

Intervalos de confianza

1. Suponga que la variable aleatoria Y es una observaci3n de una distribuci3n normal con media μ desconocida y varianza 1. Encuentre un
 - a) intervalo de confianza de 95 % para μ ,
 - b) l3mite de confianza superior de 95 % para μ ,
 - c) l3mite de confianza inferior de 95 % para μ .
2. Sea Y_1, Y_2, \dots, Y_n una muestra aleatoria de tama1o n de una poblaci3n con distribuci3n uniforme en el intervalo $(0, \theta)$. Sean $Y_{(n)} = \max\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ y $U = (1/\theta)Y_{(n)}$.

- a) Demuestre que U tiene funci3n de distribuci3n.

$$F_U(u) = \begin{cases} 0, & u < 0, \\ u^n & 0 \leq u \leq 1, \\ 1, & u > 1. \end{cases}$$

- b) Usando U como cantidad pivote, encuentre un l3mite de confianza inferior de 95 % para θ .
3. Suponga que Y est3 distribuida normalmente con media 0 y varianza σ^2 desconocida. Entonces Y^2/σ^2 tiene una distribuci3n χ^2 con grado de libertad 1. Use la cantidad pivote Y^2/σ^2 para hallar un

- a) intervalo de confianza de 95 % para σ^2
- b) l3mite de confianza superior de 95 % para σ^2
- c) l3mite de confianza inferior de 95 % para σ^2

4. Suponga que Y tiene la siguiente funci3n de densidad de probabilidad

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{2(\theta - y)}{\theta^2}, & 0 < y < \theta \\ 0, & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$$

- a) Demuestre que Y tiene funci3n de distribuci3n

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 0 \\ \frac{2y}{\theta} - \frac{y^2}{\theta^2}, & 0 < y < \theta \\ 1, & y \geq \theta \end{cases}$$

- b) Demuestre que Y/θ es una cantidad pivote.
- c) Use la cantidad pivote del inciso b para hallar un l3mite de confianza inferior de 90 % para θ .
5. Suponga que Y es una sola observaci3n de una distribuci3n exponencial con media θ .
 - a) Use el m3todo de las funciones generadoras de momento para demostrar que $2Y/\theta$ es una cantidad pivote y tiene una distribuci3n χ^2 con 2 grados de libertad.
 - b) Use la cantidad pivote $2Y/\theta$ para deducir un intervalo de confianza de 90 % para θ .