



## TP9-FLEXION SOUS CHARGE PONCTUELLE ET CHARGE REPARTIE

---

### CORRIGE

#### PRECAUTIONS D'UTILISATION

Avant de commencer, voici quelques consignes à respecter :

- Ne pas monter ou s'asseoir sur le meuble.
- Ne pas introduire d'objet à travers les grilles et trous des moteurs ainsi que ceux du boîtier électrique.
- Ne jamais démonter le treuil pour un autre motif qu'une opération de maintenance.
- Ne jamais utiliser le treuil avec un câble complètement déroulé. Toujours garder un minimum de 2 tours de câble sur le tambour.
- Ne pas retirer les goupilles de la traverse mobile lorsque le câble du treuil n'est pas complètement tendu.
- Le coffret électrique ne doit être ouvert que par des personnes habilitées. Les opérations de maintenance et de contrôles doivent également être effectuées par des personnes habilitées.
- Ne pas déplacer les vérins trop brusquement aux extrémités de la traverse mobile ou poutre verticale : cela pourrait endommager le boîtier du conditionneur qui viendrait alors en butée contre une vis.
- Les supports magnétiques des capteurs de déplacement ne doivent être aimantés que sur les règles inférieures et latérales gauches, en aucun cas sur les fines platines où coulisent les vérins.
- Un seul opérateur doit piloter le BED 100. Il doit s'assurer de la sécurité des autres personnes présentes autour du banc avant de le mettre en mouvement. Une distance de 1 mètre par rapport au banc permet d'assurer la sécurité des observateurs, sans nuire à l'observation des phénomènes.



### OBJECTIFS DU TP

Étudier différents cas de chargement pour un même système mécanique et en déduire l'influence sur la flèche d'une poutre isostatique.

### CHARGE REPARTIE ? CHARGE PONCTUELLE ?

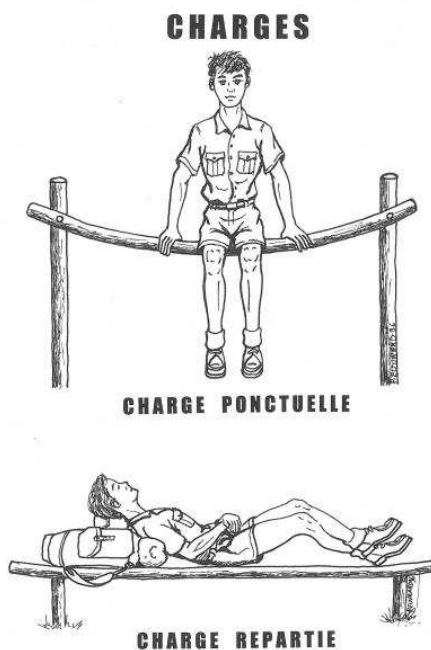
Les charges sont :

#### **PONCTUELLES**

Quand elles sont placées sur un seul point de la longueur ou de la surface.

#### **RÉPARTIES**

Quand elles sont placées sur toute la longueur ou la surface.



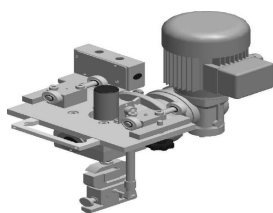
Sur un banc, la charge est ponctuelle ou répartie selon le nombre de personnes qui y sont assises.



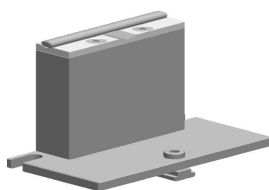
### PROCEDURE EXPERIMENTALE

#### **Matériel nécessaire :**

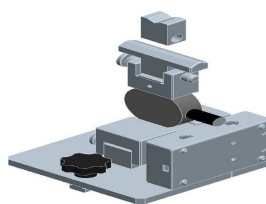
- Banc d'essai didactique BED 100 avec ordinateur et périphériques
- Vérin électrique
- Appui simple
- Appui simple instrumenté avec fléau en Té (utilisé pour la mesure d'action de liaison)
- Appui flexion 1 point (embout du vérin)
- Appui flexion 2 points (embout du vérin)
- Appui flexion charge répartie
- Poutre en lamellé collé de section rectangulaire de dimensions 2cmx4cm
- Règle ou mètre



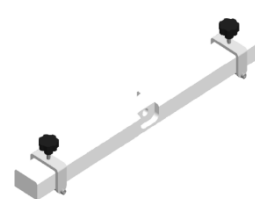
*Vérin électrique*



Appui simple



Appui  
simple  
instrumenté



simple Appui flexion 2 points

#### **Mise sous tension du banc d'essai et du matériel informatique :**

- Placer le sectionneur à l'arrière du coffret électrique en position (I)
- Appuyer sur le bouton vert de la façade avant du coffret électrique.
- Allumer seulement ensuite le PC et l'écran.

#### **Préparation du matériel informatique :**

- Lancer l'application 3R QuantX correspondant au TP : fichier « Statique\Poutre ».
- Le banc est prêt à être utilisé.

#### **Préparation du banc d'essai :**

- Pour une poutre de 0,50 m de long :  
Installer les appuis simples de part et d'autre du repère 0 du banc (l'appui simple instrumenté à gauche et l'appui sans capteur à droite). Ils doivent être positionnés à 25 cm de l'origine 0 chacun : un orifice dans le socle de l'appui permet de visualiser cette distance.



- **Présence obligatoire du professeur : Réglage de la traverse mobile (si nécessaire)**  
À l'aide de la manivelle (située sur le côté gauche du banc d'essai), enrouler le fil jusqu'à ce que la traverse soit suspendue et qu'elle ne repose plus sur les goupilles.  
Retirer les deux goupilles « bêta » puis les grandes goupilles. Descendre la traverse en actionnant la manivelle, remettre les grandes goupilles puis les goupilles « bêta » au niveau des réservations de bonne hauteur. De nouveau, tendre le fil en tournant la manivelle.
  - o Pour appliquer **une** force ponctuelle unique : Installer l'appui flexion 1 point (embout) sur le vérin.
  - o Pour appliquer **deux** forces ponctuelles : installer l'appui flexion 2 points sur le vérin ; déplacer les embouts à égales distances, de manière à respecter le schéma mécanique voulu. Positionner le vérin au niveau du repère zéro de la traverse.
- Installer la poutre sur les deux appuis en la centrant par rapport à l'origine 0 ; son milieu doit être aligné avec l'embout du vérin. Pour plus de précision, ne pas hésiter à repérer le centre de la poutre avec un marqueur.
- **Présence obligatoire du professeur : Positionnement du vérin (si nécessaire)**  
Passer la machine en mode manuel en tournant la clé du boîtier de commande vers « MAIN ». Positionner le vérin à environ 1 mm de la poutre : appuyer sur la touche F6 pour descendre (et F5 pour remonter) tout en maintenant le bouton « MARCHE » du boîtier de commande. Arrêter de manipuler le vérin lorsque le bouton en charge s'allume en jaune : cela signifie que le vérin est en contact avec la poutre.

*Remarque : l'application 3R QuantX doit être lancée pour pouvoir manipuler le vérin ; le maintien du bouton « MARCHE » du boîtier de commande constitue une sécurité lors des manipulations.*

### Réalisation des mesures :

Les mesures ne peuvent se faire qu'une fois les éléments installés et l'application 3R QuantX lancée.

- Passer la machine en mode automatique en tournant la clé sur la boîte de commande vers « AUTO ».
- Dans la fenêtre de l'application, cliquer sur le bouton « Enregistrer ».
- Remplir le formulaire avec les informations suivantes :
  - o *Référence de l'essai* : « TP\_TypeCharge-Nom de l'élève »
  - o *Asservissement* : sélectionner l'étiquette « Force » (l'intitulé doit apparaître en bleu)
  - o *Vitesse d'essai* : + 5 N/s
  - o *Force limite d'essai* : Selon l'essai à effectuer : 100 N
  - o *Déplacement limite d'essai* : 20 mm
- Cliquer sur le bouton « Départ »



- Lors de l'essai, la descente du vérin se fait automatiquement, jusqu'à ce que l'effort imposé atteigne la force limite d'essai (arrêt automatique) ; il faut cependant maintenir le bouton « MARCHE » du boîtier de commande pour autoriser l'opération.
- Une fois le vérin arrêté, relever la mesure de l'action de liaison affichée à l'écran ainsi que la flèche mesurée.
- Repasser en « manuel » puis remonter le vérin avec « Marche »+F5
- Fermer la fenêtre sans enregistrer les résultats.

### Mise hors service du banc d'essai :

- Eteindre le PC et l'écran.
- Appuyer sur le bouton vert de la façade avant du coffret électrique.
- Placer le sectionneur à l'arrière du coffret électrique en position (O)

### DEROULEMENT DU TP

Le banc d'essai à utiliser consiste en un système électromécanique piloté informatiquement pour la réalisation d'essais mécaniques non destructifs. Il permet de mettre en œuvre les principes de la résistance des matériaux. Les conditions hypothétiques de l'analyse théorique sont reproduites et les efforts et les déplacements sont facilement mesurables.

Nous étudierons le comportement mécanique d'une poutre en lamellé collé sur 2 appuis, soumise à des chargements différents.

1. Une poutre de longueur  $L = 0,50 \text{ m}$  sur rotule et appui simple soumise à une charge verticale  $\|\vec{F}_1\| = 100 \text{ N}$  au centre de sa travée.

2. Une poutre de longueur  $L = 0,50 \text{ m}$  sur rotule et appui simple soumise à :

- Une charge verticale  $\|\vec{P}_1\| = 50 \text{ N}$  sur un point localisé à une distance  $\frac{L}{3}$  du point A

- Une charge verticale  $\|\vec{P}_2\| = 50 \text{ N}$  sur un point localisé à une distance  $\frac{2L}{3}$  du point A

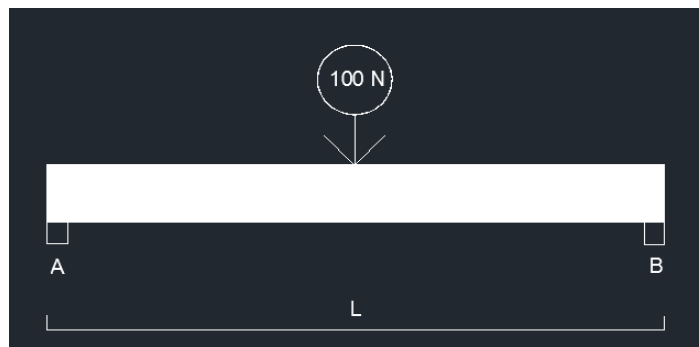
3. Une poutre de longueur  $L = 0,50 \text{ m}$  sur rotule et appui simple soumise à une charge répartie  $\|\vec{f}\| = 200 \text{ N/m}$  sur toute sa longueur.

Pour chaque manipulation, nous relèverons la flèche au point d'application de la force ainsi que la réaction d'appui en A.

## Flexion 3 points

### Etude préparatoire :

Soit la structure suivante :



**Q.1.** Dessiner le schéma mécanique de la structure ci-dessus, sachant que :

- la force est appliquée à  $L/2$
- A est un appui articulé
- B un appui simple

**Réponse 1 :**



**Q.2.** En isolant la poutre, résoudre le problème mécanique en respectant ces étapes :

- Déterminer à partir des liaisons les expressions littérales des réactions d'appui.
- Appliquer le Principe Fondamental de la Statique au point A, et déterminer la valeur des composantes de ces réactions d'appui.

**Réponse 2 :**

$$Y_a = Y_b = P/2 = 100 / 2 = 50 \text{ N}$$

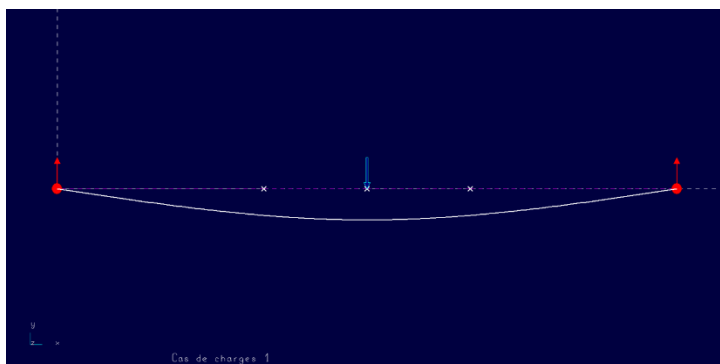
**Q.3.** Mesurer la section  $S$  de la poutre et déterminer le moment quadratique  $I$  de la poutre.

**Réponse 3 :**

**Section  $b = 4 \text{ cm}$   $h = 2 \text{ cm}$  donc  $S = b \cdot h = 4 \cdot 2 = 8 \text{ cm}^2$**

**$I = \frac{b h^3}{12} = \frac{0.04 \cdot (0.02)^3}{12} = 2.67 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 = 26\,667 \text{ mm}^4$**

**Q.4.** Tracer l'allure de la déformée de la poutre sous ce chargement.



## Procédure expérimentale :

*Pour réaliser les manipulations ci-dessous, suivre les instructions de la procédure expérimentale générale, décrite au début de ce TP.*

Mettre sous tension le banc d'essai et le matériel informatique.

Lancer l'application 3R QuantX.

Installer le banc d'essai ; si nécessaire, régler la hauteur de la traverse mobile pour ne pas avoir à déployer le vérin dans sa totalité.

Installer l'appui flexion 1 point s'il n'est pas déjà en place.

Réaliser les mesures et relever la réaction d'appui en A ainsi que la flèche mesurée au point d'application.

## Analyse de résultats :

**Q.5.** Comparer les valeurs théoriques aux valeurs mesurées.

Calculer l'écart relatif pour chaque valeur :  $e = \frac{|Valeur\ théorique - Valeur\ mesurée|}{Valeur\ théorique} \times 100$

Quelles sont les raisons qui peuvent expliquer cet écart ?



**Résultat 5 : réaction d'appui : 49,8 N**

$$E = (50 - 49,8) / 50 * 100 = 0,4 \%$$

**Q.6.** Calculer la valeur de la flèche maximale obtenue avec la flexion 3 points, en prenant pour module de Young  $E = 10$  GPa. D'où vient l'écart entre la flèche mesurée et la flèche calculée ?

**F mesurée = 1,05 mm**

**En prenant  $E=10\,000$  MPa de moyenne, nous avons une flèche de :**

$$F \text{ calculée} = -FL^3 / 48 EI = -(100)*(500)^3 / 48*(10\,000 * 26\,667) = -0,97\text{mm}$$

**Après calcul du module de Young dans notre cas, nous trouvons un  $E=9300$  MPa, et ainsi nous retrouvons la flèche mesurée :**

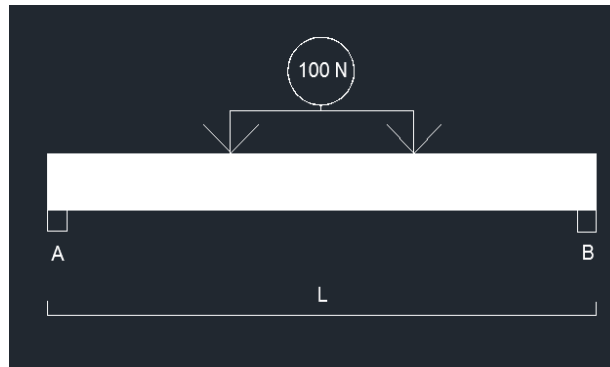
$$F \text{ calculée} = -FL^3 / 48 EI = -(100)*(500)^3 / 48*(9\,300 * 26\,667) = -1,05 \text{ mm}$$



## Flexion 4 points

### Etude préparatoire :

Soit la structure suivante :



**Q.1.** Dessiner le schéma mécanique de la structure ci-dessus, sachant que :

- la première force est appliquée à  $L/3$  et la seconde à  $2L/3$
- A est un appui articulé
- B un appui simple

### Réponse 1



**Q.2.** En isolant la poutre, résoudre le problème mécanique en respectant ces étapes :

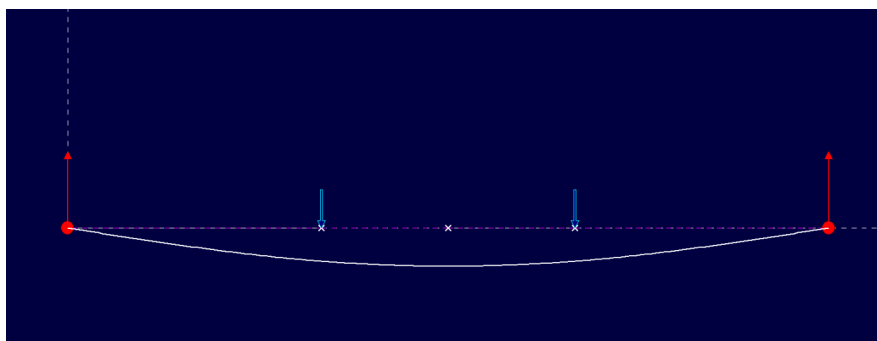
- Déterminer à partir des liaisons les expressions littérales des réactions d'appui.
- Appliquer le Principe Fondamental de la Statique au point A, et déterminer la valeur des composantes de ces réactions d'appui.

Réponse 2

$Y_a=Y_b= 50 \text{ N}$

$X_a=0$

**Q.3.** Tracer l'allure de la déformée de la poutre sous ce chargement.



### Procédure expérimentale :

*Pour réaliser les manipulations ci-dessous, suivre les instructions de la procédure expérimentale générale, décrite au début de ce TP.*

Mettre sous tension le banc d'essai et le matériel informatique.

Lancer l'application 3R QuantX.

Installer le banc d'essai ; si nécessaire, régler la hauteur de la traverse mobile pour ne pas avoir à déployer le vérin dans sa totalité.

Installer l'appui flexion 2 points s'il n'est pas déjà en place.

Réaliser les mesures et relever la réaction d'appui en A ainsi que la flèche mesurée au point d'application.

### Analyse de résultats :

**Q.4.** Comparer les valeurs théoriques aux valeurs mesurées.

Calculer l'écart relatif pour chaque valeur en % :  $\epsilon = \frac{|Valeur\ théorique - Valeur\ réelle|}{Valeur\ théorique} \times 100$



Résultat : réaction d'appui : 49,7 N

$$E = (50 - 49,7) / 50 * 100 = 0,6 \%$$

**Q.5.** Comparer la valeur de la flèche maximale obtenue avec celle obtenue en flexion 3 points. Quel est le cas le plus défavorable ?

**F mesurée = 0,84 mm**

**En prenant E=10 000 MPa de moyenne, nous avons une flèche de :**

$$F \text{ calculée} = -Fx^2 (L-x)^2 / 3 EIL = -(100) * 167^2 * 333^2 / 3 * (10\,000 * 26\,667 * 500) = -0,77 \text{ mm}$$

**Après calcul du module de Young dans notre cas, nous trouvons un E=9300 MPa, et ainsi nous retrouvons la flèche mesurée :**

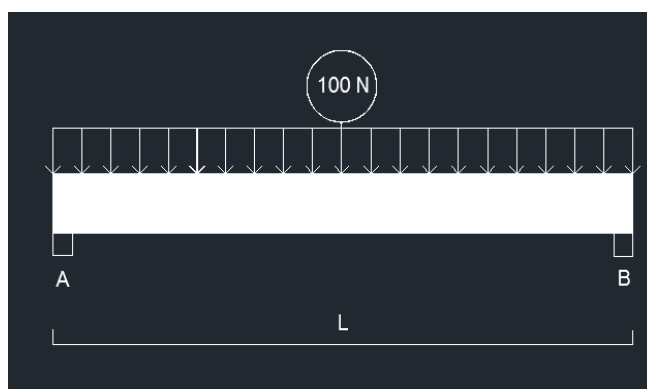
$$F \text{ calculée} = -Fx^2 (L-x)^2 / 3 EIL = -(100) * 167^2 * 333^2 / 3 * 9\,300 * 26\,667 * 500 = -0,83 \text{ mm}$$

**Le cas de la force centrée est la plus défavorable**

## Charge répartie

### Etude préparatoire :

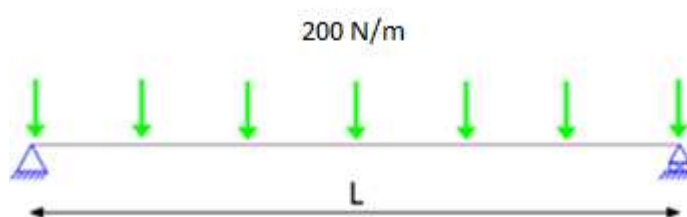
Soit la structure suivante :



**Q.1.** Dessiner le schéma mécanique de la structure ci-dessus, sachant que :

- A est un appui articulé
- B un appui simple
- La force de 100 N est répartie sur la poutre

### Réponse 1



**Q.2.** En isolant la poutre, résoudre le problème mécanique en respectant ces étapes :

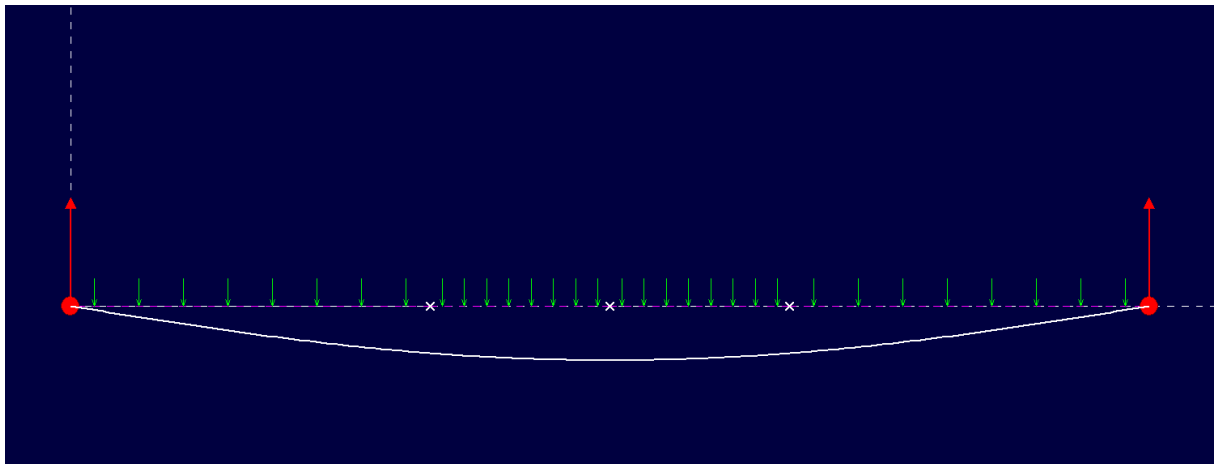
- Déterminer à partir des liaisons les expressions littérales des réactions d'appui.
- Appliquer le Principe Fondamental de la Statique au point A, et déterminer la valeur des composantes de ces réactions d'appui.

Réponse 2

$Y_a = Y_b = 50 \text{ N}$

$X_a = 0$

Q.3. Tracer l'allure de la déformée de la poutre sous ce chargement.



### Procédure expérimentale :

*Pour réaliser les manipulations ci-dessous, suivre les instructions de la procédure expérimentale générale, décrite au début de ce TP.*

Mettre sous tension le banc d'essai et le matériel informatique.

Lancer l'application 3R QuantX.

Installer le banc d'essai ; si nécessaire, régler la hauteur de la traverse mobile pour ne pas avoir à déployer le vérin dans sa totalité.

Installer l'appui charge répartie s'il n'est pas déjà en place.

Réaliser les mesures et relever la réaction d'appui en A ainsi que la flèche mesurée au point d'application.



### Analyse de résultats :

**Q.4.** Comparer les valeurs théoriques aux valeurs mesurées.

Calculer l'écart relatif pour chaque valeur :  $e = \frac{|Valeur\ théorique - Valeur\ réelle|}{Valeur\ théorique} \times 100$

D'où peut provenir l'écart relatif entre les valeurs théoriques et les valeurs mesurées ?

#### Réponse 4

Réaction d'appui mesurée=49,8N

$$E = (50 - 49,8) / 50 \times 100 = 0,4 \%$$

**Q.5.** Calculer la flèche maximale dans ce cas.

#### Réponse 5

F mesurée = 0,53 mm

En prenant E=10 000 MPa de moyenne, nous avons une flèche de :

$$F(L/2) = -5pl^4 / 384EI = -5 \times (0,2) \times (500)^4 / (384 \times 10\,000 \times 26\,667) = -0,61 \text{ mm}$$

Après calcul du module de Young dans notre cas, nous trouvons un E=9300 MPa, et ainsi nous trouvons la valeur de flèche :

$$F(L/2) = -5pl^4 / 384EI = -5 \times (0,2) \times (500)^4 / (384 \times 9\,300 \times 26\,667) = -0,65 \text{ mm}$$

**Q.6.** Comparer la valeur de la flèche maximale obtenue avec celle obtenue en flexion 3 points et en flexion 4 points. Quel type de force (ponctuelle ou répartie) est le plus défavorable ? Donnez une explication à votre réponse.

F1 = 1,05 mm

F2 = 0,84 mm

F3 = 0,53 mm

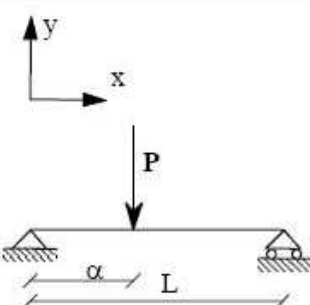
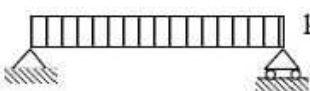
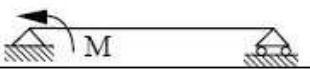
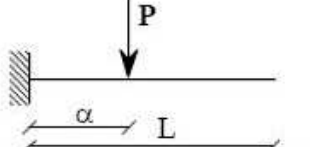
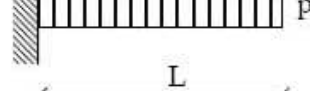
Si l'on fait le rapport entre la flèche F3 et F1 :

F1/F2 = 1,25 La flèche de la force ponctuelle est plus de un quart plus importante que la charge dédoublée.

F1/F3 = 2 La flèche de la force unique est deux fois plus forte que celle de la charge répartie.

En conclusion, on peut dire clairement que la charge ponctuelle au centre de la poutre est le cas le plus défavorable de notre TP.

### FORMULAIRE FLECHE

	$0 \leq x \leq \alpha : y(x) = \frac{P(L-\alpha)}{6EIL} [x^3 - \alpha(2L-\alpha)x] \quad y'(x) = \frac{P(L-\alpha)}{6EIL} [3x^2 - \alpha(2L-\alpha)]$ $\alpha \leq x \leq L : y(x) = \frac{P\alpha}{6EIL} [(L-x)^3 - (L-\alpha)(L+\alpha)(L-x)]$ $y'(x) = \frac{P\alpha}{6EIL} [-3(L-x)^2 + (L-\alpha)(L+\alpha)]$ $y(\alpha) = -\frac{P\alpha^2(L-\alpha)^2}{3EIL} \quad \text{pour } x=\alpha$ $y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{PL^3}{48EI} \quad \text{pour } x=\alpha=\frac{L}{2}$
	$y(x) = -\frac{p}{24EI} (x^4 - 2Lx^3 + L^3x) \quad y'(x) = -\frac{p}{24EI} (4x^3 - 6Lx^2 + L^3)$ $y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{5pL^4}{384EI} \quad \text{pour } x=\frac{L}{2}$
	$y(x) = \frac{M}{6EIL} (x^3 - 3Lx^2 + 2L^2x) \quad y'(x) = \frac{M}{6EIL} (3x^2 - 6Lx + 2L^2)$
	$0 \leq x \leq \alpha : y(x) = \frac{Px^2(x-3\alpha)}{6EI} \quad y'(x) = \frac{Px(x-2\alpha)}{2EI}$ $\alpha \leq x \leq L : y(x) = \frac{P\alpha^2(\alpha-3x)}{6EI}$ $y(L) = -\frac{PL^3}{3EI} \quad \text{pour } x=\alpha=L$
	$y(x) = -\frac{p}{24EI} (x^4 - 4Lx^3 + 6L^2x^2) \quad y'(x) = -\frac{p}{6EI} (x^3 - 3Lx^2 + 3L^2x)$ $y(L) = -\frac{pL^4}{8EI} \quad \text{pour } x=L$