

1. จงหาคำตอบทั้งหมดที่เป็นจำนวนเต็มบวกของสมการ $21x + 49y = 903$

พิสูจน์. พิจารณาสมการ $21x + 49y = 903$ จะมีคำตอบ ก็ต่อเมื่อ $\gcd(21, 49) \mid 903$

เนื่องจาก $\gcd(21, 49) = 7$ และ $7 \mid 903$ จะได้ว่า สมการ $21x + 49y = 903$ มีคำตอบ

โดยการแทนค่าจะพบว่า $x_0 = 15$ และ $y_0 = 12$ เป็นคำตอบ

ในที่นี้ $a = 21$ และ $b = 49$ จะได้ว่า $d = (a, b) = (21, 49) = 7$

ดังนั้น คำตอบทั้งหมดของสมการคือ

$$x = x_0 + \frac{b}{d}t = 15 + \frac{49}{7}t = 15 + 7t$$

$$y = y_0 - \frac{a}{d}t = 12 - \frac{21}{7}t = 12 - 3t \text{ ซึ่ง } t \in \mathbb{Z}$$

□