# Interpretaciones y tablas de verdad

Sesión 5

Edgar Andrade, PhD

Última revisión: Enero 2020

Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación





#### Presentación

#### En esta sesión estudiaremos:

- 1. Interpretaciones
- 2. Obtención del valor de verdad de una fórmula
- 3. Tablas de verdad

#### Contenido

1 Interpretaciones

2 Valor de verdad de una fórmula

3 Tablas de verdad

#### Mundo posible

Un mundo posible es la estipulación de cuáles átomos del mundo son verdaderos y cuales falsos.

#### Mundo posible

Un mundo posible es la estipulación de cuáles átomos del mundo son verdaderos y cuales falsos.

p: La luz roja está encendida

q: La luz amarilla está encendida

r: La luz verde está encendida

#### Mundo posible

Un mundo posible es la estipulación de cuáles átomos del mundo son verdaderos y cuales falsos.

 $p \bowtie verdadero$   $q \bowtie falso$   $r \bowtie falso$ 

#### Mundo posible

Un mundo posible es la estipulación de cuáles átomos del mundo son verdaderos y cuales falsos.



p rerdadero

q ☞ falso

r 🏻 falso

#### Mundo posible

Un mundo posible es la estipulación de cuáles átomos del mundo son verdaderos y cuales falsos.



p 摩 falso

q rerdadero

r 🔓 falso

#### Mundo posible

Un mundo posible es la estipulación de cuáles átomos del mundo son verdaderos y cuales falsos.

c₁ <sup>®</sup> verdadero

c₂ ☞ falso

c₃ <sup>®</sup> verdadero

c₄ ເ⇔ falso

c₅ <sup>®</sup> verdadero

c<sub>6</sub> <sup>™</sup> falso

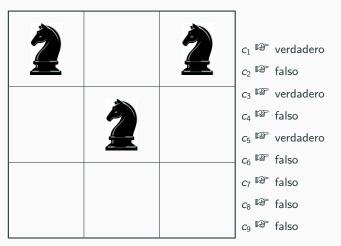
c7 <sup>®</sup> falso

c<sub>8</sub> <sup>™</sup> falso

c₀ <sup>©</sup> falso

#### Mundo posible

Un mundo posible es la estipulación de cuáles átomos del mundo son verdaderos y cuales falsos.



#### Interpretación de los átomos

Sea f una fórmula. Definimos  $P_f$  como el conjunto de átomos de f.

Decimos que I es una interpretación de f si  $I:P_f \to \{1,0\}$ . Es decir, I es una función que a cada átomo de f le asigna o bien el valor 1 o bien el 0.

5

### **Ejemplo**

Suponga que f es la fórmula  $(\neg p \lor q)$ .

Claramente  $P_f = \{p, q\}$ .

### **Ejemplo**

Suponga que f es la fórmula  $(\neg p \lor q)$ .

Claramente  $P_f = \{p, q\}$ .

Una interpretación  $I_1$  de f puede ser:

### **Ejemplo**

Suponga que f es la fórmula  $(\neg p \lor q)$ .

Claramente  $P_f = \{p, q\}$ .

Una interpretación  $I_1$  de f puede ser:

Existen otras tres interpretaciones de f:

	p	q
12	1	0
<i>I</i> <sub>3</sub>	0	1
$I_4$	0	0

#### Contenido

1 Interpretaciones

2 Valor de verdad de una fórmula

3 Tablas de verdad

```
Sea f una fórmula e I una interpretación de f. 
 DEF V_I(f): 
 SI f.RIGHT == NULL: 
 RETORNAR I(f.LABEL) 
 \vdots
```

```
Sea f una fórmula e I una interpretación de f.
Def V_I(f):
      SI f.RIGHT == NULL:
           RETORNAR I(f.LABEL)
Ej: Sea
I(p)=1
A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL})
```

```
Sea f una fórmula e I una interpretación de f.

DEF V_I(f):

SI f.RIGHT == NULL:

RETORNAR I(f.LABEL)

\vdots

Ej: Sea I(p)=1

A=TREE(p, NULL, NULL)
```

```
Sea f una fórmula e I una interpretación de f.
Def V_I(f):
      SI f.RIGHT == NULL:
            RETORNAR I(f.LABEL)
Ej: Sea
I(p)=1
A=\text{Tree}(p, \text{null}, \text{null})
\nabla V_I(A) = I(A. \text{LABEL})
```

```
Sea f una fórmula e I una interpretación de f.
Def V_I(f):
      SI f.RIGHT == NULL:
           RETORNAR I(f.LABEL)
Ej: Sea
I(p)=1
A=\text{Tree}(p, \text{null}, \text{null})
\mathbb{F}V_I(A) = I(p) = 1
```

```
Def V_l(f):

SI f.RIGHT == NULL:

RETORNAR l(f.LABEL)

SI NO, SI f.LABEL == \neg:

RETORNAR 1 - V_l(f.RIGHT)

\vdots
```

```
Def V_I(f):

SI f.RIGHT == NULL:
RETORNAR I(f.LABEL)

SI NO, SI f.LABEL == \neg:
RETORNAR 1 - V_I(f.RIGHT)

\vdots

Ej: Sean
I(p) = 1
A = \text{Tree}(p, \text{NULL, NULL}); B = \text{Tree}(\neg, \text{NULL, }A)
```

```
Def V_I(f):

SI f.RIGHT == NULL:
RETORNAR I(f.LABEL)

SI NO, SI f.LABEL == \neg:
RETORNAR 1 - V_I(f.RIGHT)

\vdots

Ej: Sean
I(p)=1
A=\text{Tree}(p, \text{NULL, NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL, }A)
```

```
Def V_I(f):
   SI f.RIGHT == NULL:
       RETORNAR I(f.LABEL)
SI NO, SI f.LABEL == \neg:
          RETORNAR 1 - V_I(f.RIGHT)
Ej: Sean
I(p)=1
A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
\mathbb{P}V_I(B) = 1 - V_I(B.RIGHT)
```

```
Def V_I(f):
    SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
SI NO, SI f.LABEL == \neg:
          RETORNAR 1 - V_I(f.RIGHT)
Ej: Sean
I(p)=1
A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
\mathbb{P}V_I(B) = 1 - V_I(A)
```

```
DEF V_I(f):

SI f.RIGHT == NULL:
RETORNAR I(f.LABEL)

SI NO, SI f.LABEL == \neg:
RETORNAR 1 - V_I(f.RIGHT)

\vdots
```

```
Def V_l(f):

SI f.right == null:

RETORNAR I(f.label)
SI NO, SI f.label == \neg:

RETORNAR 1 - V_l(f.right)

SI NO, SI f.LABEL == \land:

RETORNAR V_l(f.LEFT) \times V_l(f.RIGHT)

:
```

```
Def V_I(f):
    SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO, SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 - V_I(f.RIGHT)
SI NO, SI f.LABEL == \land:
               RETORNAR V_I(f.\text{LEFT}) \times V_I(f.\text{RIGHT})
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{null}, \text{null}); B=\text{Tree}(\neg, \text{null}, A)
C = \text{Tree}(\land, A, B)
```

```
Def V_I(f):
    SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO, SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 - V_I(f.RIGHT)
SI NO, SI f.LABEL == \wedge:
               RETORNAR V_I(f.\text{LEFT}) \times V_I(f.\text{RIGHT})
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{null}, \text{null}); B=\text{Tree}(\neg, \text{null}, A)
C = \text{Tree}(\land, A, B)
```

```
Def V_I(f):
    Si f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO, SI f.LABEL == \neg:
        RETORNAR 1 - V_I(f.RIGHT)
SI NO, SI f.LABEL == \land:
               RETORNAR V_I(f.\text{LEFT}) \times V_I(f.\text{RIGHT})
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\land, A, B)
\nabla V_I(C) = V_I(C.\text{LEFT}) \times V_I(C.\text{RIGHT})
```

```
Def V_I(f):
   SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO, SI f.LABEL == \neg:
        RETORNAR 1 - V_I(f.RIGHT)
SI NO, SI f.LABEL == \land:
              RETORNAR V_I(f.LEFT) \times V_I(f.RIGHT)
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\land, A, B)
V_I(C) = V_I(C.LEFT) \times V_I(C.RIGHT)
```

```
Def V_I(f):
   SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO, SI f.LABEL == \neg:
        RETORNAR 1 - V_I(f.RIGHT)
SI NO, SI f.LABEL == \land:
              RETORNAR V_I(f.LEFT) \times V_I(f.RIGHT)
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\land, A, B)
V_I(C) = V_I(A) \times V_I(C.RIGHT)
```

```
Def V_I(f):
    Si f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO, SI f.LABEL == \neg:
        RETORNAR 1 - V_I(f.RIGHT)
SI NO, SI f.LABEL == \land:
              RETORNAR V_I(f.LEFT) \times V_I(f.RIGHT)
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\land, A, B)
V_I(C) = V_I(A) \times V_I(C.RIGHT)
```

```
Def V_I(f):
   SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO, SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 - V_I(f.RIGHT)
SI NO, SI f.LABEL == \land:
              RETORNAR V_I(f.LEFT) \times V_I(f.RIGHT)
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\land, A, B)
V_I(C) = V_I(A) \times V_I(B)
```

```
Def V_I(f):
    SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO, SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 - V_I(f.RIGHT)
SI NO, SI f.LABEL == \land:
               RETORNAR V_I(f.\text{LEFT}) \times V_I(f.\text{RIGHT})
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\land, A, B)
V_{I}(C) = 1 \times 0 = 0
```

```
Def V_l(f):

SI f.RIGHT == NULL:

RETORNAR l(f.LABEL)

SI NO, SI f.LABEL == \neg:

RETORNAR 1 - V_l(f.RIGHT)

SI NO, SI f.LABEL == \land:

4RETORNAR V_l(f.LEFT) \times V_l(f.RIGHT)

SI NO, SI f.LABEL == \lor:

RETORNAR MAX\{V_l(f).LEFT, V_l(f).RIGHT)

:
```

```
Def V_I(f):
    Si f.right == Null:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO. SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 - V_I(f.RIGHT)
    SI NO, SI f.LABEL == \wedge:
            4Retornar V_i(f, \text{Left}) \times V_i(f, \text{Right})
SI NO, SI f.LABEL == \vee:
               RETORNAR MAX{V_I(f.LEFT), V_I(f.RIGHT)}
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\lor, A, B)
```

```
Def V_I(f):
    Si f.right == Null:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO. SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 - V_I(f.RIGHT)
    SI NO, SI f.LABEL == \wedge:
            4Retornar V_i(f, \text{Left}) \times V_i(f, \text{Right})
SI NO, SI f.LABEL == \vee:
               RETORNAR MAX{V_I(f.LEFT), V_I(f.RIGHT)}
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\lor, A, B)
```

```
Def V_I(f):
    SI f.RIGHT == NULL:
         RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO. SI f.LABEL == \neg:
         Retornar 1 — V_I(f, RIGHT)
    SI NO, SI f.LABEL == \wedge:
             4Retornar V_t(f, \text{Left}) \times V_t(f, \text{Right})
SI NO, SI f.LABEL == \vee:
               RETORNAR MAX{V_I(f.LEFT), V_I(f.RIGHT)}
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\lor, A, B)
\mathbb{P}V_{I}(C) = \max\{V_{I}(C.\text{LEFT}), V_{I}(C.\text{RIGHT})\}
```

```
Def V_I(f):
    SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO. SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 — V_I(f, RIGHT)
    SI NO, SI f.LABEL == \wedge:
            4Retornar V_t(f, \text{Left}) \times V_t(f, \text{Right})
SI NO, SI f.LABEL == \lor:
              RETORNAR MAX{V_I(f.LEFT), V_I(f.RIGHT)}
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\vee, A, B)
V_I(C) = \max\{V_I(C.LEFT), V_I(C.RIGHT)\}
```

```
Def V_I(f):
    SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO. SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 — V_I(f, RIGHT)
    SI NO, SI f.LABEL == \wedge:
            4Retornar V_t(f, \text{Left}) \times V_t(f, \text{Right})
SI NO, SI f.LABEL == \lor:
               RETORNAR MAX{V_I(f.LEFT), V_I(f.RIGHT)}
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\lor, A, B)
V_I(C) = \max\{V_I(A), V_I(C.RIGHT)\}
```

```
Def V_I(f):
    SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO. SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 - V_I(f, RIGHT)
    SI NO, SI f.LABEL == \wedge:
            4Retornar V_t(f, \text{Left}) \times V_t(f, \text{Right})
SI NO, SI f.LABEL == \lor:
               RETORNAR MAX{V_I(f.LEFT), V_I(f.RIGHT)}
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\vee, A, B)
V_I(C) = \max\{V_I(A), V_I(C.RIGHT)\}
```

```
Def V_I(f):
    SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO. SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 - V_I(f, RIGHT)
    SI NO, SI f.LABEL == \wedge:
            4Retornar V_t(f, \text{Left}) \times V_t(f, \text{Right})
SI NO, SI f.LABEL == \vee:
               RETORNAR MAX{V_I(f.LEFT), V_I(f.RIGHT)}
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\lor, A, B)
V_I(C) = \max\{V_I(A), V_I(B)\}
```

```
Def V_I(f):
    SI f.RIGHT == NULL:
        RETORNAR I(f.LABEL)
    SI NO. SI f.LABEL == \neg:
        Retornar 1 - V_I(f, RIGHT)
    SI NO, SI f.LABEL == \wedge:
            4Retornar V_t(f, \text{Left}) \times V_t(f, \text{Right})
SI NO, SI f.LABEL == \lor:
               RETORNAR MAX{V_I(f.LEFT), V_I(f.RIGHT)}
Ei: Sean
I(p)=1; A=\text{Tree}(p, \text{NULL}, \text{NULL}); B=\text{Tree}(\neg, \text{NULL}, A)
C = \text{Tree}(\lor, A, B)
V_I(C) = \max\{1, 0\} = 1
```

```
Def V_l(f):

SI f.right == null:

Retornar l(f.label)
SI no, SI f.label == \neg:

Retornar 1 - V_l(f.right)
SI no, SI f.label == \land:

Retornar V_l(f.left) \times V_l(f.right)
SI no, SI f.label == \lor:

Retornar max{V_l(f.left), V_l(f.right)}
SI no, SI f.label == \lor:

RETORNAR MAX{l(f.left), V_l(f.right)}

SI no, SI f.label == \rightarrow:

RETORNAR MAX{l-V_l(f.left), V_l(f.right)}

:
```

```
Def V_l(f):

SI f.right == null:

RETORNAR I(f.Label)
SI NO, SI f.Label == \neg:

RETORNAR 1 - V_l(f.right)
SI NO, SI f.Label == \wedge:

RETORNAR V_l(f.Left) \times V_l(f.right)
SI NO, SI f.Label == \vee:

RETORNAR MAX{V_l(f.Left), V_l(f.right)}
SI NO, SI f.Label == \rightarrow:

RETORNAR MAX{1 - V_l(f.Left), V_l(f.right)}
SI NO, SI f.Label == \leftrightarrow:

RETORNAR 1 - (V_l(f.Left)) - V_l(f.Right))^2
```

#### Contenido

1 Interpretaciones

2 Valor de verdad de una fórmula

3 Tablas de verdad

Suponga que f es la fórmula  $(\neg p \lor q)$ . Claramente  $P_f = \{p, q\}$ . Suponga la siguiente interpretación  $I_1$ :

Suponga que f es la fórmula  $(\neg p \lor q)$ . Claramente  $P_f = \{p, q\}$ . Suponga la siguiente interpretación  $I_1$ :

Suponga que f es la fórmula  $(\neg p \lor q)$ . Claramente  $P_f = \{p, q\}$ . Suponga la siguiente interpretación  $I_1$ :

Suponga que f es la fórmula  $(\neg p \lor q)$ . Claramente  $P_f = \{p, q\}$ . Suponga la siguiente interpretación  $I_1$ :

Suponga que f es la fórmula  $(\neg p \lor q)$ . Claramente  $P_f = \{p, q\}$ . Suponga la siguiente interpretación  $I_1$ :

Suponga que f es la fórmula  $(\neg p \lor q)$ . Claramente  $P_f = \{p, q\}$ . Suponga la siguiente interpretación  $I_1$ :

Al considerar todas las posibles interpretaciones y encontrar los valores de verdad de esta forma, se obtiene la tabla de verdad:

	p	q	
$I_1$	1	1	
$I_2$	1	0	
$I_3$	0	1	
14	0	0	

Al considerar todas las posibles interpretaciones y encontrar los valores de verdad de esta forma, se obtiene la tabla de verdad:

	p	q	$\neg p$	
$I_1$	1	1	0	
$I_2$	1	0	0	
$I_3$	0	1	1	
$I_4$	0	0	1	

Al considerar todas las posibles interpretaciones y encontrar los valores de verdad de esta forma, se obtiene la tabla de verdad:

	р	q	$\neg p$	$(\neg p \lor q)$
$I_1$	1	1	0	1
$I_2$	1	0	0	0
$I_3$	0	1	1	1
$I_4$	0	0	1	1

#### Fin de la sesión 5

#### En esta sesión usted ha aprendido:

- Considerar las interpretaciones como mundos posibles, los cuales representan aspectos atómicos de la realidad.
- Encontrar de manera recursiva el valor de verdad de una fórmula de la lógica proposicional.
- Considerar las filas de una tabla de verdad como interpretaciones y las columnas como la obtención del valor de verdad de una fórmula de manera inversa a la recursión.