

1. จงหาคำตอบทั้งหมดที่เป็นจำนวนเต็มบวกของสมการ  $21x + 49y = 903$

พิสูจน์. พิจารณาสมการ  $21x + 49y = 903$  จะมีคำตอบ ก็ต่อเมื่อ  $\gcd(21, 49) \mid 903$

เนื่องจาก  $\gcd(21, 49) = 7$  และ  $7 \mid 903$  จะได้ว่า สมการ  $21x + 49y = 903$  มีคำตอบ

โดยการแทนค่าจะพบว่า  $x_0 = 15$  และ  $y_0 = 12$  เป็นคำตอบ

ในที่นี้  $a = 21$  และ  $b = 49$  จะได้ว่า  $d = (a, b) = (21, 49) = 7$

ดังนั้น คำตอบทั้งหมดของสมการคือ

$$x = x_0 + \frac{b}{d}t = 15 + \frac{49}{7}t = 15 + 7t$$

$$y = y_0 - \frac{a}{d}t = 12 - \frac{21}{7}t = 12 - 3t \text{ ซึ่ง } t \in \mathbb{Z}$$

