Supervised Learning

지도 학습?

Given $(\boldsymbol{x}1, y1)$, $(\boldsymbol{x}2, y3)$, ⋯, $(\boldsymbol{x}i, yi)$,
learn a function $f(\boldsymbol{x})$ to predict y
given $\boldsymbol{x}$

함수 f(x)를 학습 하는 것.

한 데이터에 (x, y)로 구성.

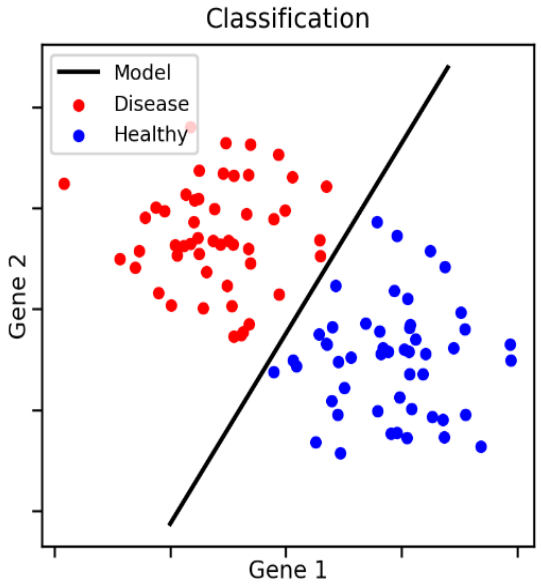
각각 한 쌍으로 구성되고,

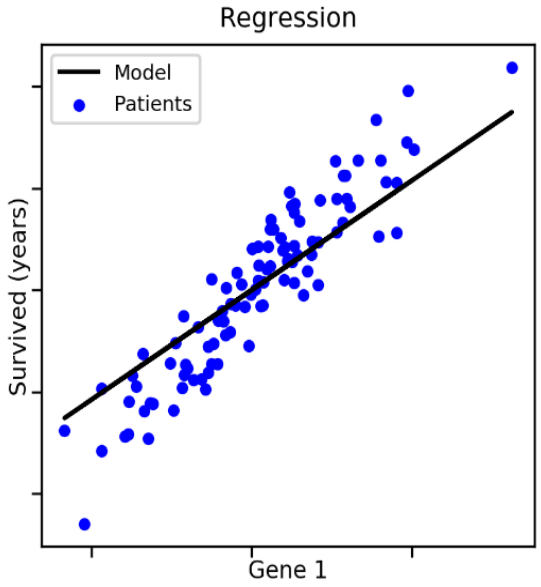
x가 변수, y가 정답.

함수의 형태는 어떤 형식으로든 구성.(x^2, x^3 등등)

AI명예학회
SKHU

회귀와 분류의 직관적 이해





classification:

이산적인 범주나 클래스를 예측하는 문제, 확률 모델을 사용해 각 클래스에 대한 확률을 계산하여 예측
ex) 스팸 메시지

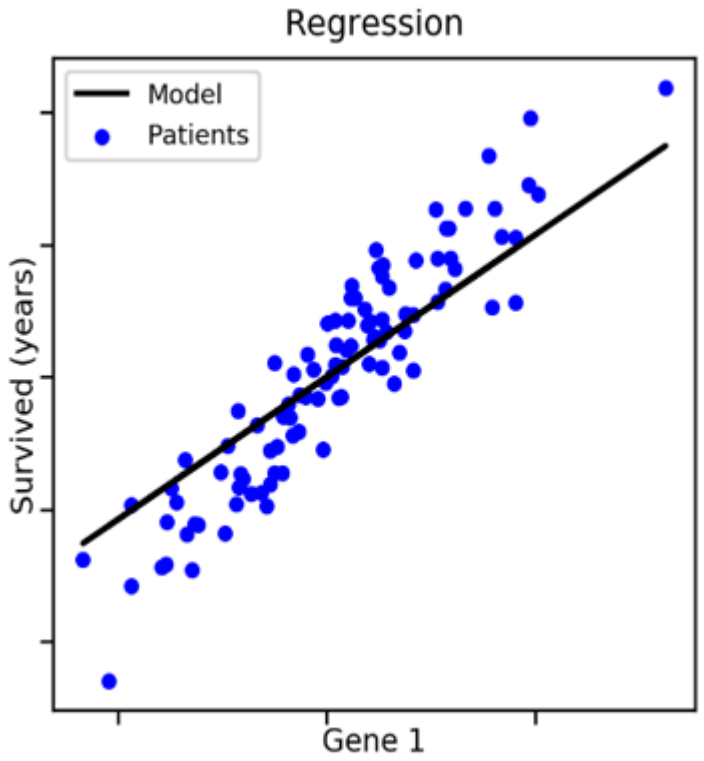
Regression:

연속적인 수치 값을 예측하는 문제
ex)주택 가격 예측

AI명예학회
SKHU

회귀(Regression)

단순회귀식	$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$
다중회귀식	$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \cdots\cdots + \hat{\beta}_k X_k$



입력 X를 받아서 출력 Y(연속적)를 예측하는 것.

여기서 B^_0는 절편값.
B^_k는 가중치(파라미터 값)

예측값과 실제값 차이를 최소화 하는 것이 관건.

$y \in \mathbb{R}$ (실수 값)

연속적인 수치 값을 예측하는 것

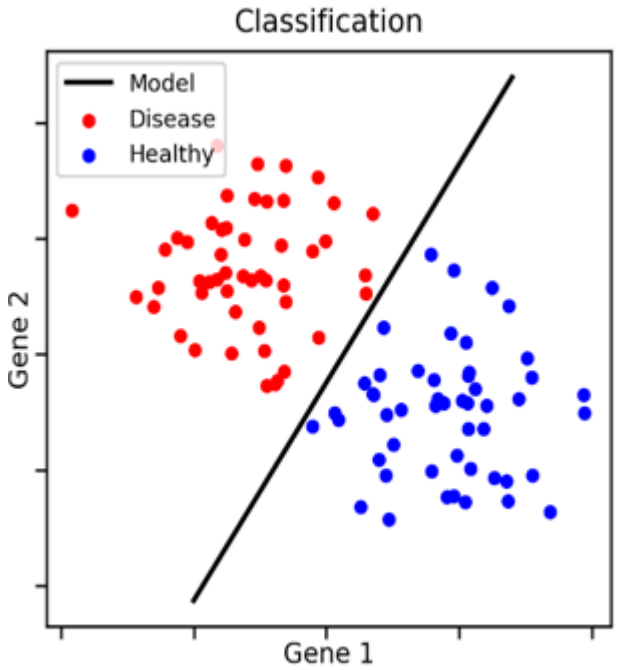
AI명예학회
SKHU

분류(classification)

$$P(y = C_k|\mathbf{x}) = \frac{1}{1 + e^{-(w_1x_1+w_2x_2+\cdots+w_nx_n+b)}} \quad P(y = 1|\mathbf{x}) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

입력 X 받아서 Y값(이산적) 예측 하는 것.

$y \in \{C_1, C_2, \ldots, C_k\}$ (이산적인 클래스 값)



이산적인 범주(클래스) 예측 문제.
확률을 계산하여 예측

AI명예학회
SKHU

회귀(Regression)

-Linear Regression

-Ridge/Lasso

-Polynomial Regression

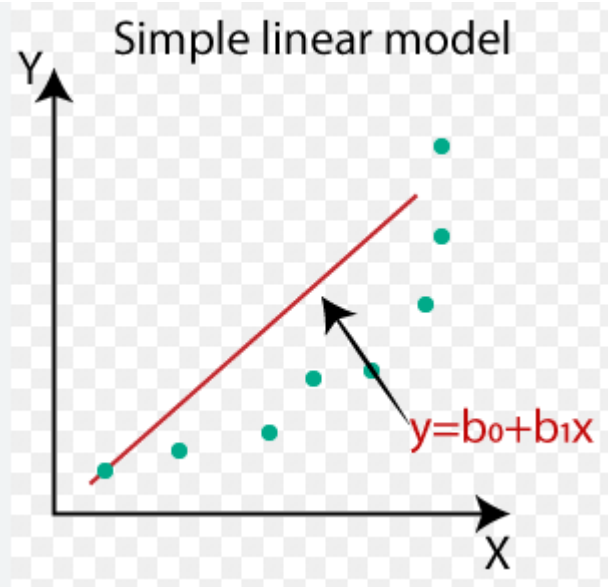
등등

AI명예학회
SKHU

회귀(Regression)

- Linear Regression

$$y = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \cdots + w_n x_n + b = \mathbf{w}^T \mathbf{x} + b$$



y: 출력값

x = (x_1, x_2, ... , x_n) # 입력 변수

w = (w_1, w_2, ..., w_n) # 입력변수의 가중치

b: 절편값(바이어스)

x값은 데이터에 따라 정해져 있고,

결국 w값(파라미터)을 맞추는게 관건

AI명예학회
SKHU

회귀(Regression)

- Linear Regression

손실함수(loss function) : 예측한 값이랑 실제 값 사이의 차이를 수치적으로 알 수 있게 해주는

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(y_i - (\mathbf{w}^T\mathbf{x_i} + b)\right)^2$$

N: 데이터 수

y_i : 실제 값

x_i : 입력 값

$\mathbf{w}^T\mathbf{x_i} + b$: 예측된 값.

제곱은 +인지 – 인지 상관없이 조금이라도 차이 나면 더 돋보이게 할려고.

AI명예학회
SKHU

회귀(Regression)

- Polynomial Regression(다항 회귀)

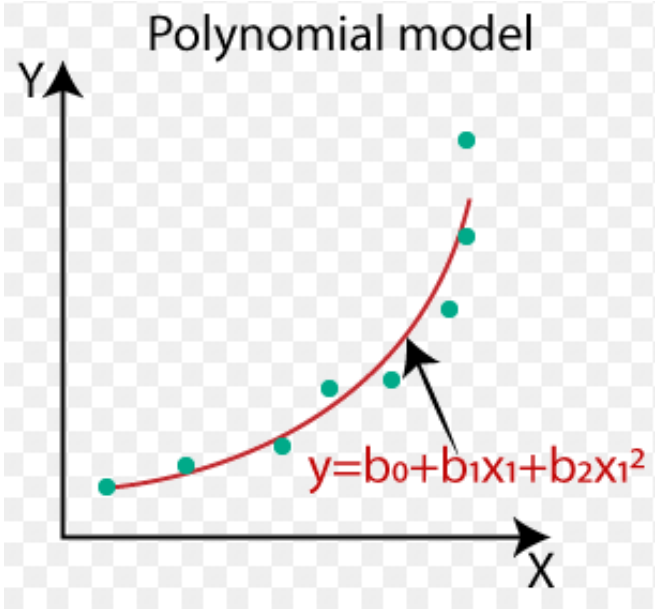
$$y = w_0 + w_1 x + w_2 x^2 + w_3 x^3 + \cdots + w_d x^d$$

y: 출력 변수

x: 입력 변수

w_0, w_1, …. , w_d : 가중치

d: 차수



동일하게 선형 회귀 범주에 속함.

차수가 작고 높고의 문제는

overfitting, underfitting 문제와 직결

AI명예학회
SKHU

회귀(Regression)

-Ridge/Lasso

규제(regularization): overfitting 방지하려고

AI명예학회
SKHU

회귀(Regression)

-Ridge regression == L2 regularization

$$J(\mathbf{w}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \mathbf{w}^T\mathbf{x}_i)^2 + \lambda\sum_{j=1}^{n} w_j^2$$

J(w): 손실함수

$(y_i - \mathbf{w}^T\mathbf{x}_i)^2$: 예측 값이랑 실제 값 차이 제곱

λ: 규제 강도 조절 파라미터 값

$\sum_{j=1}^{n} w_j^2$: L2 규제 항 # 가중치 제곱

$\lambda\sum_{j=1}^{n} w_j^2$ 가중치가 클수록 제곱값도 같이 커진다.

그러므로 전체 J(w)값 자체가 커짐.

AI명예학회
SKHU

회귀(Regression)

-Lasso regression == L1 regularization

$$J(\mathbf{w}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \mathbf{w}^T\mathbf{x}_i)^2 + \lambda\sum_{j=1}^{n}|w_j|$$

AI명예학회
SKHU

회귀(Regression)

-Ridge/Lasso

L1

주로 feature selection에 사용
변수 많을 때, 중요 변수만 남기는 방식

➔ 절대값이 선형적으로 증가하는 효과 부여
➔ 그래서 가중치 0이 되는 경우 생김

L2

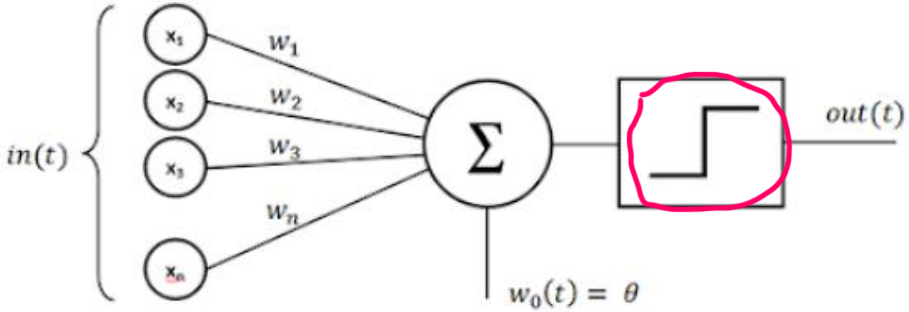
모든 feature 다 쓰면서 가중치 조절해서 모델 overfitting 방지

➔ 제곱값이 가중치 크면 더 큰 손실, 작으면 크게 변화 X
➔ 그래서 0에 가까워 지기만 하고 딱 0은 되지는 않음.

AI명예학회
SKHU

분류(Classification)

- **Perceptron**



$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

➔ 단위 계단 함수 (activation function)

$$y = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b$$

결국 이진 분류에 사용.

굉장히 초창기 분류 문제

AI명예학회
SKHU

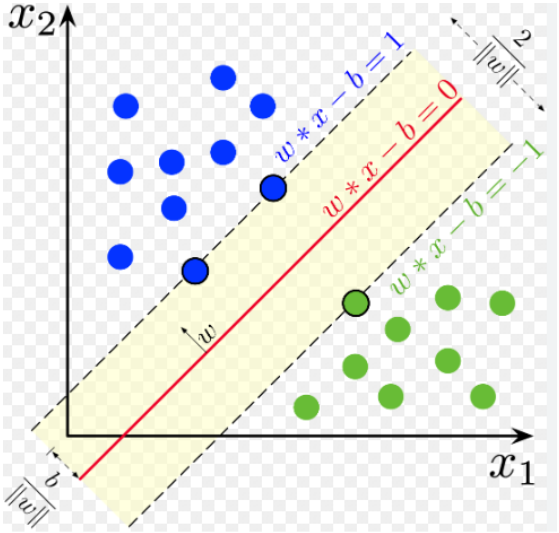
분류(Classification)

- **SVM(support vector machine)**

  최대 마진 찾는 것

  마진: 두 클래스 사이의 간격

  ➔ 이걸 최대화 해서 두 클래스 잘 구분하는 '결정경계' 만드는 것



$$w \cdot x + b = 0$$

decision hyperplane 정의 식

Decision Hyperplane: 두 클래스 분리하는 선. 2차원에선 선, 3차원에선 평면

Margine: 가장 가까운 데이터 포인트랑 Decision Hyperplane 사이의 거리 # 이 마진을 최대화 하는게 관건

$$M = \frac{1}{||w||}$$

Support vector: Decision Hyperplane에 가장 가까운 데이터 포인트들

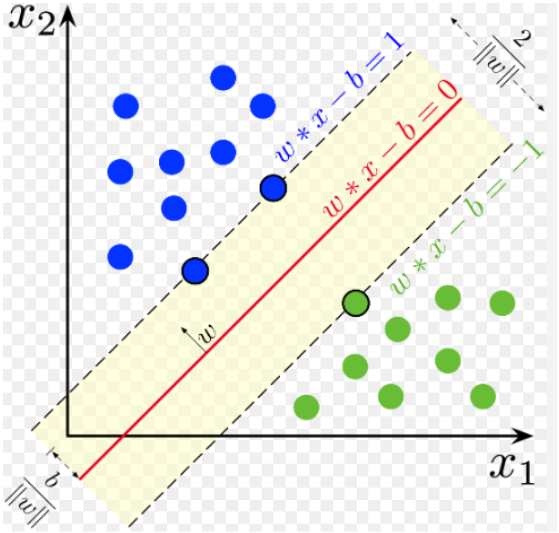
AI명예학회
SKHU

분류(Classification)

- **SVM(support vector machine)**

$$d = \frac{|w^T x_0 + b|}{\|w\|}$$

$$M = \frac{1}{||w||}$$



w: decision hyperplane의 방향

||w||: normal vector의 크기

x_0: 데이터 포인트

b: 상수값

normal vector: 고차원 공간에서 데이터 분리하는 평면.
그 평면에 수직으로 향하는 벡터

결국 d는 x_0와 decision hyperplane 사이의 거리 의미

$$w \cdot x + b = 0$$

decision hyperplane 정의 식

||w|| 값 커지면 margine값 작아지고,

서로 반비례 하는 걸 표현하기 위해 위의 분자 1로 고정

AI명예학회
SKHU

분류(Classification)

- **Logistic/softmax Regression**

말만 회귀

이진 분류 / 다중 분류

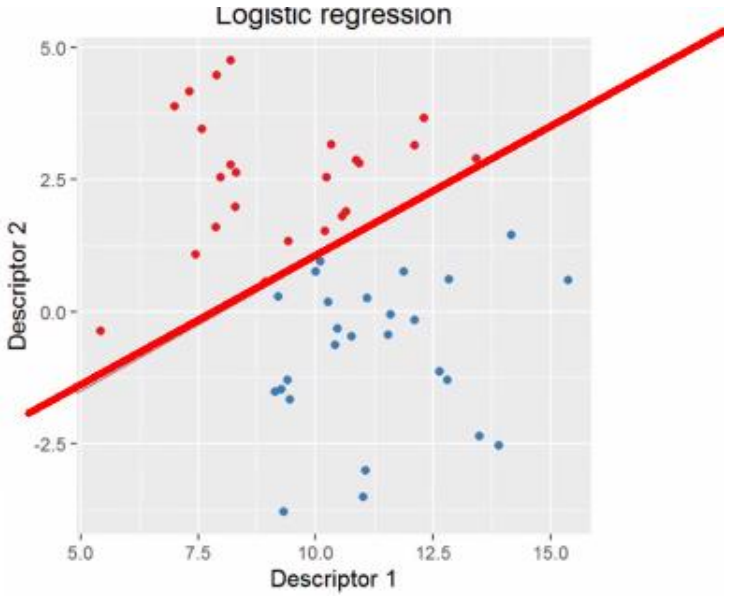
AI명예학회
SKHU

분류(Classification)

- **Logistic Regression**

$$z = w^T x + b$$

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$



선형회귀와 비슷하게 선형 결합 형태

$$\hat{y} = \begin{cases} 1 & \text{if } \sigma(z) \geq 0.5 \\ 0 & \text{if } \sigma(z) < 0.5 \end{cases}$$

but,
출력값을 그대로 쓰지 않고, 시그모이드 함수 사용하여 확률값으로 변환

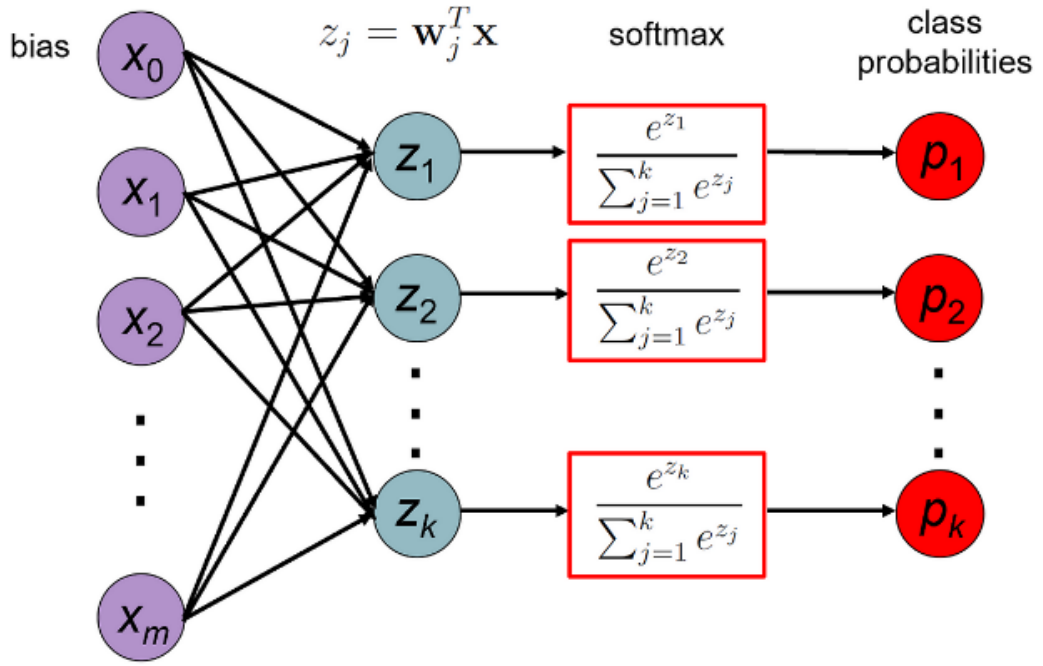
AI명예학회
SKHU

분류(Classification)

- Softmax Regression

$$z_k = w_k^T x + b_k$$

$$P(y = k \mid x) = \frac{e^{z_k}}{\sum_{j=1}^{K} e^{z_j}}$$



결국 z_k의 확률값을 반환.

모든 클래스의 확률 합이 1

동일한 선형 결합 형태

그래서 로지스틱 회귀의 연장선 # 클래스 2개라면 동일

AI명예학회
SKHU

Tree Model

- Decision Tree Classifier # 분류
- Random Forest Classifier # 분류
- Decision Tree Regressor # 회귀
- Gradient Boosting Regressor # 회귀

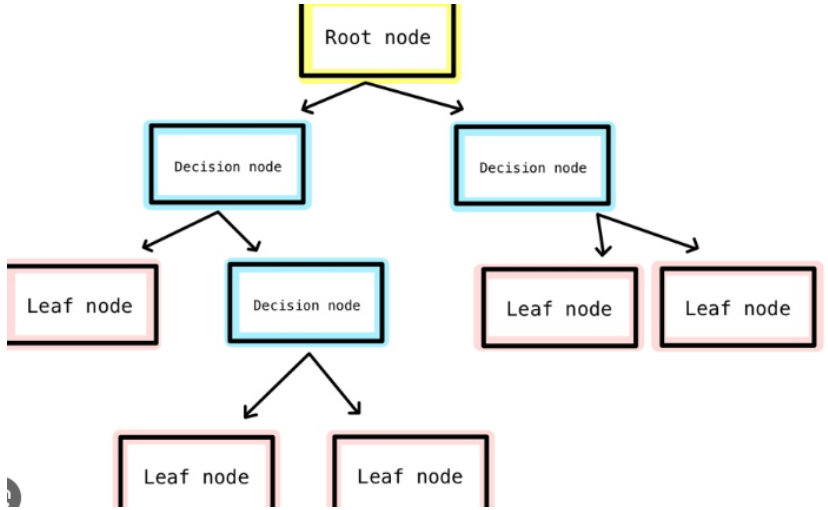
등등

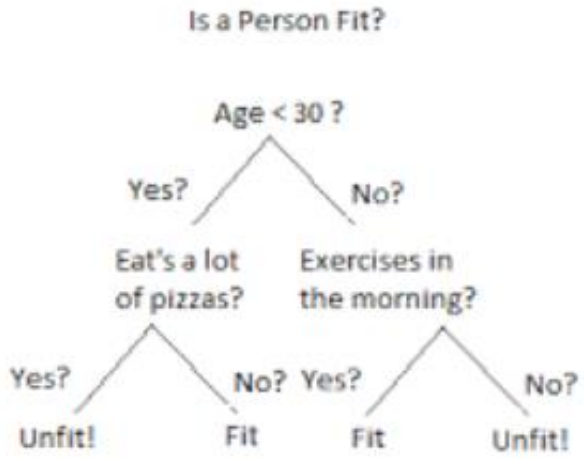
AI명예학회
SKHU

Tree Model

- **Decision Tree Classifier # 분류**

데이터 특성 기준으로 의사결정 규칙 만들어서 분류 하는 모델





루트 노드: 데이터 처음 나누는 지점

결정 노드: 데이터 특성에 따라 분기되는 지점

리프 노드: 더 이상 분할 안되는 종단 지점. 최종 클래스 결정

AI명예학회
SKHU

Tree Model

- **Decision Tree Classifier # 분류**

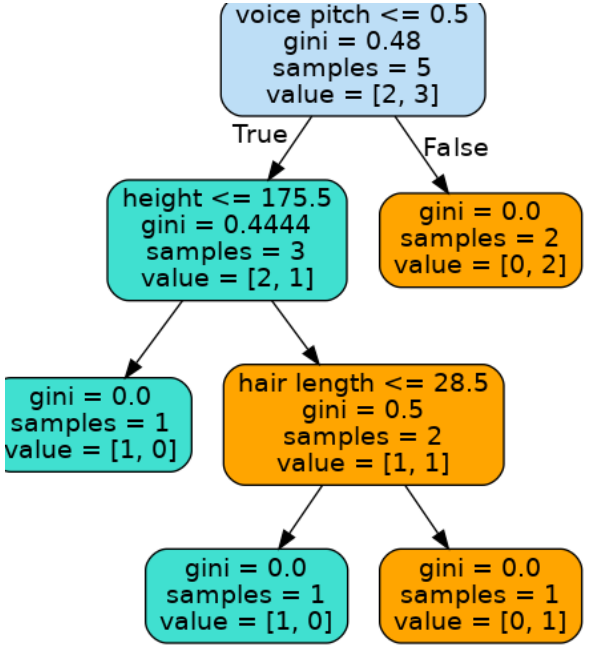
$$\mathrm{Gini}(D) = 1 - \sum_{i=1}^{C} P_i^2$$

Gini는 불순도 지표. ➔ 데이터가 얼마나 혼합되어 있는지

0이면 완벽하게 한 클래스에 속한 것, 0.5에 가까우면 클래스 여러 개 혼합 된 상태

P_i: 클래스 i에 속할 확률

C: 클래스 개수



$$\mathrm{Entropy}(D) = -\sum_{i=1}^{C} P_i \log_2 P_i$$

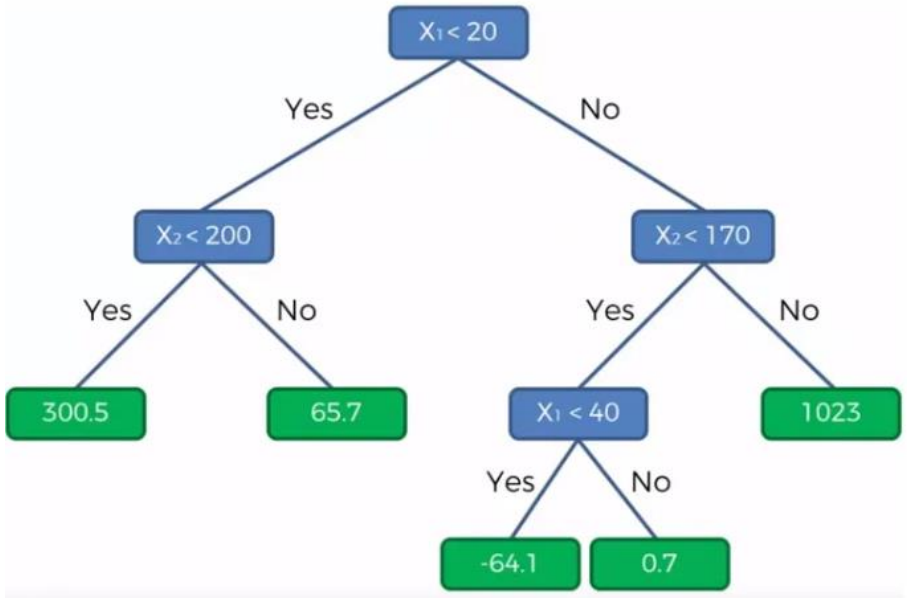
D: 데이터셋
C: 클래스 수
P_i: 클래스 i에 속할 확률

Gini와 동일한 분류 지표

AI명예학회
SKHU

Tree Model

- **Decision Tree Regressor # 회귀**



데이터를 여러 구간으로 나눠서 각 구간 내에서 예측값 내는 것

각 노드 개념은 동일.

but, 리프노드에서 평균이나 중앙값을 최종 예측값으로 내는 차이 존재

Decision Tree Classification에서는 Gini, Entropy를 사용.

Decision Tree Regressor에서는 MSE나 분산(데이터가 얼마나 잘 몰려있는지)을 지표로 주로 사용

$$\text{Variance}(D) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$$

AI명예학회
SKHU

Tree Model

- **Decision Tree Classification / Regressor**

Tree가 너무 깊을 때, Overfitting 주의

Tree가 너무 얕을 때, Underfitting 주의

➔ 가지 깊이를 제한, 혹은 가지 몇 개를 제거.
➔ 앙상블 기법(Random Forest, Gradient Boosting) 적용으로 이를 방지.
➔ 혹은 Cross Validation으로 살펴보기.

AI명예학회
SKHU

Assignment

- 회귀 문제에서의 손실함수 더 찾아볼 것

- 수업 내용 정리

- 오늘 나온 내용, sklearn 라이브러리 활용 후 적용
- 분류문제 데이터: IRIS
- 회귀문제 데이터: Diabetes

➔(폴더명: 2주차_3기_@@@
➔한 폴더 안에
➔손실함수 더 찾은것 & 수업 내용 정리,
➔.ipynb 파일)

하고 Pull Request

AI명예학회
SKHU