

Marco Listanti

Esercizi 5 Rivelazione d'errore





Esercizio 1 (1)

Si applichi alla stringa P=1110 il meccanismo di generazione di una stringa binaria lato emettitore con CRC ottenuto attraverso un polinomio generatore $G(x)=x^3+x+1$

Si derivi:

- 1) La stringa binaria T emessa lato emettitore
- 2) Una stringa d'errore E1 che sommata a T NON dia errore in ricezione (E1 deve essere diversa da E=0001011)
- 3) Una stringa d'errore E2 che sommata a T dia errore in ricezione





Esercizio 1 (2)

La stringa P=1110
deve essere letta come
un polinomio P(x) di
grado 3 avente la
struttura

$$P(x) = x^3 + x^2 + x$$

Il polinomio generatore $G(x)=x^3+x+1$ ha grado z=3 quindi occorre trovare il resto della divisione

$$\frac{x^3 P(x)}{G(x)} = \frac{x^3 (x^3 + x^2 + x)}{x^3 + x + 1}$$

Divisore G(x)

$$(x^3)$$
+ x + 1

$$x^{3} + x^{2}$$
Quoziente Q(x)
$$x^{6} + x^{5} + x^{4}$$
Dividendo x^{3} P(x)
$$+ x^{4} + x^{3}$$

$$+ x^{5} + x^{3}$$

$$+ x^{5} + x^{3}$$

$$+ x^{2}$$
Resto R(x)

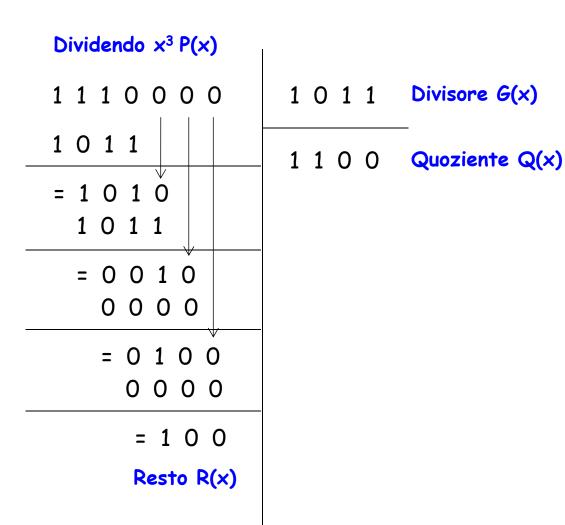




Esercizio 1 (2a)

Equivalentemente

R(x) = 100







Esercizio 1 (3)

- Dalla divisione precedente si ha che la stringa CRC è data da 100
- La sequenza T trasmessa sarà quindi

$$T = 1110 100$$

- Una configurazione d'errore che non può essere rivelata dal codice CRC deve essere tale da trasformare la sequenza T in una sequenza T' che sia divisibile per il polinomio G(x)
 - Ad esempio, se si moltiplica G(x) per un polinomio quoziente Q'(x) di grado 3 del tipo

$$Q'(x) = x^3 + 1$$

Si ha

$$T'(x) = Q'(x) \cdot G(x) = (x^3 + 1) \cdot (x^3 + x + 1) = x^6 + x^4 + x^3 + x^3 + x + 1 = x^6 + x^4 + x + 1$$

Il polinomio $T'(x)=x^6+x^4+x+1$ è divisibile per G(x) quindi una configurazione d'errore E(x) che trasformi la sequenza originale $T=1110\ 001$ in $T'=1010\ 011$ non è rivelabile dal codice CRC, quindi

$$E(x) = 0100 \quad 010$$





Esercizio 1 (4)

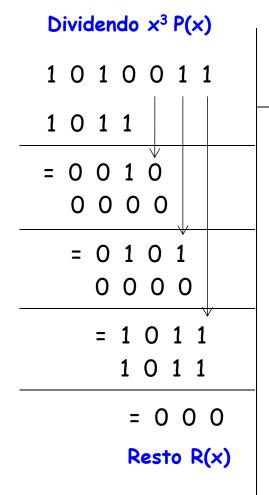
Dimostrazione

Divisore
$$G(x)$$

 $(x^3) + x + 1$

$x^{3} + 1$		
(χ^6)	$+x^4$	+ x + 1
x^6	$+ x^4 + x^3$	
	$+(x^3)$	+ x + 1
	$+x^3$	+ x + 1

Resto R(x) nullo



Divisore G(x)

1 0 1 1

1001

Quoziente Q(x)





Esercizio 1 (5)

In base alla risposta al quesito precedente una sequenza

$$T'(x) = x^6 + x^4 + x$$

non è divisibile per Q(x) e quindi il codice CRC rivela l'errore

La configurazione d'errore E(x) che trasforma T(x) in T'(x)

$$E(x) = 0100 \quad 011$$

Divisore
$$G(x)$$
 $(x^3) + x + 1$

Resto R(x) non nullo





Esercizio 2 (1)

 Applicare la tecnica di riempimento bit stuffing alla seguente sequenza

0111011111 1001110111 0101111111 10111110111 111

Sempre facendo riferimento alla tecnica bit stuffing, si supponga che viene ricevuto la seguente sequenza di bit

Si cancellino i bit addizionali e si ricostruisca la frame originale

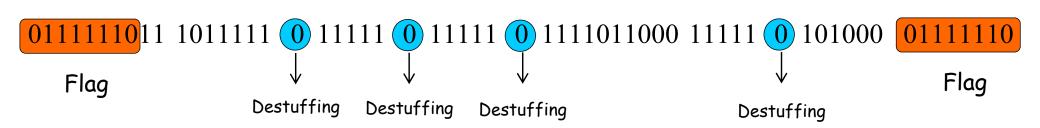




Esercizio 2 (2)

Considerando che occorre inserire uno "0" di stuffing dopo cinque "1" consecutivi, la sequenza da trasmettere sarà

In ricezione occorre eliminare gli "0" trasmessi dopo cinque "1" consecutivi







Esercizio 3 (1)

- Si consideri una parola di codice T=1011100 ottenuta da un polinomio P(X) e un resto R(X) attraverso l'uso di un polinomio generatore G(x)=x³+x²+1
 - 1) Supponendo che durante la trasmissione si verifichi un errore su terzo e sul quarto bit di T (a partire dal piu' significativo), qual è il polinomio resto ottiene il ricevitore quando effettua il suo controllo d'errore?
 - 2) Che parola di codice sarebbe stata trasmessa se il polinomio generatore fosse stato $G(x)=x^4+x+1$





Esercizio 3 (2)

G(x)

Le sequenze trasmesse e ricevuto (T e T') sono

$$T = 1011100$$

$$T' = 1000100$$

Poiché il polinomio generatore G(x) è $G(X)=x^3+x^2+1$ il polinomio resto R(x) calcolato dal ricevitore sarà diverso da O

$$R(x) = x$$

Il codice quindi rivela l'errore

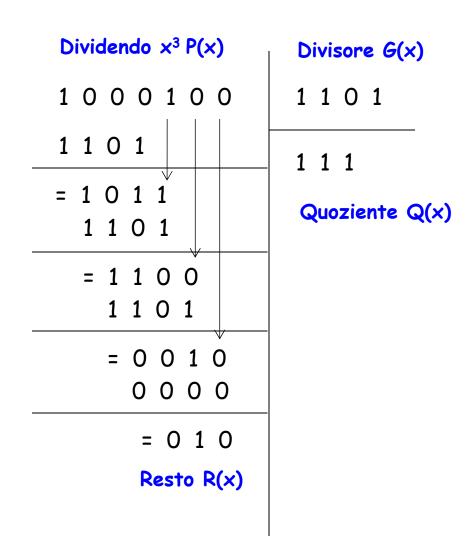
Resto R(x)





Esercizio 3 (2a)

In modo equivalente







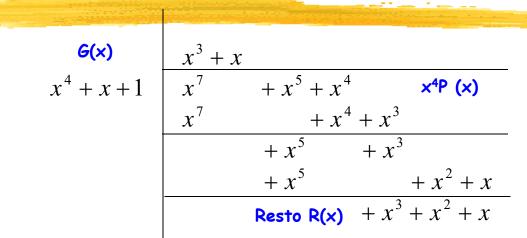
Esercizio 3 (4)

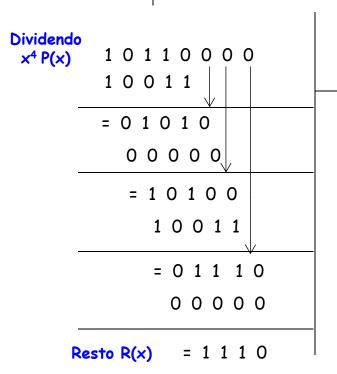
- Poiché la sequenza T del punto precedente era stata ottenuta mediante un polinomio generatore di terzo grado, il numero di bit del codice CRC era di 3 bit ("100")
- La sequenza da trasmettere è quindi "1011" da cui il polinomio P(x) risulta

$$P(x) = x^3 + x + 1$$

Poiché il polinomio generatore
G(x) è in questo caso
G(X)=x⁴+x+1
il polinomio resto R(x) calcolato
dal ricevitore sarà

$$R(x) = x^3 + x^2 + x$$





1 0 0 1 1 Divisore G(x)

1010

Quoziente Q(x)





Esercizio 4 (1)

- Vogliamo trasmettere il messaggio 11001001 e proteggerlo da errori usando il polinomio CRC $G(x)=x^3+1$
 - 1) Quale messaggio deve essere trasmesso?
 - 2) Supponendo che il bit più significativo del messaggio sia invertito in ricezione. Qual è il risultato del controllo CRC del ricevente?
 - 3) In che modo il ricevitore riconosce l'occorrenza dell'errore?





Esercizio 4 (2)

 Data la sequenza da trasmettere (T=11001001), il polinomio P(x) associato è il seguente

$$P(x) = x^7 + x^6 + x^3 + 1$$

Il polinomi generatore G(x) è

$$G(x) = x^3 + 1$$

L'operazione da effettuare lato trasmittente è il calcolo del resto della divisione

$$\frac{x^3 \cdot P(x)}{G(x)} = \frac{x^3 \cdot (x^7 + x^6 + x^3 + 1)}{x^3 + 1} = \frac{x^{10} + x^9 + x^6 + x^3}{x^3 + 1}$$





Esercizio 4 (3)

quindi

$$R(x) = x + 1$$

 $x^{3} + 1$

la sequenza CRC sarà

$$CRC = 011$$

la sequenza complessiva trasmessa

$$T = 11001001 \quad 011$$





Esercizio 4 (4)

G(x)

 $x^{3} + 1$

Nel caso di errore sul bit più significato di T la sequenza ricevuta T' sarà

$$T' = 01001001 \quad 011$$

La divisione con il polinomio generatore G(x) fornisce un resto R(x) non nullo

$$R(x) = x$$

Il codice rivela l'errore

Resto R(x)





Esercizio 5

Per la stringa M=1011000101101010 calcolare:

- 1) Il valore di internet checksum a 8 bit;
- 2) Il valore di CRC relativo al polinomio di $G(x)=x^3+1$
- La stringa M (16 bit) è divisa in due parole M1 e M2 di 8 bit ciascuna

$$M1 = 10110001 \implies 177$$

$$M2 = 01101010 \implies 106$$

Si ha

$$(M1+M2) \mod(2^8-1) = 283 \mod(255) = 28$$

quindi

$$M3 = -28 \mod(255) = 227 \implies 11100011$$

infatti

$$-28 \mod 255 = -28 - 255 \cdot \left\lfloor \frac{-28}{255} \right\rfloor = -28 - 255 \cdot (-1) = 227$$
Moreo Listenti. A A 2016/2017





Esercizio 6 (1)

- Si consideri un header con parole da 4 bit
 - B0=1001 ⇒ 9
 - \blacksquare B1=1100 \Rightarrow 12
 - \blacksquare B2=1010 \Rightarrow 10
 - \blacksquare B3=0011 \Rightarrow 3
- Si calcoli la quinta parola che costituisce il checksum





Esercizio 6 (2)

Analogamente al procedimento dell'esercizio 5 si ha

$$(B0 + B1 + B2 + B3) \mod(2^4 - 1) = 34 \mod(15) = 4$$

quindi

$$B4 = -4 \mod(15) = 11 \implies 1011$$

infatti

$$-4 \mod 15 = -4 - 15 \cdot \left\lfloor \frac{-4}{15} \right\rfloor = -4 - 15 \cdot (-1) = 11$$

