TP7-Etude de la flèche d'une potence en fonction du point d'application et de la force appliquée

CORRIGE

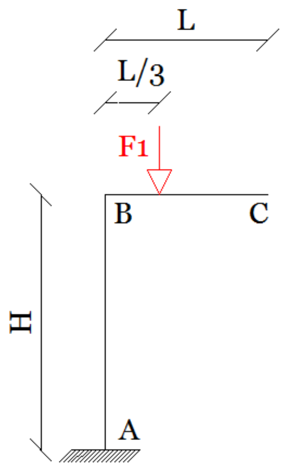
1. INFLUENCE DU POINT D'APPLICATION DE LA FORCE

Etude préparatoire :

Q.1. Nous avons une potence encastrée soumise à une charge de 200 N au tiers de la longueur.

Encastrement au point A : $\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{A_1}} \\ \overrightarrow{M_{A_1}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_{A_1} & 0 \\ Y_{A_1} & 0 \\ 0 & Mf_{A_1} \end{Bmatrix}_A$

C'est donc un système isostatique que l'on résout grâce au PFS :



- $\sum F_{/x} = 0 \Longrightarrow X_{A1} = 0$
- $\sum F_{/y} = 0 \Longrightarrow Y_{A1} - F_1 = 0$

$$Y_{A1} = F_1$$

$$Y_{A1} = 200\,N$$

- $\sum M_{/A} = 0 \Longrightarrow \overline{Mf_{A_1}} - F1 \times L/3 = 0$

$$\overline{Mf_{A_1}} = F1 \times L/3$$

$$\overline{Mf_{A_1}} = 200 \times 0.19/3$$

$$\overline{Mf_{A_1}} = 12.67\,N.m$$

Problème mécanique n°1

RECHERCHES & REALISATIONS REMY • s.a.s au capital de 516 000 € • SIRET Montauban 342 939 154 00023 • NAF 2651 B • TVA FR 69 342 939 154
1, rue Jacquard - ZI Nord • BP 80631 • 82006 MONTAUBAN cedex • FRANCE • Tel. +33 (0)5 63 66 52 80 - Fax +33 (0)5 63 66 52 71 • www.3r-rpp.com

Q.2. Nous avons une potence encastrée soumise à une charge de 200 N au 2/3 de la longueur.

Encastrement au point A : $\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{A_2}} \\ \overrightarrow{M_{A_2}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_{A_2} & 0 \\ Y_{A_2} & 0 \\ 0 & M_{fA_2} \end{Bmatrix}_A$

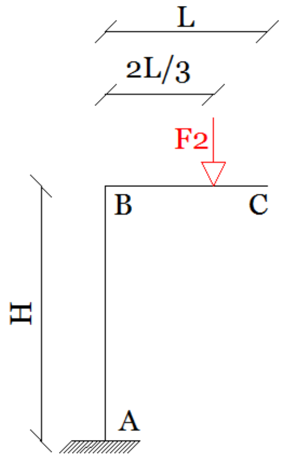
C'est donc un système isostatique que l'on résout grâce au PFS :

- $\sum F_{/x} = 0 \Longrightarrow X_{A_2} = 0$
- $\sum F_{/y} = 0 \Longrightarrow Y_{A_2} - F_2 = 0$

$$Y_{A_2} = F_2$$
$$Y_{A_2} = 200\ N$$

- $\sum M_{/A} = 0 \Longrightarrow \overrightarrow{Mf_{A_2}} - F2 \times {}^{2L}/_{3} = 0$

$$\overrightarrow{Mf_{A_2}} = F2 \times {}^{2L}/_{3}$$
$$\overrightarrow{Mf_{A_2}} = 200 \times {}^{2 \times 0.19}/_{3}$$
$$\overrightarrow{Mf_{A_2}} = 25.33\ N.m$$



Problème mécanique n°2

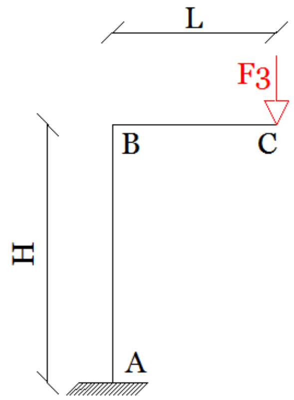
Q.3. Nous avons une potence encastrée soumise à une charge de 200 N au point C.

Encastrement au point A : $\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{A_3}} \\ \overrightarrow{M_{A_3}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_{A_3} & 0 \\ Y_{A_3} & 0 \\ 0 & M_{fA_3} \end{Bmatrix}_A$

C'est donc un système isostatique que l'on résout grâce au PFS :

- $\sum F_{/x} = 0 \Longrightarrow X_{A_3} = 0$
- $\sum F_{/y} = 0 \Longrightarrow Y_{A_3} - F_3 = 0$

$$Y_{A_3} = F_3$$
$$Y_{A_3} = 200\ N$$



- $\sum M_{/A} = 0 \Longrightarrow \overrightarrow{Mf_{A_3}} - F_3 \times L = 0$

$$\overrightarrow{Mf_{A_3}} = F_3 \times L$$

$$\overrightarrow{Mf_{A_3}} = 200 \times 0.19$$

$$\overrightarrow{Mf_{A_3}} = 38\ N.m$$

Q.4 Rappel des valeurs littérales des moments :

$$\overrightarrow{Mf_{A_1}} = F1 \times L/3$$

$$\overrightarrow{Mf_{A_2}} = F2 \times {}^{2L}/_{3}$$

$$\overrightarrow{Mf_{A_3}} = F3 \times L$$

Nous avons donc la relation suivante : $\overrightarrow{Mf_{A_1}} = {}^{\overrightarrow{Mf_{A_2}}}/_{2} = {}^{\overrightarrow{Mf_{A_3}}}/_{3}$

Nous constatons que plus le point d'application de la force se situe loin du point B, plus le moment d'encastrement est grand.

Analyse de résultats :

Q.5.

Les résultats expérimentaux et théoriques sont résumés dans le tableau ci-dessous :

	Problème 1	***Problème 2***	***Problème 3***
Déplacement 1 théorique	-0,10 mm	-0,22 mm	-0,34 mm
Déplacement 1 expérimental	-0,11 mm	-0,33 mm	-0,64 mm

Le déplacement est maximum lorsque le point d'application de la force est loin du point B. Le cas le plus favorable pour la potence est donc le Cas n°1. Plus le moment d'encastrement au point A est grand, plus le déplacement au point C est grand.

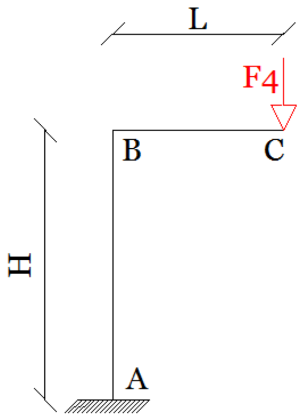
Q.6.

Pour une charge de levage $\vec{F}$donnée, la grue est plus sollicitée lorsque la charge est appliquée en bout de flèche. Le cas le plus défavorable correspond donc au cas n°3.

RECHERCHES & REALISATIONS REMY • s.a.s au capital de 516 000 € • SIRET Montauban 342 939 154 00023 • NAF 2651 B • TVA FR 69 342 939 154
1, rue Jacquard - ZI Nord • BP 80631 • 82006 MONTAUBAN cedex • FRANCE • Tel. +33 (0)5 63 66 52 80 - Fax +33 (0)5 63 66 52 71 • www.3r-rpp.com

2. INFLUENCE DE L'INTENSITE DE LA FORCE

Etude préparatoire :



Problème mécanique n°4

Q.7. Nous avons une potence encastrée soumise à une charge de 200 N au point C.

Encastrement au point A : $\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{A_4}} \\ \overrightarrow{M_{A_4}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_{A_4} & 0 \\ Y_{A_4} & 0 \\ 0 & M_{fA_4} \end{Bmatrix}_A$

C'est donc un système isostatique que l'on résout grâce au PFS :

- $\sum F_{/x} = 0 \Longrightarrow X_{A_4} = 0$
- $\sum F_{/y} = 0 \Longrightarrow Y_{A_4} - F_4 = 0$

  $Y_{A_4} = F_4$

  $Y_{A_4} = 400\ N$
- $\sum M_{/A} = 0 \Longrightarrow \overline{Mf_{A_4}} - F_4 \times L = 0$

  $\overline{Mf_{A_4}} = F_4 \times L$

  $\overline{Mf_{A_4}} = 400 \times 0.19$

  $\overline{Mf_{A_4}} = 76\ N.m$

Q.8. Le moment d'encastrement au point C pour le problème mécanique n°3 est égal à 38 N.m pour une charge de 200N.

Le moment d'encastrement au point C pour le problème mécanique n°4 est égal à 76 N.m pour une charge de 400N.

Le moment d'encastrement varie donc proportionnellement avec l'intensité de la charge.

Q.9. Les résultats expérimentaux et théoriques sont résumés dans le tableau ci-dessous :

	Problème 4
Déplacement 1 théorique	-0,69 mm
Déplacement 1 expérimental	1.,23 mm

Le déplacement vertical augmente avec l'intensité de la charge. Plus la charge augmente, plus le déplacement vertical est important.

Q.10. 1 *Déterminons l'équation du moment fléchissant :*

L'équation du moment de la poutre s'écrit : $M_{fz} = -M_A - Y_A \times x = F.(x-l)$

On peut alors grâce à l'équation donnée obtenir l'expression suivante :

$$EI\,\frac{d^2u_y}{dx^2}(x) = F(x-l)$$

$$EI\,\frac{du_y}{dx}(x) = F\left(\frac{x^2}{2} - l.x\right) + A$$

$$EIu_y(x) = F\left(\frac{x^3}{6} - l.\frac{x^2}{2}\right) + A.x + B$$

Q10.2. *Déterminons les constantes A et B grâce aux conditions aux limites :*

En x = 0, $\frac{du_y}{dx}(0) = 0$ donc A = 0

De même, u_y (0) = 0 donc B = 0

Le déplacement peut alors s'écrire :

$$u_y(x) = \frac{1}{EI}.F\left(\frac{x^3}{6} - l.\frac{x^2}{2}\right)$$

Q10.3. *Déterminons la force F maximale :*

Le déplacement admissible est égal au 1/500$^{\text{ème}}$ de la portée soit : $\frac{0{,}19}{500} = 0{,}38\,mm.$

$$u_y(L) = \frac{1}{EI}.F\left(\frac{L^3}{6} - \frac{L^3}{2}\right) = -0{,}38.10^{-3}$$

$$\frac{1}{EI}.F\left(-\frac{2L^3}{6}\right) = -0{,}38.10^{-3}$$

$$F\left(\frac{L^3}{3}\right) = 0{,}38.10^{-3} \times EI$$

$$F = \frac{0{,}38.10^{-3} \times EI \times 3}{L^3}$$

$$F = \frac{0{,}38.10^{-3} \times 210^9 \times 3{,}64.10^{-8} \times 3}{0{,}19^3}$$

$$F = 1270{,}47\ N$$

La force appliquée en bout de potence doit être inférieure à 1270,47 N pour respecter les contraintes imposées.

RECHERCHES & REALISATIONS REMY • s.a.s au capital de 516 000 € • SIRET Montauban 342 939 154 00023 • NAF 2651 B • TVA FR 69 342 939 154
1, rue Jacquard - ZI Nord • BP 80631 • 82006 MONTAUBAN cedex • FRANCE • Tel. +33 (0)5 63 66 52 80 - Fax +33 (0)5 63 66 52 71 • www.3r-rpp.com