

写和解一个“最简单”的多国贸易结构模型

纪琰

中央财经大学国际经济与贸易学院

模型假定世界上共有 N 个国家。对于其中任一国家 i ，标记其人口数为 L_i 。每个国家包括家庭部门、中间品生产商和最终品生产商。中间品可以在国际间进行贸易，最终品生产商使用各国生产的中间品合成最终品。

二、模型

（一）家庭部门

本文假设家庭是同质性的。对于家庭部门，其效用最大化问题是在给定各种价格（包括要素和产品）和国际收支的情况下，选择消费。家庭部门的效用最大化问题如下：

$$\begin{aligned} \max_{\{C_i\}} \quad & u_i = C_i \\ \text{s.t.} \quad & P_i C_i = X_i \\ & X_i = w_i L_i + D_i \end{aligned}$$

其中 C_i 为居民消费， P_i 为最终品价格， w_i 是工资， D_i 是国家贸易赤字，根据国际收支平衡，其值等于本国向外国的借款。

（二）中间品生产商

假设每个国家生产一种独特的中间品，且其生产函数是线性的、并遵循完全竞争的市场定价。标记 i 国的生产率为 z_i ，则该国产品出厂价为 $p_i = w_i / z_i$ ，其出口到 j 国产品的到岸价格还要考虑冰山贸易成本：

$$p_{ij} = p_i \cdot \kappa_{ij} = \frac{w_i}{z_i} \kappa_{ij}$$

（三）最终品生产商（等效于消费者做多商品消费选择）

最终品生产商使用各个国家生产的中间品，生产函数为 CES 形式。本文假设最终产品是完全竞争的行业，因此最终产品企业的利

润最大化问题写作：

$$\begin{aligned} \text{Max}_{q_{ji}} \quad & \text{profit}_i = P_i Q_i - \sum_j p_{ji} q_{ji} \\ \text{s.t.} \quad & Q_i = \left(\sum_j \gamma_{ji}^{\frac{1}{\sigma}} q_{ji}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \end{aligned}$$

此处参数 γ_{ji} 代表了 i 国对 j 国产品的偏好， q_{ji} 是 i 国采用 j 国的产品做中间品的数量， Q_i 是最终产品产量， P_i 是最终产品价格。根据以上的最优化问题，使用常替代弹性函数的特性可以求得最终产品的价格为：

$$P_i = \left(\sum_j \gamma_{ij} p_{ji}^{1-\sigma} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

此外，i 国在 j 国生产的产品上花费占其总花费的比重为：

$$\pi_{ji} = \frac{X_{ji}}{X_i} = \frac{p_{ji} q_{ji}}{P_i Q_i} = \gamma_{ji} \cdot \left(\frac{p_{ji}}{P_i} \right)^{1-\sigma}$$

市场均衡条件：

最终产品仅用于居民消费和政府支出，其市场出清要求：

$$C_i = Q_i$$

最后，国家的国际收支平衡要求：

$$\sum_{j \neq i} X_{ij} = \sum_{j \neq i} X_{ji} - D_i$$

即出口等于进口减去赤字。

均衡：给定 $\{L, k, D\}$ ，均衡是一组价格 $\{w, p, P\}$ ，一组量 $\{C, Q, q, X\}$ ，

使得：

- (1) 家庭部门效用最大化
- (2) 中间品/最终品产商利润最大化
- (3) 中间品/最终品/要素市场出清

二、理解模型的细节并求解

问题：

1. 均衡定义有没有国际收支平衡？
2. 编程最简形式有多少未知数，多少方程？

分析：

该模型包含：

(1) 三个市场：劳动力市场，中间品市场，最终品市场

最终品市场出清：

$$C_i = Q_i$$

中间品市场出清：

$$q_i = z_i L_i$$

$$\Rightarrow p_i q_i = \frac{w_i}{z_i} z_i L_i = w_i L_i$$

$$p_i q_i = \sum_j X_{ij} \Rightarrow w_i L_i = \sum_j X_{ij}$$

劳动力市场出清(trade in goods = trade in factor inputs):

$$w_i L_i = p_i q_i \left(= \sum_j X_{ij} \right)$$

(2) 最简形式时，仅有未知数 w (N-1 个):

$$\sum_j X_{ij} = \sum_j X_{ji} - D_i$$

$$w_i L_i = \sum_j X_{ij}$$

$$X_i = w_i L_i + D_i$$

$$\pi_{ji} = \frac{X_{ji}}{X_i} = \gamma_{ji} \cdot \left(\frac{p_{ji}}{P_i} \right)^{1-\sigma}$$

$$P_i = \left(\sum_j \gamma_{ij} p_{ji}^{1-\sigma} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

$$p_{ij} = \frac{w_i}{z_i} \kappa_{ij}$$

(3) 如何编程求解

(a) 直接用 **fsolve** 解

(b) 使用循环求解 (Lucas and Alvarez, 2007, JME): 猜一组解, 然后计算 **excess demand**, 进行调整, 直至收敛

但怎么 calibration?

(4) **hat algebra**: 求解方式同上。但怎么使用数据?

(5) 这 **model** 能干啥?

至少能算 **gains from trade** 啊! 还能导出 **structural gravity equation**
(with gravitas)

三、添加内容

(1) 加关税

(一) 家庭部门

一般假设关税会 transfer 发还给国民。

$$X_i = w_i L_i + T_i + D_i$$

$$T_i = \sum_j \frac{\tau_{ji} X_{ji}}{1 + \tau_{ji}}$$

(二) 中间品生产商

$$p_{ij} = p_i \cdot \kappa_{ij} \cdot (1 + \tau_{ji}) = \frac{w_i}{z_i} \kappa_{ij} \cdot (1 + \tau_{ji})$$

(三) 最后，国家的国际收支平衡要求：

$$\sum_j \frac{X_{ij}}{1 + \tau_{ij}} = \sum_j \frac{X_{ji}}{1 + \tau_{ji}} - D_i$$

即出口等于进口减去赤字。

(2) 更多的元素

消费者：更多不同类型的商品，不同的效用函数（农业产品，structural change），non-homothetic preference (Fieler 2011, Fajgelbaum et al, 2011)...

生产者：中间品 (Caliendo and Parro, 2015), GVC (Antras and De Gortari), 其他要素

生产公司：Eaton, Kortum and Kramarz (2011)

商品市场：多部门，非完全竞争(BEJK), scale effect (Bartelme et al., 2019)

要素（劳动力）市场：劳动力选择(intensive margin), 异质性劳动 (skill premium, 收入不平等, 男女职业地域)

国家（政府）：出口补贴，贸易成本， place-based policy...

静态模型/动态模型： 比如理解 trade imbalance, trade and structural transformation

已有文献（理论）有标准做法的，应用标准做法；没有的话，就是理论贡献（比如 BEJK 相对于 EK）

Principle: your model is able to capture first-order features of data, yet parsimonious enough to produce analytical solutions/quantitative results/ or somehow analyze in general.

四、举个例子

研究： European Integration

1. Goods market integration (tariff, trade cost)
2. Labor market integration (labor migration)
3. Capital market integration (FDI)
4. Monetary union? (fiscal union?)

最基本做法： take a standard/off-the-shelf quantitative spatial model and run counterfactuals

高级一点： deeply integrated with microdata

Infer change in trade cost

well micro-founded labor market (migration)

五、写一个 paper（可行性分析）

1. 论文机制定量是否重要（back-of-the-envelope calculation）

——纯 theory 和 reduced form 经常追求的都是存在性：但可能同时存在很多机制，需要挑重要的做 quantitative exercise

2. 模型是否可以写出来：

——使用经典理论没有理论贡献，但可以做出来

3. 关键参数如何估计

——有没有数据，采用什么方法

4. 程序编写到底有多复杂

——能不能编出来，会不会收敛，有没有解，有几个解

5. 机制（英文论文）

5. 别人是否做过了。。。

——一个萝卜一个坑

Finally, what is your research question?