Lógica, lenguaje y recursión

Sesión 1

Edgar Andrade, PhD

Última revisión: Enero 2020

Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación

Presentación

En esta sesión estudiaremos:

1. Un poco de historia
2. Fórmulas y la representación del mundo
3. Estructura y recursión

Contenido

Contenido

Lógica

- ☞ Un razonamiento es un discurso que va de unas premisas a una conclusión.

Lógica

- ☞ Un razonamiento es un discurso que va de unas premisas a una conclusión.
- ☞ La lógica es el estudio de los principios que diferencian los razonamientos válidos de los inválidos.

Lógica

- ☞ Un razonamiento es un discurso que va de unas premisas a una conclusión.
- ☞ La lógica es el estudio de los principios que diferencian los razonamientos válidos de los inválidos.
- ☞ Un razonamiento es válido si no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

Lógica

- ☞ Un razonamiento es un discurso que va de unas premisas a una conclusión.
- ☞ La lógica es el estudio de los principios que diferencian los razonamientos válidos de los inválidos.
- ☞ Un razonamiento es válido si no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

Ejemplo

Supongamos que n es par.

Lógica

- ☞ Un razonamiento es un discurso que va de unas premisas a una conclusión.
- ☞ La lógica es el estudio de los principios que diferencian los razonamientos válidos de los inválidos.
- ☞ Un razonamiento es válido si no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

Ejemplo

Supongamos que n es par.

Entonces $n = 2a$ para algún $a \in \mathbb{Z}$.

Lógica

- ☞ Un razonamiento es un discurso que va de unas premisas a una conclusión.
- ☞ La lógica es el estudio de los principios que diferencian los razonamientos válidos de los inválidos.
- ☞ Un razonamiento es válido si no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

Ejemplo

Supongamos que n es par.

Entonces $n = 2a$ para algún $a \in \mathbb{Z}$.

Luego $nn = 2(a2a)$.

Lógica

- ☞ Un razonamiento es un discurso que va de unas premisas a una conclusión.
- ☞ La lógica es el estudio de los principios que diferencian los razonamientos válidos de los inválidos.
- ☞ Un razonamiento es válido si no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

Ejemplo

Supongamos que n es par.

Entonces $n = 2a$ para algún $a \in \mathbb{Z}$.

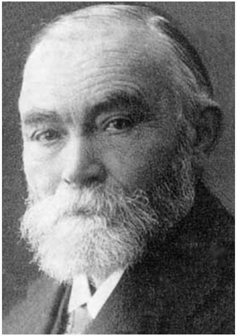
Luego $nn = 2(a2a)$.

Por lo tanto, n^2 es par.

Influencias históricas (1/2)

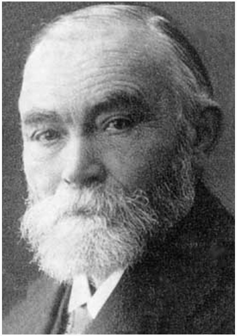
Gottfried Leibniz (1646–1716)

Influencias históricas (2/2)



Gotlob Frege (1848–1925)
☞ Las matemáticas se fundamentan en la lógica

Influencias históricas (2/2)

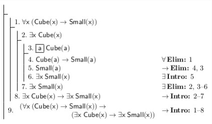


Gotlob Frege (1848–1925)
☞ Las matemáticas se fundamentan en la lógica

David Hilbert (1862–1943)
☞ Las matemáticas se fundamentan en procedimientos mecánicos

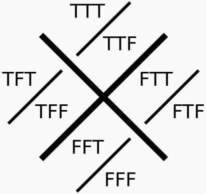
Sistema lógico

Lenguaje



1. $\forall x\,(\mathsf{Cube}(x) \to \mathsf{Small}(x))$
2. $\exists x\,\mathsf{Cube}(x)$
3. $\boxed{a}$ $\mathsf{Cube}(a)$
4. $\mathsf{Cube}(a) \to \mathsf{Small}(a)$ — $\forall$ **Elim:** 1
5. $\mathsf{Small}(a)$ — $\to$ **Elim:** 4, 3
6. $\exists x\,\mathsf{Small}(x)$ — $\exists$ **Intro:** 5
7. $\exists x\,\mathsf{Small}(x)$ — $\exists$ **Elim:** 2, 3–6
8. $\exists x\,\mathsf{Cube}(x) \to \exists x\,\mathsf{Small}(x)$ — $\to$ **Intro:** 2–7
9. $(\forall x\,(\mathsf{Cube}(x) \to \mathsf{Small}(x))) \to (\exists x\,\mathsf{Cube}(x) \to \exists x\,\mathsf{Small}(x))$ — $\to$ **Intro:** 1–8

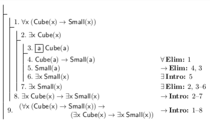
Deducciones



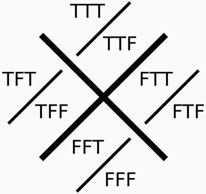
Valores de verdad

Sistema lógico

Lenguaje



Deducciones



Valores de verdad

Fórmulas

p**:** El perro corre.

q**:** La niña trota.

$p \wedge q$**:** El perro corre y la niña trota.

Fórmulas

p: El perro corre.

q: La niña trota.

$p \wedge q$: El perro corre y la niña trota.

Átomos

Las letras proposicionales (o átomos) representan situaciones susceptibles de ser falsas o verdaderas. Un nombre no es un átomo, pues su referente no es susceptible de ser falso o verdadero. Que dicho objeto tenga una propiedad sí puede representarse mediante una letra proposicional.

Fórmulas

Átomos: p, q, r, $\ldots$

Conectivos lógicos: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$

Paréntesis: (,)

Fórmulas

Átomos: p, q, r, ...

Conectivos lógicos: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$

Paréntesis: (,)

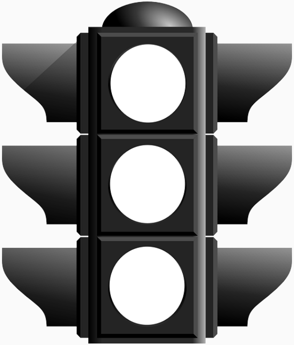
Estructura

Las fórmulas de la lógica proposicional se forman mediante reglas recursivas. Este será el tema de la sesión 2.

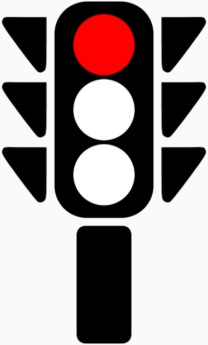
Contenido

Semáforo (1/5)

En un semáforo sólo una luz se prende simultáneamente y siempre hay una luz encendida.

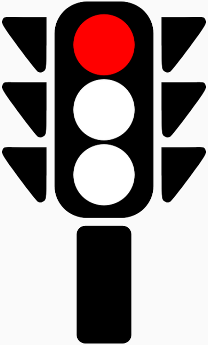


Semáforo (2/5)



p: La luz roja está encendida

Semáforo (2/5)



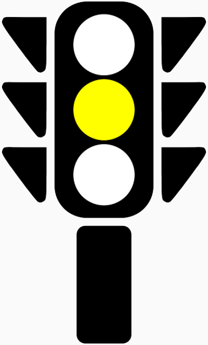
p: La luz roja está encendida

$\neg q$: La luz amarilla no está encendida

$\neg r$: La luz verde no está encendida

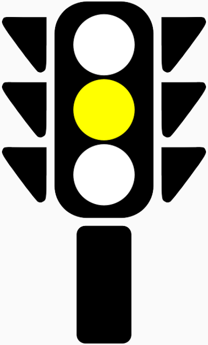
$$p \wedge (\neg q \wedge \neg r)$$

Semáforo (3/5)



q: La luz amarilla está encendida

Semáforo (3/5)



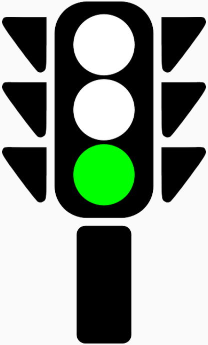
$\neg p$: La luz roja no está encendida

q: La luz amarilla está encendida

$\neg r$: La luz verde no está encendida

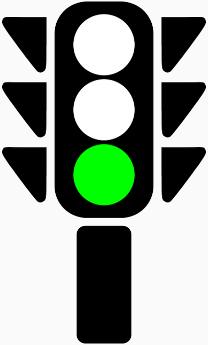
$$q \wedge (\neg p \wedge \neg r)$$

Semáforo (4/5)



r: La luz verde está encendida

Semáforo (4/5)



$\neg p$: La luz roja no está encendida

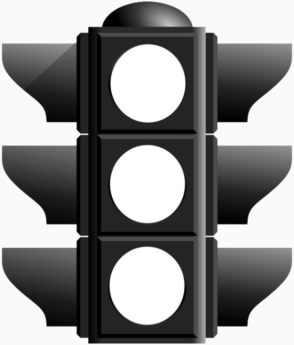
$\neg q$: La luz amarilla no está encendida

r: La luz verde está encendida

$$r \wedge (\neg p \wedge \neg q)$$

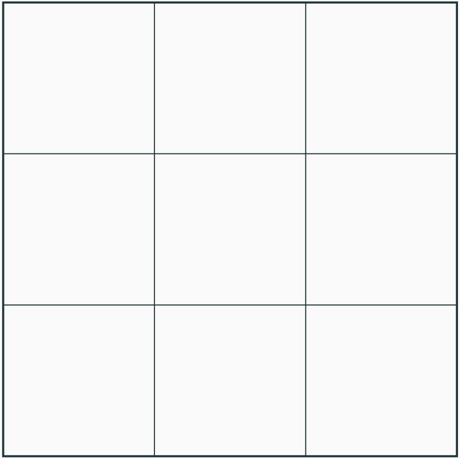
Semáforo (5/5)

En un semáforo sólo una luz se prende simultáneamente y siempre hay una luz encendida.



$$(p \land \neg q \land \neg r) \lor (\neg p \land q \land \neg r) \lor (\neg p \land \neg q \land r)$$

Caballos (1/4)



Poner tres caballos en un tablero 3x3 sin que se ataquen simultáneamente.

Caballos (2/4)

Enumeramos las casillas

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Caballos (3/4)

c_1: la casilla 1 tiene un caballo

c_2: la casilla 2 tiene un caballo

		
4	5	6
7	8	9

Caballos (3/4)

c_1: la casilla 1 tiene un caballo

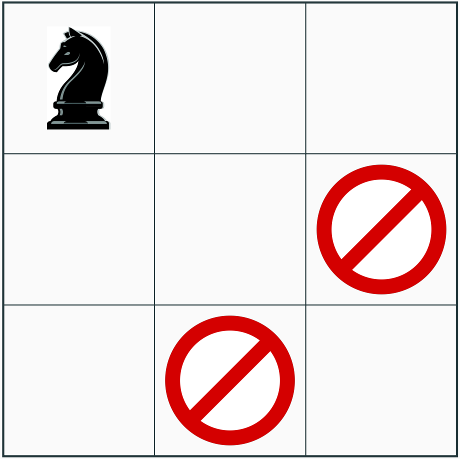
c_2: la casilla 2 tiene un caballo

$\neg c_3$: la casilla 3 no tiene un caballo

		
4	5	6
7	8	9

Caballos (4/4)

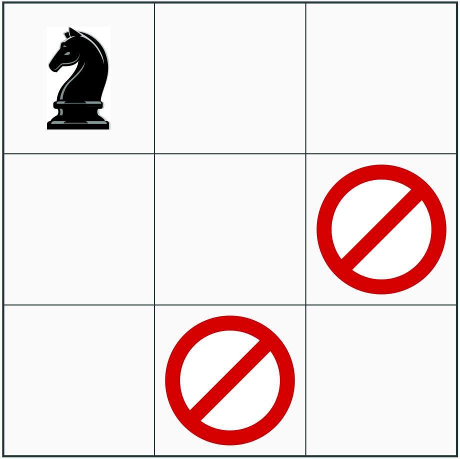
Reglas:
Si hay un caballo en 1, no debe haber un caballo en 6 ni en 8, toda vez que se estarían atacando mútuamente.



Caballos (4/4)

Reglas:
Si hay un caballo en 1, no debe haber un caballo en 6 ni en 8, toda vez que se estarían atacando mútuamente.

$c_1 \to \neg(c_6 \vee c_8)$



Horarios

Gotlob y David deben dictar Lógica 1 y Lógica 2, pero un profesor no puede dictar las dos materias y cada materia debe tener asignado un profesor.

Horarios

Gotlob y David deben dictar Lógica 1 y Lógica 2, pero un profesor no puede dictar las dos materias y cada materia debe tener asignado un profesor.

	Lógica 1	Lógica 2
Gotlob	X	
David		X

Horarios

Gotlob y David deben dictar Lógica 1 y Lógica 2, pero un profesor no puede dictar las dos materias y cada materia debe tener asignado un profesor.

	Lógica 1	Lógica 2
Gotlob	X	
David		X

	Lógica 1	Lógica 2
Gotlob		X
David	X	

Horarios

Gotlob y David deben dictar Lógica 1 y Lógica 2, pero un profesor no puede dictar las dos materias y cada materia debe tener asignado un profesor.

	Lógica 1	Lógica 2
Gotlob	X	
David		X

	Lógica 1	Lógica 2
Gotlob		X
David	X	

p: Gotlob dicta Lógica 1

q: Gotlob dicta Lógica 2

r: David dicta Lógica 1

s: David dicta Lógica 2

Horarios

Gotlob y David deben dictar Lógica 1 y Lógica 2, pero un profesor no puede dictar las dos materias y cada materia debe tener asignado un profesor.

	Lógica 1	Lógica 2
Gotlob	X	
David		X

	Lógica 1	Lógica 2
Gotlob		X
David	X	

p: Gotlob dicta Lógica 1

q: Gotlob dicta Lógica 2

r: David dicta Lógica 1

s: David dicta Lógica 2

$$(p \leftrightarrow \neg q) \wedge (r \leftrightarrow \neg s)$$

Horarios

Gotlob y David deben dictar Lógica 1 y Lógica 2, pero un profesor no puede dictar las dos materias y cada materia debe tener asignado un profesor.

	Lógica 1	Lógica 2
Gotlob	X	
David		X

	Lógica 1	Lógica 2
Gotlob		X
David	X	

p: Gotlob dicta Lógica 1

q: Gotlob dicta Lógica 2

r: David dicta Lógica 1

s: David dicta Lógica 2

$$(p \leftrightarrow \neg q) \wedge (r \leftrightarrow \neg s)$$

$$(p \vee r) \wedge (q \vee s)$$

Contenido

Exposición en el tablero...

Revisar las actividades virtuales 1 y 2 en el Módulo 1 del aula virtual.

Fin de la sesión 1

En esta sesión usted ha aprendido:

1. Un poco de historia
2. Lenguaje como representación de situaciones
3. Estructura basada en recursión