

TP5-PRINCIPE DE SUPERPOSITION SUR POUTRE ISOSTATIQUE

CORRIGE

1. Influence de l'intensité d'une force

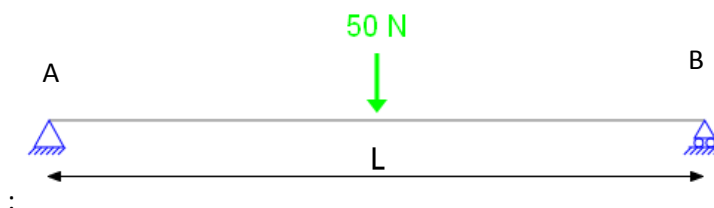
Etude préparatoire :

Q.1. Nous avons une poutre sur deux appuis: une rotule à gauche et un appui simple à droite.

$$\text{Rotule au point A : } \begin{pmatrix} \overline{R_{A1}} \\ \overline{M_{A2}} \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} X_{A1} 0 \\ Y_{A1} 0 \\ 0 0 \end{pmatrix}_A$$

$$\text{Articulation au point B : } \begin{pmatrix} \overline{R_{B1}} \\ \overline{M_{B2}} \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} 0 0 \\ Y_{B1} 0 \\ 0 0 \end{pmatrix}_B$$

C'est donc une poutre isostatique que l'on résout grâce au PFS :



Problème mécanique n°1

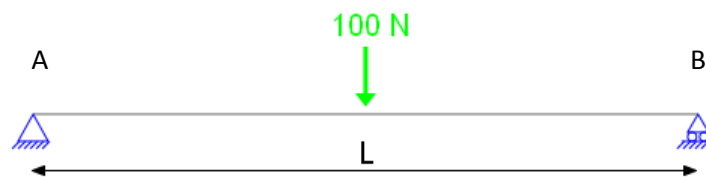
- $\sum F_x = 0 \implies X_{A1} = 0$
- $\sum F_y = 0 \implies Y_{A1} + Y_{B1} - 50 = 0$
- $\sum M_A = 0 \implies Y_{B1} \times 1 - 50 \times 0.5 = 0 \implies Y_{B1} = 25 \text{ N}$

On en déduit la valeur de Y_{A1} : $Y_{A1} = 50 - Y_{B1}$

$$Y_{A1} = 50 - 25$$

$$Y_{A1} = 25 \text{ N}$$

Q.2. Faire de même pour le problème mécanique 2.



Problème mécanique n°2

- $\sum F_x = 0 \quad X_{A2} = 0$
- $\sum F_y = 0 \implies Y_{A2} + Y_{B2} - 100 = 0$
- $\sum M_A = 0 \implies Y_{B2} \times 1 - 100 \times 0.5 = 0 \implies Y_{B2} = 50 \text{ N}$

On en déduit la valeur de Y_{A2} : $Y_{A2} = 100 - Y_{B2}$

$$Y_{A2} = 100 - 50$$

$$Y_{A2} = 50 \text{ N}$$

Q.3. Faire de même pour le problème mécanique 3.



Problème mécanique n°3



- $\sum F_x = 0$ $X_{A3} = 0$
- $\sum F_y = 0 \implies Y_{A3} + Y_{B3} - 200 = 0$
- $\sum M_A = 0 \implies Y_{B3} \times 1 - 200 \times 0.5 = 0 \implies Y_{B3} = 100 \text{ N}$

On en déduit la valeur de Y_{A3} : $Y_{A3} = 200 - Y_{B3}$

$$Y_{A3} = 200 - 100$$

$$Y_{A3} = 100 \text{ N}$$

Q.4. D'après les résultats trouvés, on remarque que :

- $Y_{A2} = 2 \cdot Y_{A1}$
- $Y_{A3} = 2 \cdot Y_{A2}$
- $Y_{A3} = 4 \cdot Y_{A1}$

Sachant que $\|\vec{F}_2\| = 2 \cdot \|\vec{F}_1\|$ et que $\|\vec{F}_3\| = 2 \cdot \|\vec{F}_2\|$, et que donc $\|\vec{F}_3\| = 4 \cdot \|\vec{F}_1\|$.

On peut en déduire que lorsqu'on augmente la charge d'application, les réactions d'appuis augmentent également de façon linéaire.

Si la force de départ est multipliée par x, alors les réactions d'appuis sont aussi multipliées par x.

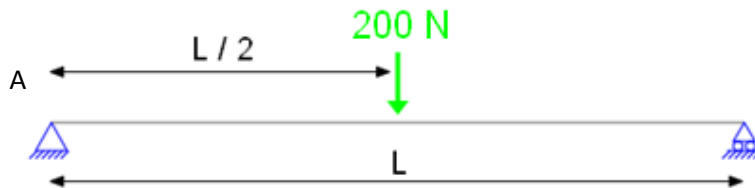
Analyse de résultats :

Q.5. Les raisons qui peuvent expliquer l'écart relatif calculé sont :

- La mise en place de la poutre sur les appuis doit être parfaitement symétrique par rapport au 3 axes (x,y,z).
- Quelques millimètres peuvent influencer directement sur les valeurs mesurées.
- La précision des manipulations se fait ressentir dans la précision et la pertinence des mesures à effectuer.
- Un écart de $\pm 5\%$, par rapport à la valeur théorique.

2. Influence du point d'application

Etude préparatoire :



Problème mécanique n°4

- $X_{A4} = X_{A3} = 0 \text{ N}$
- $Y_{A4} = Y_{A3} = 100 \text{ N}$
- $Y_{B4} = Y_{B3} = 100 \text{ N}$

Q.1. Nous avons une poutre sur deux appuis: une rotule à gauche et un appui simple à droite.

Rotule au point A : $\begin{pmatrix} \overline{R_{A3}} \\ \overline{M_{A3}} \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} X_{A3} 0 \\ Y_{A3} 0 \\ 0 0 \end{pmatrix}_A$

Articulation au point B : $\begin{pmatrix} \overline{R_{B3}} \\ \overline{M_{B3}} \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} 0 0 \\ Y_{B3} 0 \\ 0 0 \end{pmatrix}_B$

C'est donc une poutre isostatique que l'on résout grâce au PFS :



Problème mécanique n°5

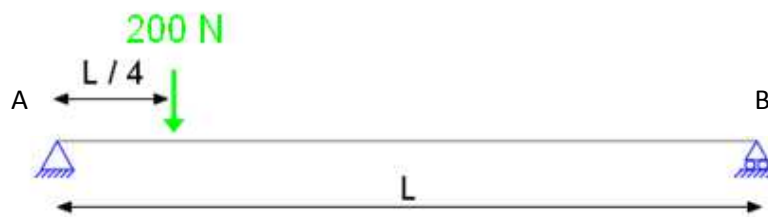
- $\sum F_x = 0 \quad X_{A5} = 0$
- $\sum F_y = 0 \implies Y_{A5} + Y_{B5} - 200 = 0$
- $\sum M_A = 0 \implies Y_{B5} \times 1 - 200 \times \frac{1}{3} = 0 \implies Y_{B5} = 66,67 \text{ N}$

On en déduit la valeur de Y_{A5} : $Y_{A5} = 200 - Y_{B5}$

$$Y_{A5} = 200 - 66,67$$

$$Y_{A5} = 133,33 \text{ N}$$

Q.2. Faire de même que pour le problème mécanique 6 :



Problème mécanique n°6

- $\sum F_x = 0 \quad X_{A6} = 0$
- $\sum F_y = 0 \implies Y_{A6} + Y_{B6} - 200 = 0$
- $\sum M_A = 0 \implies Y_{B6} \times 1 - 200 \times \frac{1}{4} = 0 \implies Y_{B6} = 50 \text{ N}$

On en déduit la valeur de Y_{A6} : $Y_{A6} = 200 - Y_{B6}$

$$Y_{A6} = 200 - 50$$

$$Y_{A6} = 150 \text{ N}$$



Q.3. D'après les résultats trouvés, on remarque que :

- $Y_{A_5} = 4/3 \cdot Y_{A_4} = 32/24 \cdot Y_{A_4}$
- $Y_{A_6} = 3/2 \cdot Y_{A_5} = 36/24 \cdot Y_{A_4}$
- $Y_{A_6} = 9/8 \cdot Y_{A_4} = 27/24 \cdot Y_{A_4}$

On en déduit que, plus la force appliquée est proche d'un appui, alors sa réaction d'appui est plus important.

Remarque :

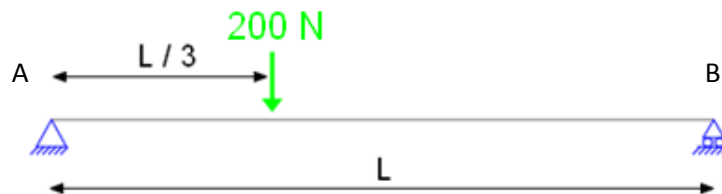
Si la force est appliquée directement sur un appui, celui-ci reprendra alors toute la charge apportée par cette force.

Analyse de résultats :

Q.4. Idem question identique de la partie 1.

3. PRINCIPE DE SUPERPOSITION

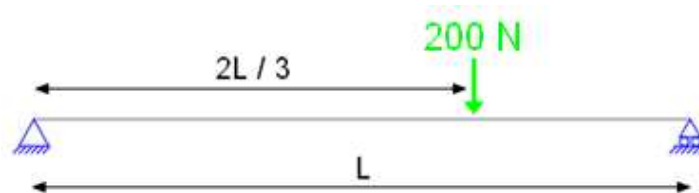
Etude préparatoire :



Problème mécanique n°7

- $X_{A7} = X_{B5} = 0 \text{ N}$
- $Y_{A7} = Y_{A5} = 133.33 \text{ N}$
- $Y_{B7} = Y_{B5} = 66.67 \text{ N}$

Q.1. Principe de la symétrie :

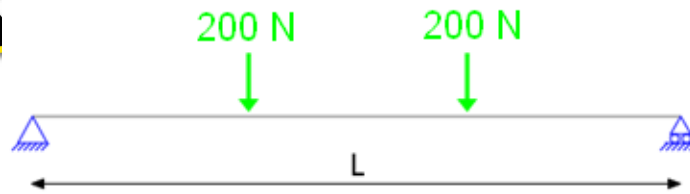


Problème mécanique n°8

D'après le principe de superposition, on peut en déduire que :

- $X_{A8} = X_{B8} = 0 \text{ N}$
- $Y_{A8} = Y_{B7} = 66.67 \text{ N}$
- $Y_{B8} = Y_{A7} = 133.33 \text{ N}$

Q.2. Principe de superposition :



Problème mécanique n°9

- $X_{A9} = X_{A7} + X_{A8} = 0\text{ N}$
- $Y_{A9} = Y_{A7} + Y_{A8} = 200\text{ N}$
- $Y_{B9} = Y_{B7} + Y_{B8} = 200\text{ N}$

Analyse de résultats :

Q.4. Idem question identique des parties précédentes.