Equivalencia lógica

Sesión 13

Edgar Andrade, PhD

Última revisión: Enero de 2020

Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación

Presentación

En esta sesión estudiaremos:

1. Definición de equivalencia lógica
2. Teorema de sustitución salva veritate
3. Eliminación de conectivos

Contenido

1 Equivalencia lógica

2 Teorema de sustitución salva veritate

3 Eliminación de conectivos

Equivalencia

Sean A, B, fórmulas. La equivalencia entre A y B ($A \equiv B$) se define de la siguiente manera:

$$A \equiv B \Leftrightarrow V_I(A) = V_I(B) \text{ para toda interpretación } I$$

Ejemplo 1

Proposición: $p \equiv \neg\neg p$

Ejemplo 1

Proposición: $p \equiv \neg\neg p$

Demostración:

Sea I una interpretación arbitraria. Tenemos dos casos:

Ejemplo 1

Proposición: $p \equiv \neg\neg p$

Demostración:

Sea I una interpretación arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 1$. Luego $V_I(\neg p) = 0$ y entonces $V_I(\neg\neg p) = 1$. Por lo tanto $V_I(p) = V_I(\neg\neg p)$.

Ejemplo 1

Proposición: $p \equiv \neg\neg p$

Demostración:

Sea I una interpretación arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 1$. Luego $V_I(\neg p) = 0$ y entonces $V_I(\neg\neg p) = 1$. Por lo tanto $V_I(p) = V_I(\neg\neg p)$.

Caso 2: Supongamos que $V_I(p) = 0$. Luego $V_I(\neg p) = 1$ y entonces $V_I(\neg\neg p) = 0$. Por lo tanto $V_I(p) = V_I(\neg\neg p)$.

Ejemplo 1

Proposición: $p \equiv \neg\neg p$

Demostración:

Sea I una interpretación arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 1$. Luego $V_I(\neg p) = 0$ y entonces $V_I(\neg\neg p) = 1$. Por lo tanto $V_I(p) = V_I(\neg\neg p)$.

Caso 2: Supongamos que $V_I(p) = 0$. Luego $V_I(\neg p) = 1$ y entonces $V_I(\neg\neg p) = 0$. Por lo tanto $V_I(p) = V_I(\neg\neg p)$.

En cualquier caso, $V_I(p) = V_I(\neg\neg p)$.

Ejemplo 1

Proposición: $p \equiv \neg\neg p$

Demostración:

Sea I una interpretación arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 1$. Luego $V_I(\neg p) = 0$ y entonces $V_I(\neg\neg p) = 1$. Por lo tanto $V_I(p) = V_I(\neg\neg p)$.

Caso 2: Supongamos que $V_I(p) = 0$. Luego $V_I(\neg p) = 1$ y entonces $V_I(\neg\neg p) = 0$. Por lo tanto $V_I(p) = V_I(\neg\neg p)$.

En cualquier caso, $V_I(p) = V_I(\neg\neg p)$.

Como I es arbitraria, se sigue que $p \equiv \neg\neg p$.

Ejemplo 2

Proposición: $(p \to q) \equiv (\neg p \vee q)$

Ejemplo 2

Proposición: $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

Demostración: Consideremos I arbitraria. Tenemos dos casos:

Ejemplo 2

Proposición: $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

Demostración: Consideremos I arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 0$. Luego $V_I(p \rightarrow q) = 1$. Adicionalmente, $V_I(\neg p) = 1$, luego y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por lo tanto $V_I(p \rightarrow q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Ejemplo 2

Proposición: $(p \to q) \equiv (\neg p \vee q)$

Demostración: Consideremos I arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 0$. Luego $V_I(p \to q) = 1$. Adicionalmente, $V_I(\neg p) = 1$, luego y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por lo tanto $V_I(p \to q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Caso 2: Supongamos que $V_I(p) = 1$, entonces $V_I(\neg p) = 0$. Nuevamente tenemos dos casos.

Ejemplo 2

Proposición: $(p \to q) \equiv (\neg p \vee q)$

Demostración: Consideremos I arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 0$. Luego $V_I(p \to q) = 1$. Adicionalmente, $V_I(\neg p) = 1$, luego y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por lo tanto $V_I(p \to q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Caso 2: Supongamos que $V_I(p) = 1$, entonces $V_I(\neg p) = 0$. Nuevamente tenemos dos casos. Por un lado, si $V_I(q) = 1$, entonces $V_I(p \to q) = 1$ y $V_I(\neg p \vee q) = 1$.

Ejemplo 2

Proposición: $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

Demostración: Consideremos I arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 0$. Luego $V_I(p \rightarrow q) = 1$. Adicionalmente, $V_I(\neg p) = 1$, luego y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por lo tanto $V_I(p \rightarrow q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Caso 2: Supongamos que $V_I(p) = 1$, entonces $V_I(\neg p) = 0$. Nuevamente tenemos dos casos. Por un lado, si $V_I(q) = 1$, entonces $V_I(p \rightarrow q) = 1$ y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por otro lado, si $V_I(q) = 0$, entonces $V_I(p \rightarrow q) = 0$ y $V_I(\neg p \vee q) = 0$.

Ejemplo 2

Proposición: $(p \to q) \equiv (\neg p \vee q)$

Demostración: Consideremos I arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 0$. Luego $V_I(p \to q) = 1$. Adicionalmente, $V_I(\neg p) = 1$, luego y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por lo tanto $V_I(p \to q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Caso 2: Supongamos que $V_I(p) = 1$, entonces $V_I(\neg p) = 0$. Nuevamente tenemos dos casos. Por un lado, si $V_I(q) = 1$, entonces $V_I(p \to q) = 1$ y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por otro lado, si $V_I(q) = 0$, entonces $V_I(p \to q) = 0$ y $V_I(\neg p \vee q) = 0$. Por lo tanto, en cualquiera de estos casos, $V_I(p \to q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Ejemplo 2

Proposición: $(p \to q) \equiv (\neg p \vee q)$

Demostración: Consideremos I arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 0$. Luego $V_I(p \to q) = 1$. Adicionalmente, $V_I(\neg p) = 1$, luego y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por lo tanto $V_I(p \to q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Caso 2: Supongamos que $V_I(p) = 1$, entonces $V_I(\neg p) = 0$. Nuevamente tenemos dos casos. Por un lado, si $V_I(q) = 1$, entonces $V_I(p \to q) = 1$ y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por otro lado, si $V_I(q) = 0$, entonces $V_I(p \to q) = 0$ y $V_I(\neg p \vee q) = 0$. Por lo tanto, en cualquiera de estos casos, $V_I(p \to q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Para todos los casos obtenemos $V_I(p \to q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Ejemplo 2

Proposición: $(p \to q) \equiv (\neg p \vee q)$

Demostración: Consideremos I arbitraria. Tenemos dos casos:

Caso 1: Supongamos que $V_I(p) = 0$. Luego $V_I(p \to q) = 1$. Adicionalmente, $V_I(\neg p) = 1$, luego y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por lo tanto $V_I(p \to q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Caso 2: Supongamos que $V_I(p) = 1$, entonces $V_I(\neg p) = 0$. Nuevamente tenemos dos casos. Por un lado, si $V_I(q) = 1$, entonces $V_I(p \to q) = 1$ y $V_I(\neg p \vee q) = 1$. Por otro lado, si $V_I(q) = 0$, entonces $V_I(p \to q) = 0$ y $V_I(\neg p \vee q) = 0$. Por lo tanto, en cualquiera de estos casos, $V_I(p \to q) = V_I(\neg p \vee q)$.

Para todos los casos obtenemos $V_I(p \to q) = V_I(\neg p \vee q)$. Como I es arbitraria, se sigue que $(p \to q) \equiv (\neg p \vee q)$.

Equivalencias importantes

Proposición: Las siguientes equivalencias son ciertas:

$$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$$
$$\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$$
$$\big(p \vee (q \wedge r)\big) \equiv \big((p \vee q) \wedge (p \vee r)\big)$$
$$\big(p \wedge (q \vee r)\big) \equiv \big((p \wedge q) \vee (p \wedge r)\big)$$

Lemas importantes

Lema (I)

Sean A y B fórmulas. Si $A \equiv B$, entonces $\neg A \equiv \neg B$.

Lema (II)

Sean A, B A' y B' fórmulas. Si $A \equiv A'$ y $B \equiv B'$, entonces $A \odot B \equiv A' \odot B'$, para $\odot \in \{\wedge, \vee \rightarrow, \leftrightarrow\}$.

Contenido

1 Equivalencia lógica

2 Teorema de sustitución salva veritate

3 Eliminación de conectivos

Sustitución

Sea B una fórmula y $A \in \text{Subforms}(B)$. Sea A' una fórmula.
Recordemos que $B\{A \leftarrow A'\} = \text{Sust}(B, A, A')$:

$\textsc{Def Sust}[B, A, A']$:
    $\textsc{Si}$ $A \notin \textsc{Subforms}[B]$:
        $\textsc{Retornar}$ B
    $\textsc{Si no, si}$ $B == A$:
        $\textsc{Retornar}$ A'
    $\textsc{Si no, si}$ $B.\textsc{label} == \neg$:
        $\textsc{Retornar Tree}(\neg, \textsc{null}, \textsc{Sust}[B.\textsc{right}, A, A'])$
    $\textsc{Si no, si}$ $B.\textsc{label} \in \{\wedge, \vee \rightarrow, \leftrightarrow\}$:
        $\textsc{Retornar Tree}(B.\textsc{label}, \textsc{Sust}[B.\textsc{left}, A, A'], \textsc{Sust}[B.\textsc{right}, A, A'])$

Más lemas importantes

Lema (III)

$\neg B\{A \leftarrow A'\} = \neg(B\{A \leftarrow A'\})$

Lema (IV)

$(B \odot C)\{A \leftarrow A'\} = B\{A \leftarrow A'\} \odot C\{A \leftarrow A'\}$, *para* $\odot \in \{\wedge, \vee \rightarrow, \leftrightarrow\}$.

Sustitución salva veritate

Teorema

Sea B una fórmula y $A \in Subforms(B)$. Sea A' una fórmula. Si $A \equiv A'$, entonces $B \equiv B\{A \leftarrow A'\}$.

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \textsc{Tree}(p, \textsc{Null}\ , \textsc{Null})$:

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \textsc{Tree}(p, \textsc{Null}\ , \textsc{Null})$: Observe que $A \in \mathsf{Subforms}(B)$ y en consecuencia $A = B$.

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \textsc{Tree}(p, \textsc{Null}\ , \textsc{Null})$: Observe que $A \in \text{Subforms}(B)$ y en consecuencia $A = B$. Como $A \equiv A'$, entonces $B \equiv A'$.

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \text{TREE}(p, \text{NULL}, \text{NULL})$: Observe que $A \in \text{Subforms}(B)$ y en consecuencia $A = B$. Como $A \equiv A'$, entonces $B \equiv A'$. Además, observe que, por definicion de Sust, se tiene que $\text{Sust}(B, A, A') = A'$ y, por lo tanto, $B \equiv \text{Sust}(B, A, A')$. Es decir, $B \equiv B\{A \leftarrow A'\}$.

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \textsc{Tree}(\neg, \textsc{Null}, \mathrm{C})$, donde $C \equiv C\{A \leftarrow A'\}$:

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \textsc{Tree}(\neg, \textsc{Null}, \mathrm{C})$, donde $C \equiv C\{A \leftarrow A'\}$: Por el lema I tenemos que $\neg C \equiv \neg(C\{A \leftarrow A'\})$.

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \textsc{Tree}(\neg,\ \textsc{Null},\ \mathrm{C})$, donde $C \equiv C\{A \leftarrow A'\}$: Por el lema I tenemos que $\neg C \equiv \neg(C\{A \leftarrow A'\})$. Por el lema III tenemos que $\neg C\{A \leftarrow A'\} \equiv \neg(C\{A \leftarrow A'\})$.

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \textsc{Tree}(\neg, \textsc{Null}, \mathrm{C})$, donde $C \equiv C\{A \leftarrow A'\}$: Por el lema I tenemos que $\neg C \equiv \neg(C\{A \leftarrow A'\})$. Por el lema III tenemos que $\neg C\{A \leftarrow A'\} \equiv \neg(C\{A \leftarrow A'\})$. En consecuencia, $\neg C \equiv \neg C\{A \leftarrow A'\}$.

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \textsc{Tree}(\neg, \textsc{Null}, \text{C})$, donde $C \equiv C\{A \leftarrow A'\}$: Por el lema I tenemos que $\neg C \equiv \neg(C\{A \leftarrow A'\})$. Por el lema III tenemos que $\neg C\{A \leftarrow A'\} \equiv \neg(C\{A \leftarrow A'\})$. En consecuencia, $\neg C \equiv \neg C\{A \leftarrow A'\}$. Por definición de B se sigue que $B \equiv B\{A \leftarrow A'\}$.

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \textsc{Tree}(\odot,\ \mathrm{C},\ \mathrm{D})$, donde $C \equiv C\{A \leftarrow A'\}$ y $D \equiv D\{A \leftarrow A'\}$:

Sustitución salva veritate

Demostración: Por inducción estructural sobre B.

Caso $B = \textsc{Tree}(\odot, \text{C}, \text{D})$, donde $C \equiv C\{A \leftarrow A'\}$ y $D \equiv D\{A \leftarrow A'\}$: ☞ Ejercicio.

Contenido

1 Equivalencia lógica

2 Teorema de sustitución salva veritate

3 Eliminación de conectivos

Eliminando implicaciones

Teorema

Sea A una fórmula. A es equivalente a una fórmula A' en la que no hay ocurrencias del conectivo '$\rightarrow$'.

Eliminando implicaciones

Teorema

Sea A una fórmula. A es equivalente a una fórmula A' en la que no hay ocurrencias del conectivo '$\to$'.

Demostración: Supongamos que existe $B \to C \in \mathrm{Subform}(A)$ para alguna fórmula B y alguna fórmula C.

Eliminando implicaciones

Teorema

Sea A una fórmula. A es equivalente a una fórmula A' en la que no hay ocurrencias del conectivo '$\rightarrow$'.

Demostración: Supongamos que existe $B \rightarrow C \in \text{Subform}(A)$ para alguna fórmula B y alguna fórmula C. Observe que $B \rightarrow C \equiv \neg B \vee C$.

Eliminando implicaciones

Teorema

Sea A una fórmula. A es equivalente a una fórmula A' en la que no hay ocurrencias del conectivo '$\rightarrow$'.

Demostración: Supongamos que existe $B \rightarrow C \in \text{Subform}(A)$ para alguna fórmula B y alguna fórmula C. Observe que $B \rightarrow C \equiv \neg B \vee C$. Por el teorema de sustitución salva veritate se sigue que $A \equiv A\{B \rightarrow C, \neg B \vee C\}$.

Eliminando implicaciones

Teorema

Sea A una fórmula. A es equivalente a una fórmula A' en la que no hay ocurrencias del conectivo '$\rightarrow$'.

Demostración: Supongamos que existe $B \rightarrow C \in \text{Subform}(A)$ para alguna fórmula B y alguna fórmula C. Observe que $B \rightarrow C \equiv \neg B \vee C$. Por el teorema de sustitución salva veritate se sigue que $A \equiv A\{B \rightarrow C, \neg B \vee C\}$. En consecuencia, cualquier ocurrencia del conectivo '$\rightarrow$' puede eliminarse de A, obteniendo una fórmula equivalente. Así pues, una cadena finita de sustituciones nos proporcionará una fórmula A' equivalente a A que no contiene ocurrencias de '$\rightarrow$'.

Eliminando dobles negaciones

Teorema

Sea A una fórmula. A es equivalente a una fórmula A' en la que no hay ocurrencias de la doble negación '$\neg\neg$'.

Forma normal conjuntiva (1/3)

Definiciones:

Un literal es una letra proposicional o la negación de una letra proposicional.

Forma normal conjuntiva (1/3)

Definiciones:

Un literal es una letra proposicional o la negación de una letra proposicional.

Una cláusula es una disyunción de literales.

Forma normal conjuntiva (1/3)

Definiciones:

- Un literal es una letra proposicional o la negación de una letra proposicional.
- Una cláusula es una disyunción de literales.
- Una fórmula está en *forma normal conjuntiva* si es una conjunción de cláusulas.

Forma normal conjuntiva (1/3)

Definiciones:

Un literal es una letra proposicional o la negación de una letra proposicional.

Una cláusula es una disyunción de literales.

Una fórmula está en *forma normal conjuntiva* si es una conjunción de cláusulas.

Teorema

Sea A una fórmula. A es equivalente a una fórmula A' en forma normal conjuntiva.

Forma normal conjuntiva (2/3)

Procedimiento para transformar una fórmula arbitraria A en una fórmula A' en forma normal conjuntiva, tal que $A \equiv A'$:

Forma normal conjuntiva (2/3)

Procedimiento para transformar una fórmula arbitraria A en una fórmula A' en forma normal conjuntiva, tal que $A \equiv A'$:

1. Eliminar '$\leftrightarrow$' y '$\rightarrow$'.

Forma normal conjuntiva (2/3)

Procedimiento para transformar una fórmula arbitraria A en una fórmula A' en forma normal conjuntiva, tal que $A \equiv A'$:

1. Eliminar '$\leftrightarrow$' y '$\rightarrow$'.
2. Eliminar dobles negaciones.

Forma normal conjuntiva (2/3)

Procedimiento para transformar una fórmula arbitraria A en una fórmula A' en forma normal conjuntiva, tal que $A \equiv A'$:

1. Eliminar '$\leftrightarrow$' y '$\rightarrow$'.
2. Eliminar dobles negaciones.
3. Si $\neg(B \wedge C) \in \mathrm{Subform}(A)$, reemplazarla por $\neg B \vee \neg C$.

Forma normal conjuntiva (2/3)

Procedimiento para transformar una fórmula arbitraria A en una fórmula A' en forma normal conjuntiva, tal que $A \equiv A'$:

1. Eliminar '$\leftrightarrow$' y '$\rightarrow$'.
2. Eliminar dobles negaciones.
3. Si $\neg(B \wedge C) \in \text{Subform}(A)$, reemplazarla por $\neg B \vee \neg C$.
4. Si $\neg(B \vee C) \in \text{Subform}(A)$, reemplazarla por $\neg B \wedge \neg C$.

Forma normal conjuntiva (2/3)

Procedimiento para transformar una fórmula arbitraria A en una fórmula A' en forma normal conjuntiva, tal que $A \equiv A'$:

1. Eliminar '$\leftrightarrow$' y '$\rightarrow$'.
2. Eliminar dobles negaciones.
3. Si $\neg(B \wedge C) \in \text{Subform}(A)$, reemplazarla por $\neg B \vee \neg C$.
4. Si $\neg(B \vee C) \in \text{Subform}(A)$, reemplazarla por $\neg B \wedge \neg C$.
5. Eliminar dobles negaciones.

Forma normal conjuntiva (2/3)

Procedimiento para transformar una fórmula arbitraria A en una fórmula A' en forma normal conjuntiva, tal que $A \equiv A'$:

1. Eliminar '$\leftrightarrow$' y '$\rightarrow$'.
2. Eliminar dobles negaciones.
3. Si $\neg(B \wedge C) \in \text{Subform}(A)$, reemplazarla por $\neg B \vee \neg C$.
4. Si $\neg(B \vee C) \in \text{Subform}(A)$, reemplazarla por $\neg B \wedge \neg C$.
5. Eliminar dobles negaciones.
6. Si $B \vee (C \wedge D) \in \text{Subform}(A)$, reemplazarla por $(B \vee C) \wedge (B \vee D)$.

Forma normal conjuntiva (3/3)

Ejemplo: Transformar $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge \neg s)$ en su forma normal conjuntiva.

Forma normal conjuntiva (3/3)

Ejemplo: Transformar $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge \neg s)$ en su forma normal conjuntiva.

$$\neg(p \vee q) \vee (r \wedge \neg s) \qquad \text{(eliminación de `$\rightarrow$')}$$

Forma normal conjuntiva (3/3)

Ejemplo: Transformar $(p \vee q) \to (r \wedge \neg s)$ en su forma normal conjuntiva.

$$\neg(p \vee q) \vee (r \wedge \neg s) \qquad \text{(eliminación de '}\to\text{')}$$

$$(\neg p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s) \qquad \text{(Moviendo '}\neg\text{' a la derecha)}$$

Forma normal conjuntiva (3/3)

Ejemplo: Transformar $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge \neg s)$ en su forma normal conjuntiva.

$$
\begin{aligned}
&\neg(p \vee q) \vee (r \wedge \neg s) && \text{(eliminación de `}\rightarrow\text{')}\\
&(\neg p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s) && \text{(Moviendo `}\neg\text{' a la derecha)}\\
&\big(\neg p \vee (r \wedge \neg s)\big) \wedge \big(\neg q \vee (r \wedge \neg s)\big) && \text{(distribución de `}\vee\text{' sobre `}\wedge\text{')}
\end{aligned}
$$

Forma normal conjuntiva (3/3)

Ejemplo: Transformar $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge \neg s)$ en su forma normal conjuntiva.

$$
\begin{aligned}
&\neg(p \vee q) \vee (r \wedge \neg s) && \text{(eliminación de `}\rightarrow\text{')} \\
&(\neg p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s) && \text{(Moviendo `}\neg\text{' a la derecha)} \\
&\big(\neg p \vee (r \wedge \neg s)\big) \wedge \big(\neg q \vee (r \wedge \neg s)\big) && \text{(distribución de `}\vee\text{' sobre `}\wedge\text{')} \\
&\big((\neg p \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg s)\big) \wedge \big(\neg q \vee (r \wedge \neg s)\big) && \text{(idem)}
\end{aligned}
$$

Forma normal conjuntiva (3/3)

Ejemplo: Transformar $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge \neg s)$ en su forma normal conjuntiva.

$$
\begin{array}{lr}
\neg(p \vee q) \vee (r \wedge \neg s) & \text{(eliminación de `}\rightarrow\text{')} \\
(\neg p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s) & \text{(Moviendo `}\neg\text{' a la derecha)} \\
\big(\neg p \vee (r \wedge \neg s)\big) \wedge \big(\neg q \vee (r \wedge \neg s)\big) & \text{(distribución de `}\vee\text{' sobre `}\wedge\text{')} \\
\big((\neg p \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg s)\big) \wedge \big(\neg q \vee (r \wedge \neg s)\big) & \text{(idem)} \\
\big((\neg p \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg s)\big) \wedge \big((\neg q \vee r) \wedge (\neg q \vee \neg s)\big) & \text{(idem)}
\end{array}
$$

Fin de la sesión 5

En esta sesión usted ha aprendido:

1. Comprender el concepto de equivalencia lógica
2. Demostrar el teorema de equivalencia salva veritate
3. Intercambiar conectivos lógicos por otros manteniendo la equivalencia