

근위홍추만곡의 척추경 나사못 폭 (width)의 베イズ 통계를 이용한 분석

서론

2018년의 빈도주의 통계를 이용한 분석을 베イズ 통계를 이용하여 다시 분석한다.

코드 분석

다음과 같이 세 가지 코드로 구성되었다. 각각을 알아본다.

- 레시피 코드
- Stan 코드
- 메인 코드

“file not found” error를 막기 위하여 사용되는 Rproj & here 패키지를 사용하는 셈이다. 이 패키지에 서는 메인 코드와 레시피 코드의 두 가지를 사용한다.

(내 책 보고 보충할 것)

0.1 레시피 코드

레시피 코드는 데이터를 만드는 곳이다. 파일은 data.R로 다음과 같다.

```
# data.R (척추경 넓이 전용 레시피)
library(readxl)
library(tidyverse)
library(here)

# 1. 엑셀 로드
raw_df <- read_excel(here("kbpark_modify.xlsx"), skip = 1)
```



```
mutate(level_idx = as.integer(factor(Level, levels =
                                c("T1", "T2", "T3", "T4", "T5", "T6"))))
```

- ▷ `clean_df <- raw_df %>%select(ID, 33:66)`: 이 코드는 `raw_df`에서 열 ID, 33:66를 선택하여 `clean_df`라는 데이터프레임을 만들라는 것이다.
- ▷ `select(ID, 33:66)`에서 33열은 LtT1, 34열은 LtT2..., 50열은 RtT1,... 66열은 RtL5를 말한다. 따라서 이 코드는 좌우측 홍요추의 직경을 나타내는 열을 선택하라는 코드이다.
- ▷ `rename_with(~str_remove(., "\\..\\.\\.\\.\\.\\.*"), -ID)`: 1번 홍추의 직경을 나타내는 LtT1이 R(또는 RStudio)에서는 (비슷한 이름이 여러 개 있을 때 중복을 피하기 위하여) LtT1...33으로, 2번 홍추의 직경을 나타내는 LtT2는 LtT2...34 등으로 이름이 붙여진다. 따라서 원래의 이름으로 돌려놓기 위하여 ...33 등의 번호를 제거해야 한다. 정규표현식 `\\.\\.\\.\\.\\.\\.*`는 마침표 `.`를 나타내고, `\\.\\.\\.*`는 마침표와 그 이후의 숫자를 나타낸다. 따라서 `rename_with(~str_remove(., "\\..\\.\\.\\.\\.\\.*"), -ID)`는 ID 열을 제외한 나머지 열 이름에서 ...으로 시작하는 뒷부분을 모두 삭제하여 원래 이름(LtT1, LtT2 등)으로 되돌린다. `str`은 string의 약자이다.
- ▷ `pivot_longer(cols = -ID, names_to = "key", values_to = "width")`: 가로로 나열된 데이터(Wide format)를 세로로 긴 형태(Long format)로 변환한다. ID 열은 고정하고, LtT1 LtT9 같은 열 이름들은 `key`라는 새로운 열로 모으고, 그 안에 들어있던 실제 측정값(척추경 넓이)은 `width`라는 열로 재배치한다.
- ▷ `mutate()` 함수는 데이터프레임에서 새로운 열(column)을 만든다. 여기서는 Level, Side_Label의 두 열을 만드는데,
 - * `str_extract(key, "[TL]\\d+")` 코드에서 [TL]은 T 혹은 L로 시작하는 글자를 찾으라는 뜻이고, `\\d+`는 그 뒤에 붙은 숫자(digit)를 모두 가져오라는 뜻이다. 그 결과 LtT1에서는 T1을, RtL5에서는 L5를 쏙 뽑아내어 Level이라는 열에 담는다.
 - * `ifelse(str_detect(key, "Lt"), "Left", "Right")`는 `key` 열의 글자 중에 Lt라는 글자가 포함되어 있는지 찾아본다. 만약 Lt가 발견되면(TRUE) Left라고 쓰고, 발견되지 않으면(FALSE) Right라고 쓰라는 명령어이다.
- ▷ `filter()` 함수는 수많은 데이터 중에서 우리가 원하는 조건을 만족하는 진짜 데이터만 남기고 나머지는 걸러내는 거름망 역할을 한다. `filter(A, B)`는 A & B의 두 조건을 동시에 만족해야 한다는 뜻이다.
 - * `filter(!is.na(width), width > 0)` 코드는 `width` 열의 값이 NA(Not Available)인지 물어보는 함수로, !(반대 기호)가 붙어서, '값이 비어있지 않은 데이터만 통과시켜라'는 뜻이다. 엑셀에서 측정값을 적지 않고 비워둔 행들을 걸러내는 작업이다. 또한 `width>0`에 따라 측정값이 0보다 큰 경우만 남기라는 뜻이다.
 - * `filter(Level %in% c("T1", "T2", "T3", "T4", "T5", "T6"))%>%`: Level 내의 글자가 C()라는 바구니 안에 포함되어 있는 것만 취하라는 뜻이다.

```
• mutate(level_idx = as.integer(factor(Level, levels = c("T1", "T2", "T3", "T4", "T5",
```

이 코드의 의미는 다음과 같다.

- ▷ `factor(Level, levels = c("T1", "T2", "T3", "T4", "T5", "T6"))`는 “이 글자들은 그냥 글자가 아니라 순서와 계급이 있는 집단이다”라고 선언하는 함수이다.
- ▷ `as.integer(...)`는 그 순서를 정수로 바꾸라는 뜻이다.
- ▷ 변환 결과는 다음과 같다.

표 1: 변환 결과 예시

ID	Level (글자)	level_idx (숫자)
P01	T1	1
P01	T2	2
P01	T6	6

여기서 P01은 1번 환자를 나타낸다.

- ▷ 결국 이 코드는 해부학적 용어($T_1 \sim T_6$)를 컴퓨터가 이해할 수 있는 숫자 언어(1 ~ 6)로 번역한 것이다.

0.2 Stan 코드

파일은 `simple_model.stan`으로 다음과 같다. (좌우 구분 버전)

```
// This model estimates a mean pedicle width difference
//                               for each vertebral level (T1-T6).

data {
  int<lower=0> N;
  array[N] int<lower=1, upper=6> vertebra_level_numeric;
  array[N] int<lower=1, upper=2> side_numeric; // 1: Concave, 2: Convex
  array[N] real width; // 척추경의 절대 넓이 (mm)
}

parameters {
  // 6개 레벨 x 2개 사이드 = 총 12개의 평균값을 추정한다.
  matrix[6, 2] mu;
  real<lower=0> sigma;
}
```

```

model {
  to_vector(mu) ~ normal(5, 3);
  sigma ~ exponential(1);

  for (i in 1:N) {
    width[i] ~ normal(mu[vertebra_level_numeric[i], side_numeric[i]], sigma);
  }
}

generated quantities {
  // 1. 모든 레벨(T1-T6)의 좌우 평균 차이 계산
  matrix[6, 2] mu_prob_narrow;
  for (k in 1:6) {
    for (s in 1:2) {
      // 각 레벨의 각 측면 평균이 3mm 미만일 확률 (지표 변수)
      // 3mm는 나사가 들어갈 수 있는 최소한의 안전 마진 예시입니다.
      mu_prob_narrow[k, s] = (mu[k, s] < 3.0);
    }
  }

  // 2. 전체 데이터에 대한 사후 예측 (모델 검증용)
  array[N] real y_rep;
  for (n in 1:N) {
    y_rep[n] = normal_rng(mu[vertebra_level_numeric[n], side_numeric[n]], sigma);
  }
}

```

stan 파일의 코드를 살펴 본다.

- 모수(parameter)는 mu와 sigma의 둘이다. mu는 척추경의 넓이를 나타내고, sigma는 그 표준편차이다.
- model 블록의 to_vector와 sigma는 사전분포(prior distribution)를 나타낸다. mu는 행렬로, Stan은 행렬 자체를 정규분포에 할당하는 것을 허용하지 않는다.

to_vector(mu) 함수는 행렬(matrix) 형태인 mu를 하나의 긴 열벡터로 변환하여, 모든 원소가 normal(5,3)이라는 사전분포를 따르도록 한꺼번에 선언하기 위해 사용한다.

- ▷ 사전분포는 데이터를 관찰하기 전, 우리가 모델의 모수(parameter)에 대해 가지고 있는 배경 지식이나 가정을 나타낸다.

- ▷ `to_vector(mu) ~ normal(5, 3)`: 척추경의 넓이인 μ 가 정규분포 $N(5,3)$ 을 따를 것이라고 사전에 가정하는 것이다. 척추경의 넓이가 대략 5mm 내외일 것이라는 의학적 경험을 반영하는 것으로, 베이지 통계에서 말하는 ‘사전분포에 전문가 지식(Expert knowledge)을 반영하는 것’을 잘 보여주는 예시가 된다.
- ▷ `sigma ~ exponential(1)`: 오차의 표준편차인 σ 가 지수분포를 따를 것이라고 가정하는 것이다. σ 는 항상 양수이므로 지수분포를 주로 사용한다.
- ```
for (i in 1:N) {
 width[i] ~ normal(mu[vertebra_level_numeric[i], side_numeric[i]], sigma);
}
```

  - ▷ for 문장은 가능도(likelihood) 부분이다. 가능도는 모수가 주어졌을 때 관측된 데이터(`width`)가 나타날 확률을 의미한다.
  - ▷ `width[i]`는 우리가 실제로 측정한 데이터(척추경의 넓이)이다. 이 데이터가  $\mu(\text{level, side})$ 라는 평균과  $\sigma$ 라는 표준편차를 가진 정규분포에서 추출되었다고 가정하고 있다. 관측치 하나하나가 모델이 예측하는 분포에 얼마나 적합한지를 계산하는 과정이므로 가능도를 정의하는 것이 맞다.
- 현재의 stan 파일은 모든 환자가 동일한 평균을 가진다고 가정하는 pooling 모델에 가깝다. 이와 대비되는 모델이 환자별 개인차를 반영할 수 있는 계층적 모델(hierarchical model)이다. 계층적 모델은 따로 다룰 것이다.
- Generated quantities 블록(GQB)에 대해서 알아본다.
  - ▷ (곧 다루게 될) 메인 코드에서 적합(fitting)을 하게 되면 사후분포가 나온다.
    - \* 사후분포로 나오는 것은 모델이 데이터를 학습한 후 업데이트한 모수(파라미터, parameter) 값들이다.
    - \* 이 모델의 모수는 각 추체 마디의 척추경의 평균 넓이인  $\mu$ (12개)와 전체적이 오차 범위인  $\sigma$ 이다.
    - \* Stan은 하나의 모수 평균값을 내놓는 것이 아니라 4000개의 가능성 있는 샘플(숫자 뭉치)을 내놓는다. 이 4000개의 샘플은 데이터 2021개를 가장 잘 설명하는 파라미터들의 확률적 집합이다.
  - ▷ GQB에서의 확률적 시뮬레이션 (The Generative Process)
    - \* 4000개의 파라미터 세트가 GQB라는 공장으로 들어간다. GQB는 샘플링 단계에서 생성된 모수  $\mu, \sigma$  4000세트를 전달받는 것이다.
    - \* 4000개 모수 가운데 어떤 한 개를 “T4의  $\mu = 1.06$ 이고,  $\sigma = 0.82$ ”라고 가정해 보자. 이 모수로 실제 데이터 2021개의 예측치( $y_{rep_i}$ )를 만든다.
    - \* 모수 4000세트에 대해서 각각 2021개의 데이터로 예측치를 만들면, 그 결과물( $y_{rep}$ )은 행 2021개, 열 4000개의 거대한 행렬이 된다.

▷  $y\_rep$ 의 구조를 보면,

- \* 가로(열): 2021개의 데이터
- \* 세로(행): 4000번의 시뮬레이션(iteration)

▷ 여기서 궁금한 점은 2021이라는 숫자가 어떻게 나왔냐는 점이다.

- \* 2021은 사후분포의 개수가 아니라 데이터의 개수이다.
- \* 사후분포의 개수는 T1~T6의 좌, 우 척추경의 평균 넓이 12개 + 전체 데이터의 변동성을 나타내는 표준편차인  $\sigma$  1개 등 총 13개이다.

▷ 2021은 다음의 세 가지 요소가 곱해진 결과이다.

- \* 환자 수: 데이터 셋에 포함된 유효 환자 수 (약 170명 내외)
- \* 부위(Level): T1~T6 (6개 부위)
- \* 방향(Side): Left, Right 2개

계산:  $170 \times 6 \times 2 = 2040$

여기서 filter 명령에 따라 `!is.na(width)`, `width > 0` 코드가 실행되면서 데이터의 개수가 2021개가 된 것이다.

▷  $y\_rep$ 의 총 개수는?: 총 4000개의 사후분포 모수 세트가 한번에 하나씩 GQB에 들어옴에 따라 매번 2021개의  $y\_rep$ 가 생성된다. 따라서  $y\_rep$ 의 총 개수는 “ $4000 \times 2021$ ”이 된다. (이에 관해서는 우리 논문6의 15, 16페이지에 잘 정리되어 있다.)

▷ 지금까지 얘기한 내용을 실행하는 코드는 GQB에 있는 다음 코드이다.

```
array[N] real y_rep;
for (n in 1:N) {
 y_rep[n] = normal_rng(mu[vertebra_level_numeric[n], side_numeric[n]], sigma);
```

- GQB에 있는 다음 코드에 대해서도 알아보자.

// 1. 모든 레벨(T1-T6)의 좌우 평균 차이 계산

```
matrix[6, 2] mu_prob_narrow;
for (k in 1:6) {
 for (s in 1:2) {
 // 각 레벨의 각 측면 평균이 3mm 미만일 확률 (지표 변수)
 // 3mm는 나사가 들어갈 수 있는 최소한의 안전 마진 예시입니다.
 mu_prob_narrow[k, s] = (mu[k, s] < 3.0);
 }
}
```

▷ `matrix[6, 2] mu_prob_narrow`: T1~T6의 좌, 우 척추경의 넓이(width)이 3mm 보다 작을 확률을 구하여 기록할  $6 \times 2$  행렬을 만들라는 뜻이다.

- ▷ 예를 들면, T4, left 척추경의 넓이의 평균을  $\mu[4, 2]$ 라고 표시하고,  $\mu[4, 2] < 3.0\text{mm}$ 일 확률을 구한다. 12개의 척추경 각각에 대하여 4000번 측정하여 3.0mm 이하일 확률을 측정하여 만약 3.0보다 작으면 1(TRUE)를 반환하고, 크거나 같으면 0(FALSE)를 반환한다.
- ▷ 이 작업이 4000번의 샘플링 회차마다 매번 실행된다. 만약 어떤 마디에서 4000번 중 400번이 1(TRUE)로 판정되었다면 최종 결과에서는 10%라는 확률로 기록된다.
- ▷ 척추경 width가 3mm 미만일 확률을 보고 싶으면 콘솔에 다음 코드를 치면 된다. 이에 관해서는 메인 코드에서 상세히 설명할 것이다.

```
prob_summary <- summary_fit[grep("mu_prob", rownames(summary_fit)),]
```

## 0.3 메인 코드

파일은 main\_analysis.R로 코드는 다음과 같다.

```
main_analysis.R (실행 및 시각화)
library(rstan)
library(here)

main_analysis.R 상단에 추가 (멀티코어 지원)
options(mc.cores = parallel::detectCores()) # CPU 코어를 모두 사용합니다.
rstan_options(auto_write = TRUE) # 바뀐 게 없다면 재컴파일을 건너웁니다.

1. 레시피 호출 (데이터 준비)
source(here("data.R"))

2. Stan 모델 가동 (어제 만든 simple_model.stan 사용)
fit <- stan(
 file = here("simple_model.stan"),
 data = stan_data,
 iter = 2000, chains = 4, core = 4
)

3. 결과 확인: T2 레벨의 오목/볼록측 차이 확인
print(fit, pars = c("mu")) # 평균값 추정치 확인

4. 시각화 (선생님이 가장 좋아하시는 사후분포 그래프)
plot(fit, show_density = TRUE, pars = "mu")

main_analysis.R 의 마지막 부분에 추가하세요
```



```

--- 4. 통계 결과 요약 및 정렬 (기존 코드) ---
summary_fit <- summary(fit)$summary
1. 전체 파라미터(lp_, y_rep 포함)를 평균 순으로 정렬
sorted_summary <- summary_fit[order(summary_fit[, "mean"]), c("mean", "sd", "2.5%", "97.5%")]

print("=== 1. 전체 결과 정렬 (lp_ 포함 버전) ===")
print(head(sorted_summary, 10)) # 너무 기니까 상위 10개만 먼저 봅니다.

--- 4-1. mu(마디별 평균)만 골라내기 (새로운 코드 추가) ---
2. 행 이름(rownames) 중에 "mu["가 포함된 것만 필터링합니다.
mu_summary <- summary_fit[grep("mu\\[", rownames(summary_fit)),]

3. 골라낸 mu들만 다시 평균 순으로 정렬합니다.
sorted_mu <- mu_summary[order(mu_summary[, "mean"]), c("mean", "sd", "2.5%", "97.5%")]

print("=== 2. 핵심 마디(mu)만 정렬 (교수님 맞춤형) ===")
print(sorted_mu)

--- 5. 시각화 (LA 아침의 선물 세트) ---
library(bayesplot)
library(ggplot2)

파라미터 이름을 직관적으로 변경 (논문용 이름표)
posterior <- as.matrix(fit)
mu[1,1]부터 mu[6,2]까지 순서대로 이름을 붙입니다.
1은 Concave(Left), 2는 Convex(Right)를 의미합니다.
target_names <- c("T1_Concave", "T1_Convex", "T2_Concave", "T2_Convex",
 "T3_Concave", "T3_Convex", "T4_Concave", "T4_Convex",
 "T5_Concave", "T5_Convex", "T6_Concave", "T6_Convex")
colnames(posterior)[1:12] <- target_names
posterior[1:6, 1:5]

밀도 그래프 출력
mcmc_areas(posterior, pars = target_names, prob = 0.95) +
 geom_vline(xintercept = 3, linetype = "dashed", color = "red") + # 3mm 가이드라인 추가
 ggtitle("Posterior Distributions of Pedicle Width (T1-T6)") +
 xlab("Width (mm)") +
 theme_minimal()

```

위의 코드를 설명하면 다음과 같다.

- `source(here("data.R"))` 코드는 방금 설명한 `data.R` 코드를 원격 실행하게 하는 코드이다. `here()`는 현재 작업 중인 R 프로젝트 있는 곳을 작업 디렉토리(working directory)로 자동 인식하게 해 주면서 ‘작업 디렉토리 꼬임 방지’ 역할을 한다.
- `stan()` 함수로 fitting을 하고 나면, 사후분포의 샘플 정보가 담긴 `fit` 객체가 생성된다.
- 사후분포는 단일한 값이 아니라 수천 개의 시뮬레이션 샘플로 나타나며, 이를 확인하기 위한 대표적인 명령어들은 `print()`, `summary()`, `plot()`, `bayesplot()`, `mcmc.trace()` 등이 있다. 괄호 안에는 `fit`을 넣거나, 특정한 모수만을 볼 때는 ‘`fit, pars = c("mu", "sigma")`’를 넣으면 된다.
- `summary_fit <- summary(fit)$summary`: `summary(fit)`에서 `summary`만 뽑으라는 뜻이다.
- `sorted_summary <- summary_fit[order(summary_fit[, "mean"]),  
c("mean", "sd", "2.5%", "97.5%")]`

`summary(fit)`에서 `c("mean", "sd", "2.5%", "97.5%")`을 열로 하여 데이터프레임을 만드는 데 `mean`을 기준으로 올림 차순으로 만들고 그걸 `sorted_summary`로 저장하라는 뜻이다.

- 결과를 보면 정작 우리가 보고 싶은 `mu`는 보이지 않고 다음과 같이 값이 작은 `lp_`, `mu_prob_narrow[]`들이 상위를 차지한다.

```
> print(head(sorted_summary, 10)) # 너무 기니까 상위 10개만 먼저 봅니다.
```

|                                  | mean         | sd         | 2.5%         | 97.5%        |
|----------------------------------|--------------|------------|--------------|--------------|
| <code>lp_</code>                 | -604.3350136 | 2.62843248 | -610.6240740 | -600.3004578 |
| <code>mu_prob_narrow[1,1]</code> | 0.0000000    | 0.00000000 | 0.0000000    | 0.0000000    |
| <code>mu_prob_narrow[1,2]</code> | 0.0000000    | 0.00000000 | 0.0000000    | 0.0000000    |
| <code>mu_prob_narrow[2,1]</code> | 0.0975000    | 0.29667449 | 0.0000000    | 1.0000000    |
| <code>sigma</code>               | 0.8158896    | 0.01288854 | 0.7915202    | 0.8417731    |
| <code>mu_prob_narrow[2,2]</code> | 1.0000000    | 0.00000000 | 1.0000000    | 1.0000000    |
| <code>mu_prob_narrow[3,1]</code> | 1.0000000    | 0.00000000 | 1.0000000    | 1.0000000    |
| <code>mu_prob_narrow[3,2]</code> | 1.0000000    | 0.00000000 | 1.0000000    | 1.0000000    |
| <code>mu_prob_narrow[4,1]</code> | 1.0000000    | 0.00000000 | 1.0000000    | 1.0000000    |
| <code>mu_prob_narrow[4,2]</code> | 1.0000000    | 0.00000000 | 1.0000000    | 1.0000000    |

- 거대한 도서관(`summary_fit`)에서 만약 `mu`에 관한 데이터만 보려면 다음 코드를 사용한다.

```
mu_summary <- summary_fit[grep("mu\\[", rownames(summary_fit)),]
```

이 코드는 아주 유용한 코드이다. (참고: 이 코드에 대한 설명은 “우리 논문-7, 17페이지”에 정리되어 있다.)

- ▷ `grep("mu\\[", ...)`: `grep`은 수많은 텍스트 중에서 특정 글자 패턴을 찾는 탐정 역할을 하는데 여기서는 “ mu[ ”까지만 정확히 찾으라고 명령하는 것이다. 여기서 \\[와 같이 대괄호 앞에 백슬래시 두 개를 붙이는 이유는 특정한 기능이 있는 대괄호가 아니라 진짜 대괄호를 찾으라고 알려주는 일종의 암호(Escape character)이다.
- ▷ 이렇게 찾은 mu의 위치 번호들을 가지고 원본 표에서 해당 줄(Row)들만 통째로 도려낸다.
- ▷ `rownames(summary_fit)[, ]`: 쉼표(comma) 뒤의 빈칸은 ‘해당 행의 모든 열(mean, sd, 신뢰구간 등)을 다 가져오라’는 뜻이다.
- ▷ 이 코드의 결과는 다음과 같이 mu의 결과를 잘 보여준다.

```
> print(sorted_mu)
 mean sd 2.5% 97.5%
mu[4,2] 1.055265 0.07124917 0.9164127 1.191523
mu[3,2] 1.370167 0.07070239 1.2298499 1.506397
mu[5,2] 1.478759 0.06583415 1.3538639 1.605857
mu[6,2] 1.837771 0.06264470 1.7119079 1.960576
mu[6,1] 2.058397 0.05999232 1.9424473 2.176263
mu[5,1] 2.182983 0.06144841 2.0647396 2.300585
mu[4,1] 2.274216 0.06025104 2.1604288 2.390060
mu[2,2] 2.448928 0.06308703 2.3239928 2.571021
mu[3,1] 2.581710 0.06142642 2.4615003 2.697481
mu[2,1] 3.080214 0.06224230 2.9577498 3.204482
mu[1,2] 3.700279 0.05873870 3.5867184 3.817770
mu[1,1] 3.720804 0.06125955 3.6045285 3.839657
```

- 만약 “나사 삽입 위험 확률(mu\_prob\_narrow)” 결과만 따로 보고 싶다면 코드의 따옴표 안을 다음과 같이 바꾸면 된다.

```
prob_summary <- summary_fit[grep("mu_prob", rownames(summary_fit)),]
```

- # 파라미터 이름을 직관적으로 변경 (논문용 이름표)

```
posterior <- as.matrix(fit)
mu[1,1]부터 mu[6,2]까지 순서대로 이름을 붙입니다.
1은 Concave(Left), 2는 Convex(Right)를 의미합니다.
target_names <- c("T1_Concave", "T1_Convex", "T2_Concave", "T2_Convex",
 "T3_Concave", "T3_Convex", "T4_Concave", "T4_Convex",
 "T5_Concave", "T5_Convex", "T6_Concave", "T6_Convex")
colnames(posterior)[1:12] <- target_names
posterior[1:6, 1:12]
```

- ▷ 사후분포가 담긴 fit 객체를 행렬로 만들어 posterior이라고 한다. `dim(posterior)`은 4000\*2046

으로 posterior는 한 눈에 볼 수 없는 거대한 행렬이다. mu[1,1]부터 mu[6,2]까지 직관적인 이름을 붙이고 그 일부를 보면 다음과 같다.

```
posterior[1:6, 1:6]
 parameters
iterations T1_Concave T1_Convex T2_Concave T2_Convex T3_Concave T3_Convex
[1,] 3.768710 3.061559 2.428785 2.255876 2.092251 2.050292
[2,] 3.693651 3.063508 2.448809 2.323445 2.207049 1.994187
[3,] 3.670822 3.099799 2.661109 2.255480 2.182055 2.109348
[4,] 3.775132 3.059331 2.499402 2.293443 2.137739 2.049032
[5,] 3.687730 3.085335 2.613132 2.258085 2.213609 2.091706
[6,] 3.690146 3.045044 2.579941 2.195650 2.241927 2.008903
```

- 밀도 그래프는 다음과 같은 코드로 볼 수 있다.

```
mcmc_areas(posterior, pars = target_names, prob = 0.95) +
 geom_vline(xintercept = 3, linetype = "dashed", color = "red")
 + # 3mm 가이드라인 추가
ggtitle("Posterior Distributions of Pedicle Width (T1-T6)") +
xlab("Width (mm)") +
theme_minimal()
```

이때 library(bayesplot), library(ggplot2)를 설치해야 한다.

