbol.

Cuando el árbol nuevo producido por la iteración sólo contiene hojas marcadas, el algoritmo termina.

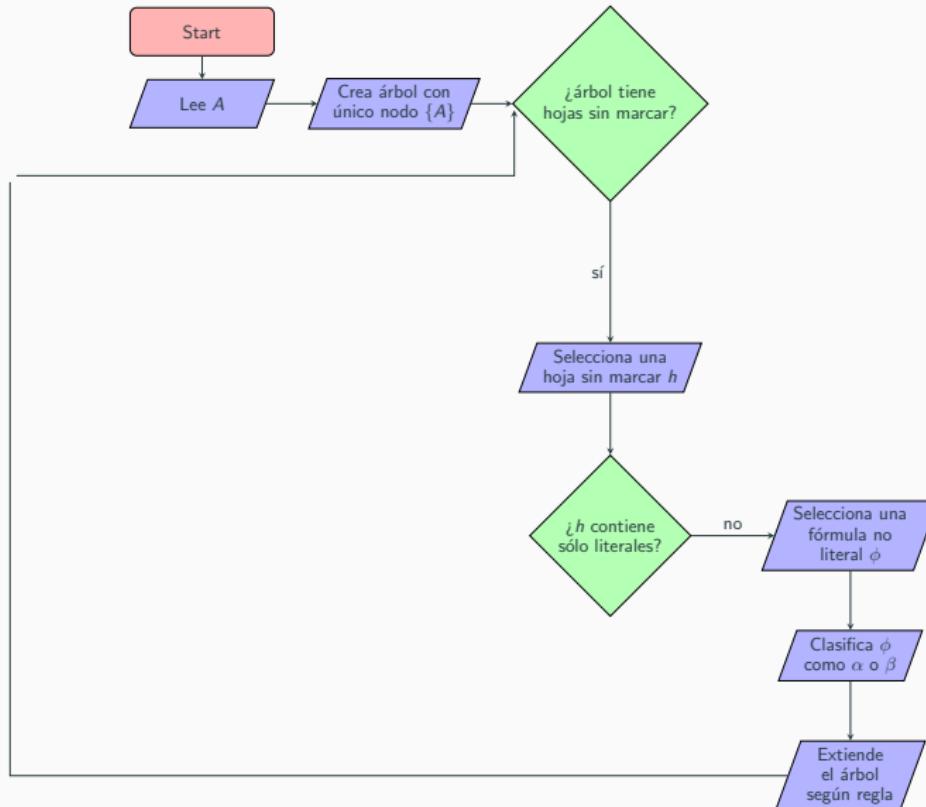
# Algoritmo de construcción de tableaux



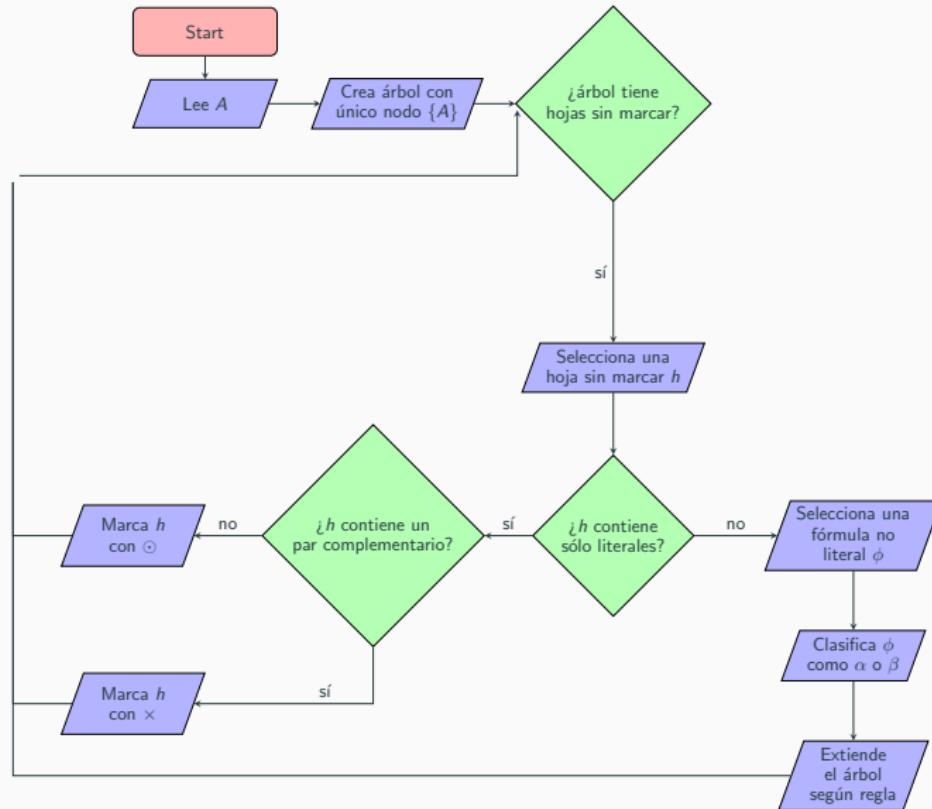
# Algoritmo de construcción de tableaux



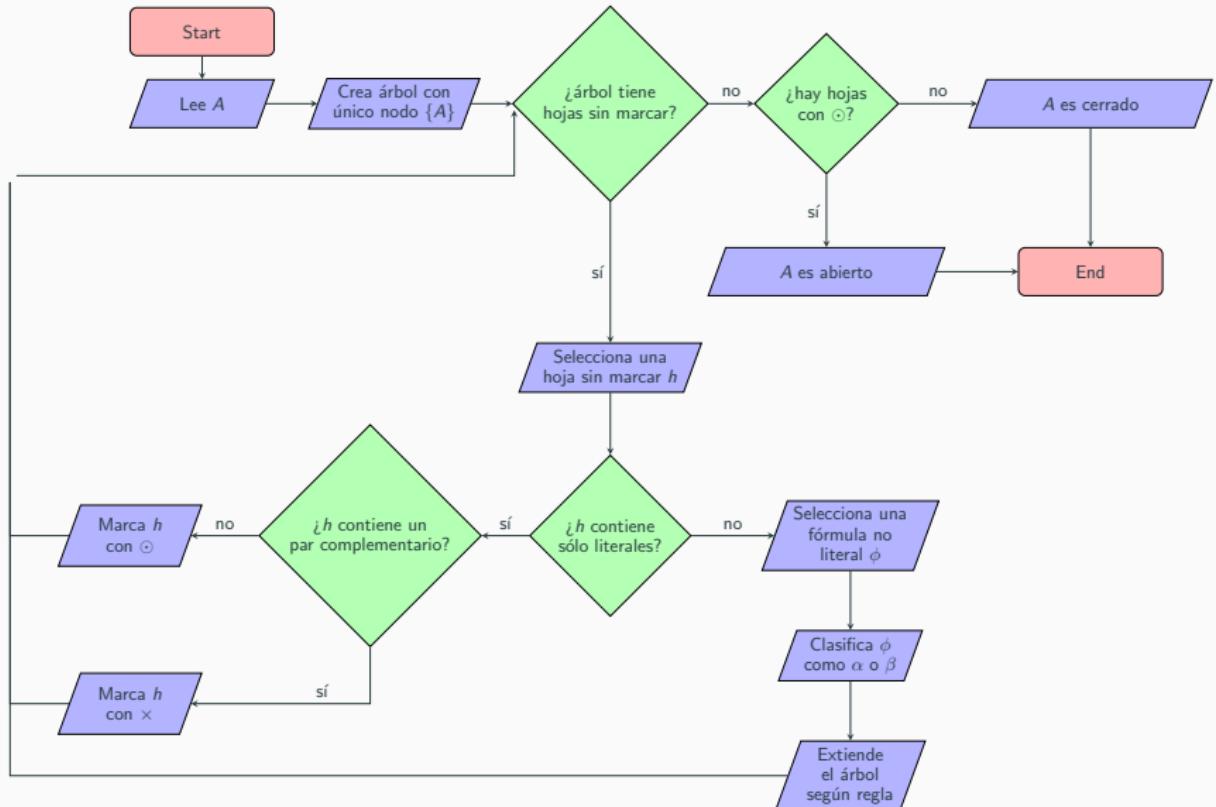
# Algoritmo de construcción de tableaux



# Algoritmo de construcción de tableaux



# Algoritmo de construcción de tableaux



## Reglas $\alpha$

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
$1\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
$2\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
$3\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
$4\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

## Reglas $\alpha$

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
$1\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
$2\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
$3\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
$4\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

Sea  $n$  un nodo,  $S$  el conjunto de fórmulas que etiqueta a  $n$  y  $\alpha \in S$ .

## Reglas $\alpha$

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
1 $\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
2 $\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
3 $\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
4 $\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

Sea  $n$  un nodo,  $S$  el conjunto de fórmulas que etiqueta a  $n$  y  $\alpha \in S$ .

Crear un hijo de  $n$ , llamémoslo  $n'$ , con el conjunto de fórmulas  $(S - \{\alpha\}) \cup \{\alpha_1, \alpha_2\}$ .

## Ejemplo

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
1 $\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
2 $\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
3 $\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
4 $\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

## Ejemplo

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
$1\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
$2\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
$3\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
$4\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

$$\{\neg\neg(\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s))\}$$

## Ejemplo

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
1 $\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
2 $\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
3 $\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
4 $\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

$$\{\neg\neg(\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s))\}$$

## Ejemplo

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
$1\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
$2\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
$3\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
$4\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

$$\{\neg\neg(\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s))\}$$



$$\{\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s)\}$$

## Ejemplo

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
$1\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
$2\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
$3\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
$4\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

$$\{\neg\neg(\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s))\}$$



$$\{\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s)\}$$

## Ejemplo

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
$1\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
$2\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
$3\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
$4\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

$$\{\neg\neg(\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s))\}$$



$$\{\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s)\}$$



$$\{\neg(p \vee q), \neg(r \rightarrow s)\}$$

## Ejemplo

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
$1\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
$2\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
$3\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
$4\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

$$\{\neg\neg(\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s))\}$$

|

$$\{\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s)\}$$

|

$$\{\neg(p \vee q), \neg(r \rightarrow s)\}$$

## Ejemplo

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
1 $\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
2 $\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
3 $\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
4 $\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

$$\{\neg\neg(\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s))\}$$

|

$$\{\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s)\}$$

|

$$\{\neg(p \vee q), \neg(r \rightarrow s)\}$$

|

$$\{\neg p, \neg q, \neg(r \rightarrow s)\}$$

## Ejemplo

	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
1 $\alpha$	$\neg\neg A_1$	$A_1$	
2 $\alpha$	$A_1 \wedge A_2$	$A_1$	$A_2$
3 $\alpha$	$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
4 $\alpha$	$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	$A_1$	$\neg A_2$

$$\{\neg\neg(\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s))\}$$



$$\{\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s)\}$$



$$\{\neg(p \vee q), \neg(r \rightarrow s)\}$$



$$\{\neg p, \neg q, \neg(r \rightarrow s)\}$$

## Ejemplo

$$\{\neg\neg(\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s))\}$$



$$\{\neg(p \vee q) \wedge \neg(r \rightarrow s)\}$$



$$\{\neg(p \vee q), \neg(r \rightarrow s)\}$$



$$\{\neg p, \neg q, \neg(r \rightarrow s)\}$$



$$\{\neg p, \neg q, r, \neg s\}$$

## Reglas $\beta$

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
$1\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$2\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
$3\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$

## Reglas $\beta$

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
$1\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$2\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
$3\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$

Sea  $n$  un nodo,  $S$  el conjunto de fórmulas que etiqueta a  $n$  y  $\beta \in S$ .

## Reglas $\beta$

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
$1\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$2\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
$3\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$

Sea  $n$  un nodo,  $S$  el conjunto de fórmulas que etiqueta a  $n$  y  $\beta \in S$ .

Crear dos hijos de  $n$ , llamémoslos  $n_1$  y  $n_2$ , con conjuntos de fórmulas  $(S - \{\beta\}) \cup \{\beta_1\}$  y  $(S - \{\beta\}) \cup \{\beta_2\}$ , respectivamente.

## Ejemplo

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
1 $\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
2 $\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
3 $\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$

## Ejemplo

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
1 $\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
2 $\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
3 $\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$

$$\{\neg(p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)\}$$

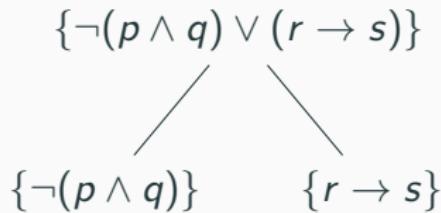
## Ejemplo

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
1 $\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
2 $\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
3 $\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$

$$\{\neg(p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)\}$$

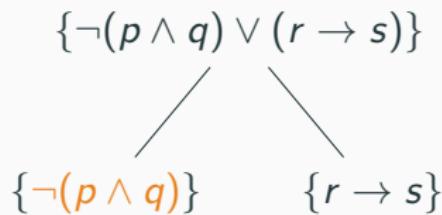
## Ejemplo

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
1 $\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
2 $\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
3 $\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$



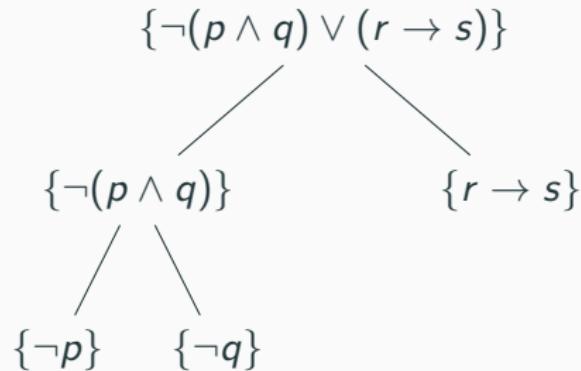
## Ejemplo

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
1 $\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
2 $\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
3 $\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$



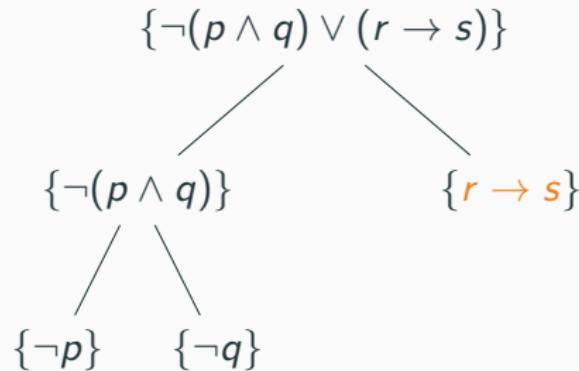
## Ejemplo

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
1 $\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
2 $\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
3 $\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$



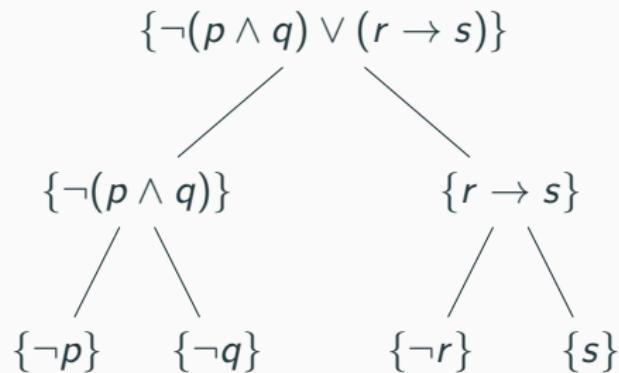
## Ejemplo

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
1 $\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
2 $\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
3 $\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$



## Ejemplo

	$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$
1 $\beta$	$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
2 $\beta$	$B_1 \vee B_2$	$B_1$	$B_2$
3 $\beta$	$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	$B_2$



# Contenido

- 1 Motivación de los tableaux**
- 2 Construcción de los tableaux**
- 3 Usando tableaux para clasificar fórmulas**
- 4 Usando tableaux para verificar la validez de argumentos**

## Clasificando fórmulas

Sea  $A$  una fórmula.

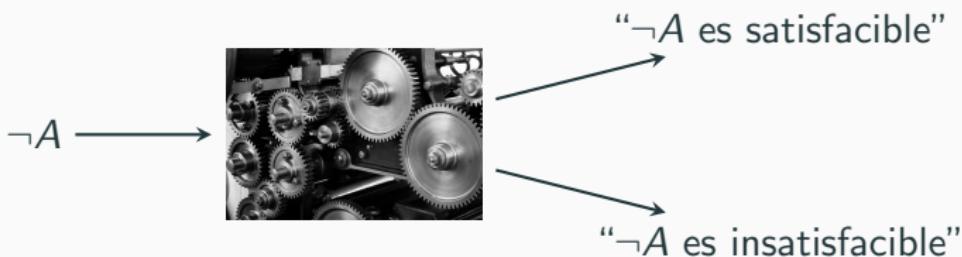
*Proposición:*  $A$  es válida sii  $\neg A$  es insatisfacible.

# Clasificando fórmulas

¿ $A$  es válida?

# Clasificando fórmulas

¿ $A$  es válida?



# Clasificando fórmulas

¿ $A$  es válida?

$$\neg A \longrightarrow$$



“ $\neg A$  es satisfacible”

“ $\neg A$  es insatisfacible”

OK, ¡ $A$  es válida!

# Clasificando fórmulas

¿ $A$  es válida?

$$\neg A \longrightarrow$$



¡ $A$  NO es válida!

“ $\neg A$  es satisfacible”

“ $\neg A$  es insatisfacible”

## Ejemplo

¿ $p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q)$  es válida?

## Ejemplo

¿ $p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q)$  es válida?

☞ Hacemos un tableau para  $\neg(p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q))$ :

## Ejemplo

¿ $p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q)$  es válida?

☞ Hacemos un tableau para  $\neg(p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q))$ :

$$\{\neg(p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q))\}$$

$$\{p, \neg((\neg p \vee q) \rightarrow q)\}$$

$$\{p, \neg p \vee q, \neg q\}$$

$$\{p, \neg p, \neg q\}$$

$$\{p, q, \neg q\}$$

✗

✗

## Ejemplo

¿ $p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q)$  es válida?

- ☞ Hacemos un tableau para  $\neg(p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q))$ :
- ☞ Como el tableau para  $\neg(p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q))$  es cerrado, entonces decimos que ella es insatisfacible.

## Ejemplo

¿ $p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q)$  es válida?

- ☞ Hacemos un tableau para  $\neg(p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q))$ :
- ☞ Como el tableau para  $\neg(p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q))$  es cerrado, entonces decimos que ella es insatisfacible.
- ☞ Se sigue que  $p \rightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow q)$  es válida.

# Contenido

- 1 Motivación de los tableaux
- 2 Construcción de los tableaux
- 3 Usando tableaux para clasificar fórmulas
- 4 Usando tableaux para verificar la validez de argumentos

## Verificando validez de argumentos

Sea  $B$  una fórmula y  $U = \{A_1, \dots, A_n\}$  un conjunto de fórmulas.

*Proposición:*  $U \models B$  si  $(A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \rightarrow B$  es válida.

## Verificando validez de argumentos

Sea  $B$  una fórmula y  $U = \{A_1, \dots, A_n\}$  un conjunto de fórmulas.

*Proposición:*  $U \models B$  si  $(A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \rightarrow B$  es válida.

Demostración en sesión 11.

## Fin de la sesión 8

En esta sesión usted ha aprendido a:

1. Construir tableaux semánticos para una fórmula dada.
2. Usar tableaux para clasificar fórmulas y verificar la validez de argumentos.