# Primer Parcial

9 de Septiembre de 2019

## Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **90 minutos: de 7:00 a 8:30**.
- No se permite el uso de libros o apuntes, calculadoras o cualquier medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- Puede tener una hoja manuscrita de resumen.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- En todas las respuestas deje indicadas todas las cantidades que se refieran a cuantiles de distribuciones conocidas. Use símbolos estándar, por ejemplo $z_\alpha$.

1. [25 ptos.] Se ha realizado una encuesta 100 estudiantes de la Universidad del Rosario, seleccionados aleatoriamente, para saber si están a favor o en contra de elegir al candidato Santiago Alférez a representante de los estudiantes. Los resultados de esta encuesta indicaron que el 55 % de los estudiantes están a favor del candidato Santiago.

   *a*) [10 ptos.] Determine el intervalo de confianza bilateral para la proporción de estudiantes a favor de Santiago con un nivel de confianza del 95 %.

   *b*) [15 ptos.] ¿Qué tamaño debe ser la muestra de estudiantes para que exista una confianza del 95 % de que Santiago sea elegido? (Es decir, que la proporción de votantes sea mayor al 50 %).

2. [25 ptos.] A una muestra de 10 células linfoides anormales relacionadas con el linfoma de Burkitt se les midió el diámetro equivalente, obteniéndose una media de $4.38\mu m$ y una desviación estándar de $0.06\mu m$.

   *a*) [10 ptos.] Determine los límites de confianza para el 99 % del diámetro equivalente real.

   *b*) [10 ptos.] Con los mismos resultados descritos anteriormente, suponga que la muestra es grande, determine el intervalo de confianza del 99 %.

   *c*) [5 ptos.] Compare los resultados entre $(a)$ y $(b)$.

3. [50 ptos.] Una función de densidad que utilizan los ingenieros para modelar duraciones de vida útil de componentes electrónicos es la densidad de Rayleigh dada por:

$$f(y) = \begin{cases} \left(\dfrac{2y}{\theta}\right) e^{-y^2/\theta} & \text{si } y > 0 \\ 0 & \text{para cualquier otro punto} \end{cases}$$

   *a*) [15 ptos.] Demuestre que si $Y$ tiene la densidad de Rayleigh, la densidad de probabilidad para $U = Y^2$ es una densidad exponencial.

   *b*) [15 ptos.] Se propone como estimador del parámetro $\theta$ a $W = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i^2$. Donde $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ conforman una muestra aleatoria de una distribución de Rayleigh. Demuestre que $W$ es un estimador insesgado de $\theta$.

   *c*) [10 ptos.] Determine el error cuadrático medio de $W$.

   *d*) [10 ptos.] ¿Es $W$ un estimador consistente?