Instrucciones:

- Fecha de publicación: 27 de Agosto de 2019.
- Fecha límite de entrega: 3 de septiembre de 2019 a las 11:59pm.
- Medio de entrega: `https://e-aulas.urosario.edu.co` (no se reciben tareas por correo electrónico u otros medios).
- La tarea **debe** realizarse **en parejas**.
- Formato de entrega: un solo archivo comprimido (`.zip`, `.rar.`, `.tgz`) cuyo nombre debe tener el formato: APELLIDOS_tarea1.xxx. Por cada punto de la Parte 1 debe haber un archivo cuyo nombre tenga el formato APELLIDOS_tarea1_puntoX.xxx.
- No deje espacios en los nombres de los archivos.

Parte 1. A Realizar en `R`:

1. Usando la función `runif` cree una función `Bernoulli(p=0.5)` en `R` que retorne el valor que toma una variable aleatoria Bernoulli con probabilidad de éxito p en un experimento.

2. Usando la función `runif` cree una función `Binomial(n=1, p=0.5)` en `R` que retorne el valor que toma una variable aleatoria Binomial con parámetros (n, p) en un experimento.

3. Una variable aleatoria Geométrica con parámetro p se define como el número de intentos necesarios hasta obtener un éxito en una sucesión de experimentos de Bernoulli independientes, todos con probabilidad de éxito p. Note que el número de intentos no está acotado. Usando la función `runif` cree una función `Geometrica(p=0.5)` en `R` que retorne el valor que toma una variable aleatoria Geométrica con parámetro p en un experimento.

4. *a*) Cree una nueva función que use la función `Bernoulli(p)` para repetir 2000 veces el experimento, generando y almacenando el valor que toma la variable aleatoria en cada experimento. Cree un diagrama de barras que muestre el número de veces que la variable aleatoria toma cada uno de sus posibles valores (en este caso $\{0,1\}$). Cree un segundo diagrama de barras cuya altura sea el número de veces que la variable toma cada valor dividido por 2000. Por ejemplo, si se observa que la variable aleatoria toma 1200 veces el valor 0 y 800 veces el valor 1, el primer diagrama de barras debe tener dos barras, la primera con altura 1200 y la segunda con altura 800. El segundo diagrama de barras tendrá dos barras también, la primera con altura $1200/2000 = 0{,}6$ y la segunda con altura $800/2000 = 0{,}4$. Asegúrese de que sus diagramas de barras tengan etiquetas (labels) apropiadas en los ejes y un título descriptivo.

   b) Repita el ejercicio anterior con la función `Binomial(n, p)`.

c) Repita el ejercicio anterior con la función `Geometrica(p)`.

Parte 2. A Realizar en LaTeX o para enviar escaneada:

5. Papá Noel empaca los juguetes que reparte en Navidad en cajas que contienen veinte juguetes. Suponga que el 80 % de todas las cajas que reparte Papá Noel no contienen juguetes defectuosos, 15 % contienen sólo un juguete defectuoso, y 5 % contienen dos juguetes defectuosos. Una caja es seleccionada al azar y se escogen dos juguetes aleatoriamente. Los juguetes seleccionados no son defectuosos.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya juguetes defectuosos en la caja seleccionada?

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo exista un juguete defectuoso en la caja seleccionada?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que haya dos juguetes defectuosos en la caja seleccionada?

6. Una pareja decide casarse si logra tener 30 citas exitosas, sin embargo, la pareja decide terminar la relación si no les va bien en una cita. Suponga que la pareja tiene una muy buena química y que la probabilidad de que una cita no sea un éxito es tan sólo de 0.0025. Asuma que las citas son eventos independientes.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que la pareja se case?

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que la pareja termine en la vigésima cita?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de que la pareja termine en las primeras 10 citas?

7. La polución de los ríos en Colombia ha sido un problema por mucho tiempo. Considere los siguientes eventos:

   - $A = \{$el río está contaminado$\}$
   - $B = \{$se detecta contaminación en una muestra del agua$\}$
   - $C = \{$la pesca está permitida$\}$

   Suponga $P(A)$ =0.3, $P(B|A)$ =0.75, $P(B|A^C)$ =0.2, $P(C|A\cap B)$ =0.2, $P(C|A^C\cap B)$ =0.15, $P(C|A\cap B^C)$ =0.8, y $P(C|A^C\cap B^C)$ =0.9 .

   a) Encuentre $P(A\cap B\cap C)$.

   b) Halle $P(B^C\cap C)$.

   c) Calcule $P(C)$.

   d) ¿Cuál es la probabilidad de que el río esté contaminado dado que la pesca está permitida y no se detectó contaminación en la muestra de agua?

8. Sea X el conjunto de los números de 10 dígitos que no contienen todos los dígitos del 0 al 9 en su representación decimal y no empiezan por 0. ¿Cuántos elementos tiene el conjunto X?

9. ¿De cuántas formas es posible repartir un conjunto de n estudiantes enumerados del 1 al n en tres equipos diferentes de modo que ningún equipo quede sin integrantes?

10. ¿Demuestre algebraicamente y con argumentos de conteo que:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k = 0.$$

11. Sea X una variable aleatoria binomial con parametros n y p. Muestre que la PMF (FMP) puede construirse de la siguiente manera: $p_X(0) = (1-p)^n$, y luego usar la formula recursiva

$$p_X(k+1) = \frac{p}{1-p} \frac{n-k}{k+1} p_X(k), \qquad k = 0, 1, ..., n-1$$