

Ejercicios prácticos con R

1. En el siguiente ejercicio utilizaremos data sets para hacer un análisis estadístico descriptivo:
 - a) Importe el data set de excel “Dataset1” que encontrará en e-aulas.
 - b) Realice un gráfica de dispersión edad contra salario.
 - c) Realice un histograma y gráfico de barras.
 - d) Guarde las gráficas.
2. En el siguiente ejercicio utilizaremos data sets para hacer un análisis estadístico descriptivo:
 - a) Importe el data set de excel “Dataset2” que encontrará en e-aulas.
 - b) Encuentre la media, mediana, máximo, mínimo, rango, varianza y desviación estándar.
 - c) Realice un histograma y gráfico de barras.
 - d) Guarde las gráficas.

Tema: Estimadores puntuales

3. Suponga que X_1, X_2, X_3 denotan una muestra aleatoria de una distribución exponencial con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & x > 0, \\ 0, & \text{dlc.} \end{cases}$$

Considere los siguientes cinco estimadores de θ :

$$\hat{\theta}_1 = X_1$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

$$\hat{\theta}_3 = \frac{X_1 + 2X_2}{3}$$

$$\hat{\theta}_4 = \min(X_1, X_2, X_3)$$

$$\hat{\theta}_5 = \bar{X}$$

- a)  Cu les de estos estimadores son insesgados?
 - b) Entre los estimadores insesgados,  cu l tiene la varianza más pequeña?
4. El número de descomposturas por semana de un tipo de dispositivo es una variable aleatoria Y con una distribución de Poisson y media λ . Se ha tomado una muestra aleatoria Y_1, Y_2, \dots, Y_n de observaciones del número semanal de descomposturas.

- a) Sugiera un estimador insesgado para λ .
 - b) El costo semanal de reparar estas descomposturas es $C = 3Y + Y^2$. Demuestre que $E[C] = 4\lambda + \lambda^2$.
 - c) Encuentre una funci3n de Y_1, Y_2, \dots, Y_n que sea un estimador insesgado de $E[C]$. *Pista:* use lo que sepa acerca de \bar{Y} y $(\bar{Y})^2$.
5. Se sabe que X tiene una distribuci3n binomial con par3metros n y p , entonces X/n es un estimador insesgado de p . Para estimar la varianza de X , se propone usar $n(X/n)(1 - X/n)$.
- a) Demuestre que el estimador sugerido es un estimador sesgado de $V(X)$.
 - b) Modifique ligeramente $n(X/n)(1 - X/n)$ para formar un estimador insesgado de $V(X)$.
6. Suponga que Y_1, Y_2, \dots, Y_n constituyen una muestra aleatoria de una distribuci3n normal con par3metros μ y σ^2 .
- a) Demuestre que $S = \sqrt{S^2}$ es un estimador sesgado de σ .
 - b) Ajuste S para formar un estimador insesgado de σ .
7. Suponga que Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 denotan una muestra aleatoria de tama3o 4 de una poblaci3n con una distribuci3n exponencial cuya densidad est3 dada por

$$f_Y(y) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\theta}\right) e^{-y/(\theta)}, & y > 0, \\ 0, & \text{en cualquier otro punto.} \end{cases}$$

- a) Sea $X = \sqrt{Y_1 Y_2}$. Encuentre un m3ltiplo de X que sea un estimador insesgado para θ . *Pista:* use su conocimiento de la funci3n gamma y el hecho de que $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ para hallar $E[\sqrt{Y_1}]$. Recuerde que las variables Y_i son independientes.
- b) Sea $W = \sqrt{Y_1 Y_2 Y_3 Y_4}$. Encuentre un m3ltiplo de W que sea un estimador insesgado para θ^2 .

Tema: Evaluaci3n de la bondad

8. Es frecuente que un aumento en el porcentaje de ahorros de los consumidores se encuentre ligado a la falta de confianza en la econom3a y se dice que es un indicador de una tendencia recesiva en aquella. Un muestreo aleatorio de $n = 200$ cuentas de ahorros en una comunidad local mostr3 que el aumento medio en los valores de las cuentas de ahorros era de 7,2% en los 3ltimos 12 meses, con desviaci3n est3ndar de 5,6%. Estime el porcentaje medio de aumento en los valores de las cuentas de ahorros en los 3ltimos 12 meses para depositantes de la comunidad. Establezca un l3mite para su error de estimaci3n.

9. Los resultados de una encuesta de opini3n p3blica publicados en la Internet indicaron que 69 % de quienes respondieron clasificaron el costo de la gasolina como una crisis o problema importante. El art3culo indica que 1001 adultos, de 18 a3os o m3s fueron entrevistados y que los resultados tienen un error de muestreo de 3 %. ¿C3mo se calcul3 el 3 % y c3mo deber3 interpretarse? ¿Podemos concluir que una mayor3a de los individuos del grupo de mayores de 18 a3os pensaron que el costo de la gasolina era una crisis o problema importante?
10. En un estudio de la relaci3n entre orden de nacimiento y 3xito universitario, un investigador encontr3 que 126 en una muestra de 180 egresados de universidad fueron hijos primog3nitos o hijos 3nicos; en una muestra de 100 no egresados de edad y antecedentes socio econ3micos comparables, el n3mero de primog3nitos o hijos 3nicos era de s3lo 54. Estime la diferencia en las proporciones de primog3nitos o hijos 3nicos para las dos poblaciones de las que se tomaron estas muestras. Establezca un l3mite para el error de estimaci3n.
11. En un estudio para comparar los efectos percibidos de dos calmantes para el dolor, a 200 adultos seleccionados aleatoriamente se les dio el primer calmante y 93 % indicaron un alivio considerable del dolor. De los 450 a quienes se dio otro calmante para el dolor, 96 % indicaron haber experimentado mejor3a apreciable.
 - a) D3 una estimaci3n para la diferencia en las proporciones de todos los adultos que indicar3an sentir alivio del dolor percibido despu3s de tomar los dos calmantes. Precise un l3mite para el error de estimaci3n.
 - b) Con base en su respuesta al inciso a, ¿existe evidencia de que las proporciones de los que experimentan alivio difieran de los que toman los dos calmantes para el dolor? ¿Por qu3?
12. Suponga que Y_1, Y_2, \dots, Y_n representan una muestra aleatoria de una distribuci3n de Poisson con media λ . Sabemos que $E[Y_i] = V(Y_i) = \lambda$, y por tanto que $E[\bar{Y}] = \lambda$ y $V(\bar{Y}) = \lambda/n$. ¿C3mo emplear3a usted Y_1, Y_2, \dots, Y_n para estimar λ ? ¿C3mo estimar3a el error est3ndar de su estimador?
13. Si Y_1, Y_2, \dots, Y_n denotan una muestra aleatoria de una distribuci3n exponencial con media θ , entonces $E[Y_i] = \theta$ y $V(Y_i) = \theta^2$. Entonces, $E[\bar{Y}] = \theta$ y $V(\bar{Y}) = \theta^2/n$ o $\sigma_{\bar{Y}} = \theta/\sqrt{n}$. Sugiera un estimador insesgado para θ y d3 una estimaci3n para el error est3ndar del estimador sugerido.