Tarea 1

Radiación térmica de Planta Industrial

CC3501 - Modelación y Computación Gráfica para Ingenieros

Autor:	Alejandro González
RUT:	19.344.991-3
Profesor(a):	Nancy Hitschfeld
Auxiliares:	Pablo Pizarro
	Pablo Polanco

Índice

1. Descripción del Problema

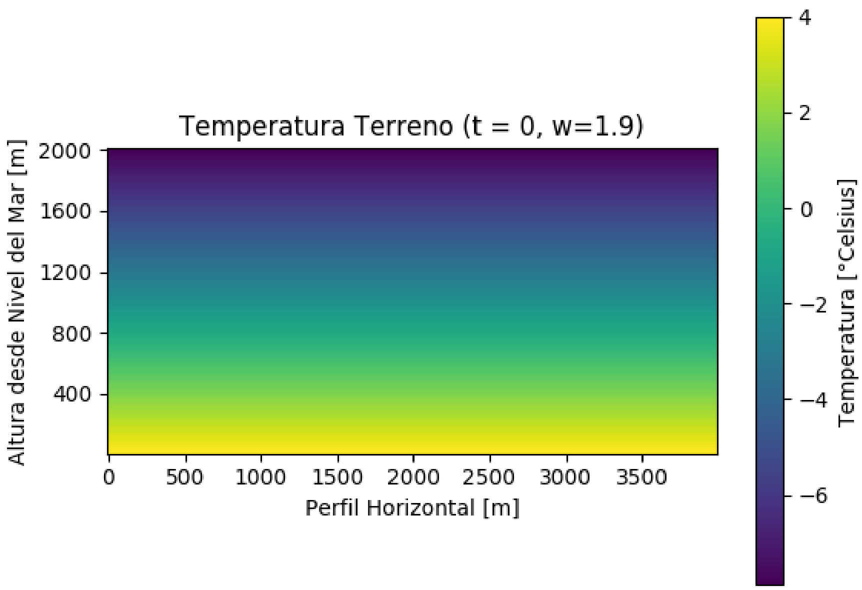
En un sector del litoral central Chileno se planea instalar una planta de refinación de petróleo. Para hacer la evaluación del impacto ambiental se debe crear un modelo, tal que, dado un corte transversal del litoral, se calcula la temperatura promedio de cierta región de la atmosfera cercana a la planta, la cual está influída por las altas temperaturas generadas por la planta, la temperatura del mar y la temperatura continental. Cabe destacar que, tanto la temperatura del mar y la de la planta son variables para distintas horas del día, por lo que en la evaluación se deberá considerar este último factor.

En cuanto al desarollo del problema, se modelará discretizando el corte transversal del terreno, se consideraran como condiciones iniciales las temperaturas marinas, continentales y atmosféricas con los valores previos a la instalación de la planta, para luego agregar la planta y sus posibles emisiones de calor para el mismo instante del día. Luego, utilizando el método de sobre-relajación sucesiva, se resolverá numéricamente el problema.

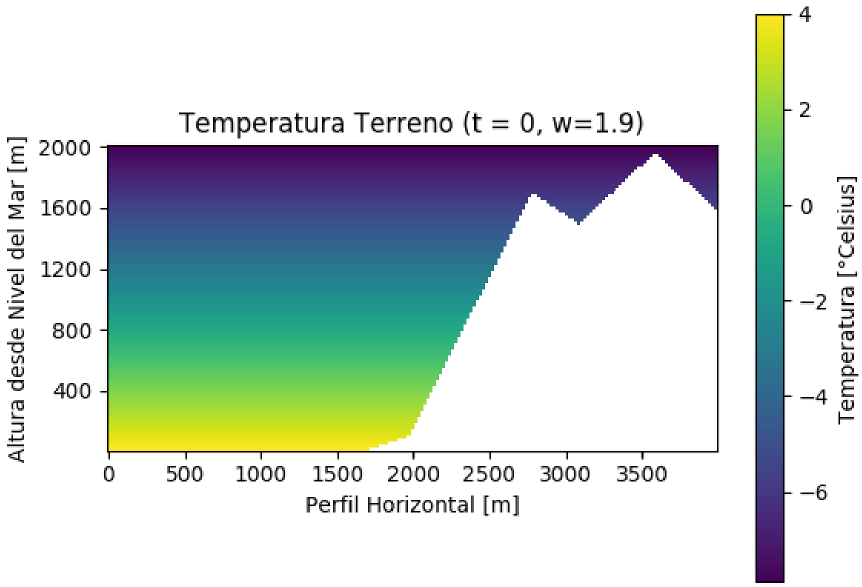
2. Generación del Terreno

Se creó un algoritmo para generar las temperaturas iniciales representantes del terreno, considerando las condiciones iniciales mencionadas en la sección anterior, que queda descrito a continuación:

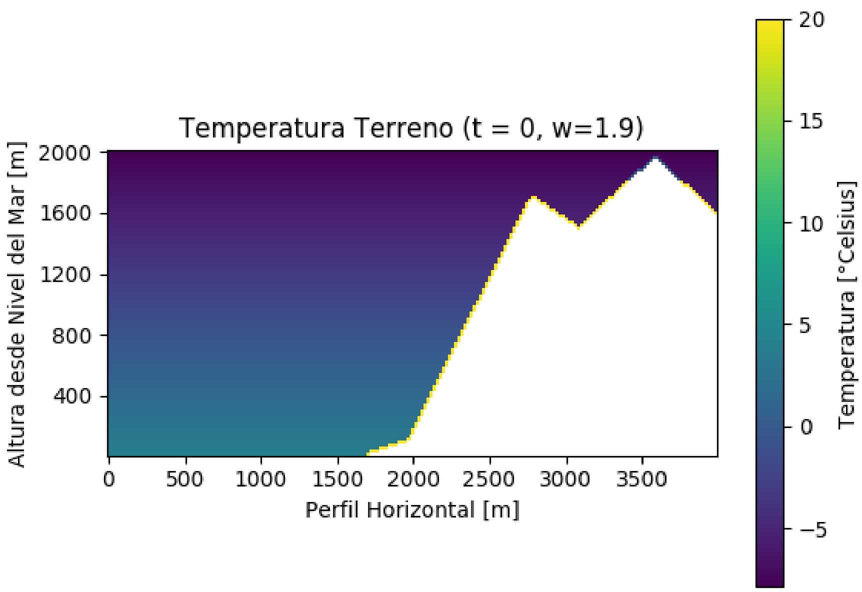
- Se implementó el método privado $\_\_get\_border$, que dadas las dimensiones a escala del sector, crea una lista que, para cada posición del eje horizontal, guarda la altura del borde de la montaña por sobre esa posición. De manera que posteriormente se pueda saber de manera eficiente, si, dada una posición (x, y), se está por sobre o bajo el borde de la montaña. Notar que la obtención de esta lista se realiza en *O(W)*, donde *W* es el ancho discretizado del corte transversal, y para saber si se está por sobre o bajo el borde de la montaña, la query se realiza en tiempo constante.
- Se creó la clase $Temperature$ que posee métodos que calculan la temperatura para el mar, la planta y el borde montañoso dada una hora en específico, además de la temperatura atmosférica, dada una altura.
- Se creó el método $base\_case$, que, dada una hora t, inicializa la temperatura atmosférica en toda la matriz, incluyendo la temperatura del mar.



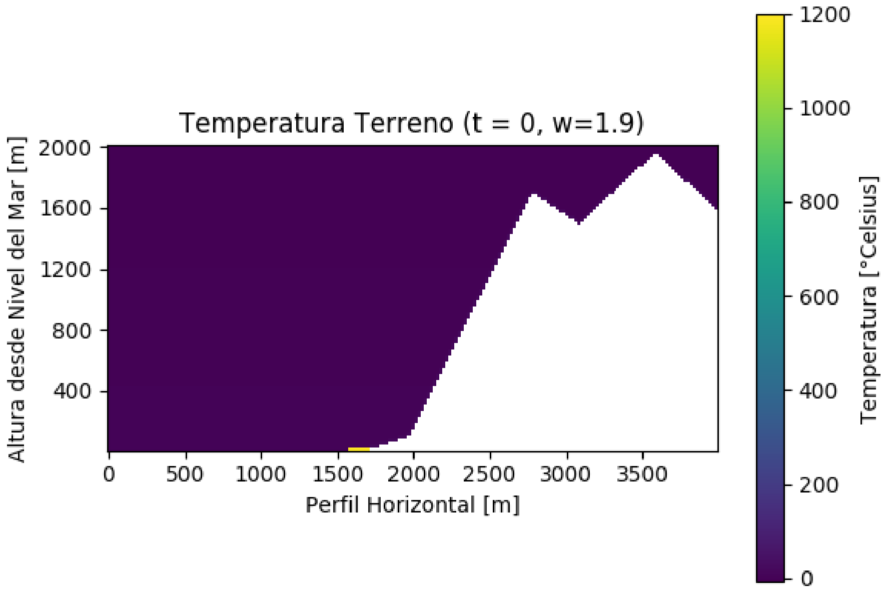
Luego setea los puntos que estan por debajo el borde de la montaña a NaN.



Los puntos que tienen algún vecino NaN son seteados con la temperatura continental.



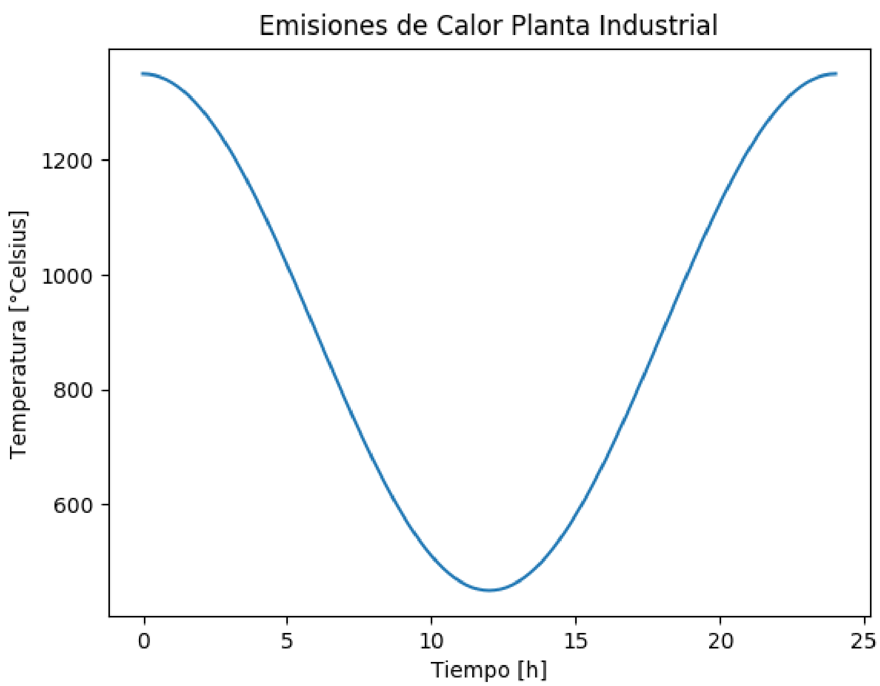
Finalmente, setea la temperatura inicial de la planta.



Al tener que trabajar con la matriz *ïnvertida"* en el eje vertical, se crearon métodos privados auxiliares para trabajar de manera más natural y sencilla.

3. Solución Numérica

- **Discretización:** Se consideró una altura *h* y un ancho *w* (escaladas ambas) para la discretización, mediante un paso de $dh = 20$, que, al momento de generar el terreno las dimensiones quedaron como $h = \frac{2000}{dh} = 100$ y $w = \frac{4000}{dh} = 200$, valores escogidos debido al tiempo de computación de las iteraciones.
- **Condiciones Iniciales:**
  - **Atmósfera y Mar:** Utilizando la clase *Temperature*, el método get_atm cacula la temperatura por sobre toda la matriz. Donde la temperatura del mar queda descrita por una función por tramos (get_sea en el código), dependiente de la hora, mientras que la temperatura atmosférica no es más que una función lineal decreciente, con coeficiente de corte igual a la temperatura del mar en esa hora.
  - **Montaña:** Para el borde de la montaña, la temperatura es constante todo el tiempo y dependiente de una funcion por tramos, tal que si la altura es mayor a 1800[m], la temperatura es 0, 20 sino. La implementación puede ser encontrada en el método get_cont de la clase correspondiente. En cuanto al interior, los valores están seteados a NaN.
  - **Planta**: En cuanto a la planta, la temperatura varía de manera sinusoidal durante el día, descrito por la ecuacion $450 \cdot (cos(\frac{\pi}{12} \cdot t) + 2)$ teniendo su mínimo a las 12 horas y su máximo a las 0 horas. Es calculada utilizando el método get_plant



- **Ecuación de Poisson:** En primera instancia se solicitó resolver el sistema para el caso en que $\rho = 0$, lo que corresponde a la ecuación de Laplace, donde, para diferenciar el tipo de sistema a resolver se creó en la clase *Mountain* un método privado llamado $\_\_rho$, que retorna cero, si la variable *self.laplace* es verdadera, sino, retorna el resultado de la ecuación: $\rho(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+120}}$.

Se utilizó el *método de sobre-relajación sucesiva* para resolver numéricamente el problema, descrito por la fórmula:

$$A_{i,j} = A_{i,j} + \omega \cdot \left(\frac{A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 4 \cdot A_{i,j} - h^2 \cdot \rho_{i,j}}{4} \right)$$

Donde $A_{i,j}$ corresponde a la posición (i, j) de la matriz, ω es el coeficiente de relajación h es la altura de la matriz, y finalmente ρ es la función descrita anteriormente.

4. Análisis y Resultados

Primeramente, se solicitó resolver el sistema con $\rho(x, y) = 0$, para las horas $t = 0, 8, 12, 16, 20$, graficando la temperatura atmosférica promedio para esos distintos horarios, que en la práctica, se realizó fijando el valor de ω, utilizando como valor el obtenido de la fórmula del ω óptimo vista en clases:

$$\omega_{opt} = \frac{4}{2 + \sqrt{4 - \left(cos\left(\frac{\pi}{n-1}\right) + cos\left(\frac{\pi}{m-1}\right)\right)}}$$

Donde n y m corresponden al alto y ancho de la matríz. Para calcular la temperatura atmosférica promedio se relizaron 2000 iteraciones y no se tomó toda la matriz, sino que solo una porción de ella, cercana a la planta, puesto que las zonas más lejanas no se ven afectadas prácticamente debido a las grandes distancias.

A continuación se puede ver el gráfico de las temperaturas atmosféricas versus la hora en que se calculó, notandose cierta concordancia con respecto a la función que describe la temperatura de la planta, **lo que tiene bastante sentido**,puesto que si trazásemos una curva por sobre los puntos podría notarse algo del aspecto sinusoidal de la función temperatura de la planta.

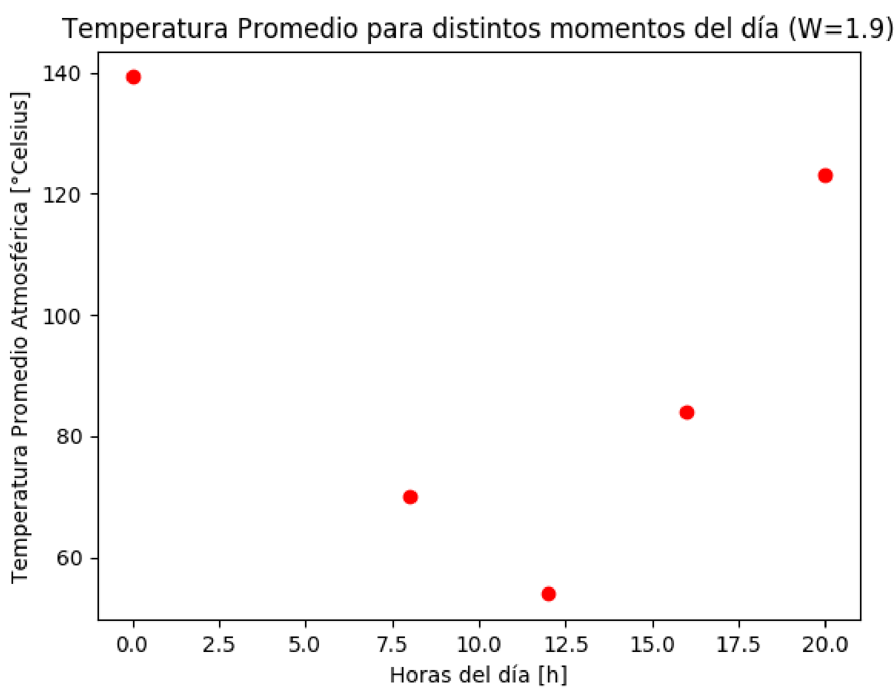


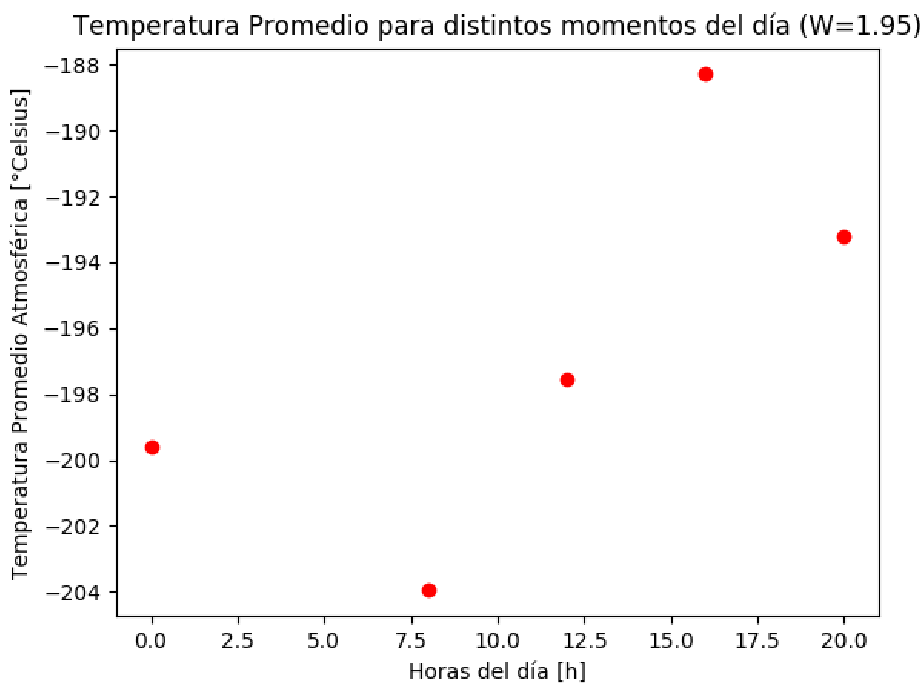
Figura 1: Variación de la temperatura atmosférica sin la planta para un tiempo t $\in$ {0, 8, 12, 16, 20}

Se puede apreciar que la menor temperatura media del sistema corresponde a t=12, que tiene sentido por lo mencionado anteriormente.

Se nota ademas, que **el mar si afecta al sistema**, puesto que las temperaturas hacia la izquierda de la planta, que están sobre el mismo, son más bajas que las que están a la misma distancia hacia la derecha por sobre la montaña, de manera que la condicion Dirichlet al iterar afecta .ªtenuando la propagación del calor.ᵉⁿ esa dirección.

Finalmente, **en cuanto si las condiciones geográficas afectan al sistema**, la respuesta es, depende de la distancia a la planta, ya que en los gráficos se puede ver que las areas más lejanas a la planta, que, al ser mucho más grandes, y con temperaturas más bajas, no se ven afectadas en cuanto a temperatura, lo mismo para las cumbres de las montañas. Mientras que si se está cerca de la planta, las temperaturas de la misma son tan altas, que las temperaturas de su entorno, las que, al ser más bajas, no afectan mucho la temperatura promedio.

Si se cumple que $\rho(x, y) \neq 0$, entonces la relación sinusoidal se mantiene, pero las temperaturas en general bajan bastante, influyendo mucho más las condiciones geográficas sobre el sistema:



Como tambien se proponía explorar diferentes valores de ω entre 0 y 2, en este caso se fijó la hora en t=0 para ahora iterar por sobre los $\omega \in \{0{,}5, 1{,}1, 1{,}5, 1{,}8, 2{,}0\}$, donde el coeficiente de relajación óptimo, viene dado por $\omega_{opt} = 1{,}9511...$. En los gráficos a continuación, se puede apreciar que, a medida que el valor de ω, se aleja de su valor óptimo, la temperatura tarda más en converger con una misma cantidad de iteraciones (que en este caso fueron 2000 para cada gráfico).

Finalmente, se solicita utilizar el método de sobre-relajación sucesiva para distintos ω y estudiar el tiempo que tarda el programa en generar soluciones tras un número de iteraciones *fijo*, y gráficar. Los resultados son los siguientes:

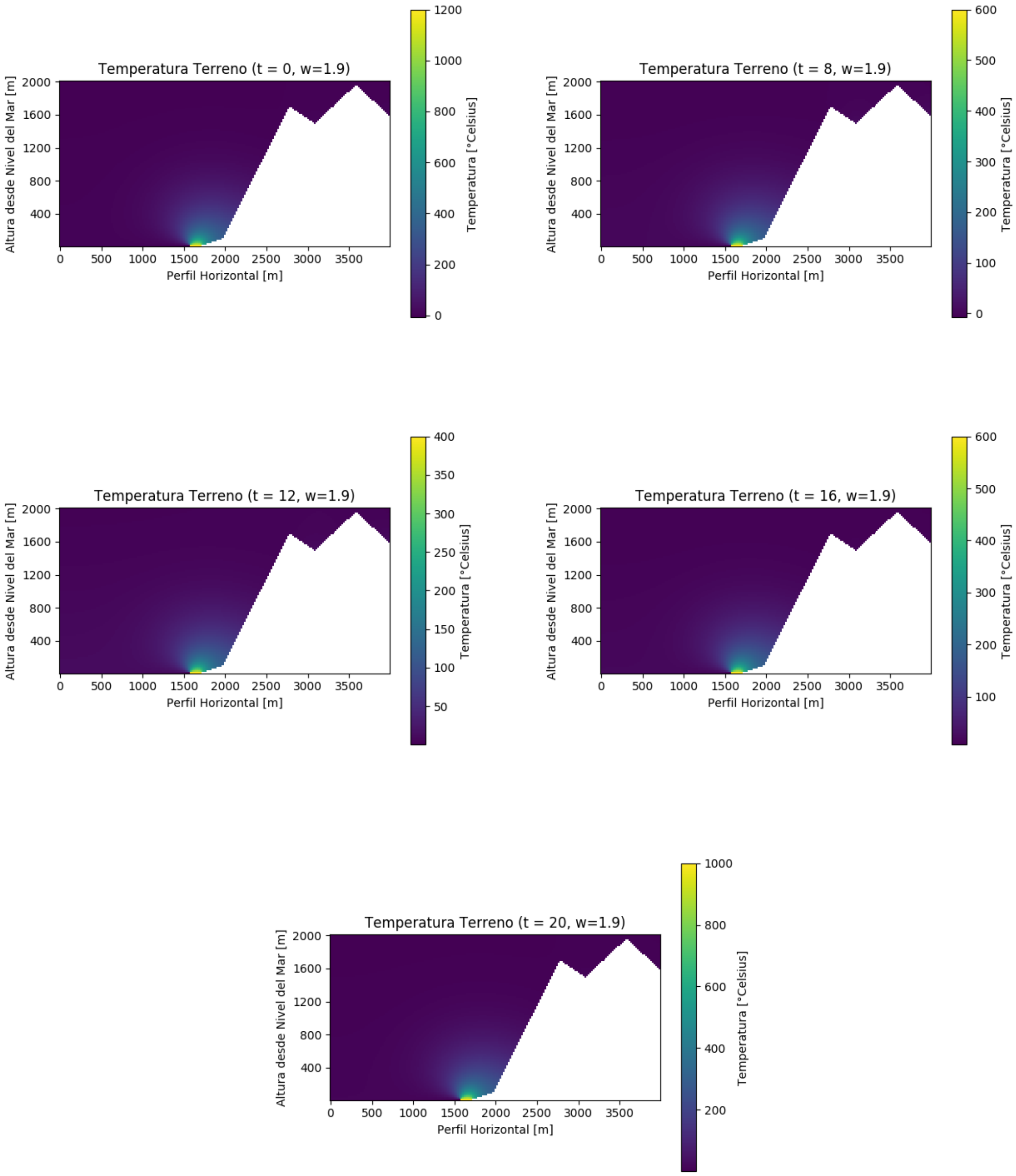


Figura 2: Variación de la temperatura atmosférica promedio con la planta para un tiempo t $\in$ {0, 8, 12, 16, 20}

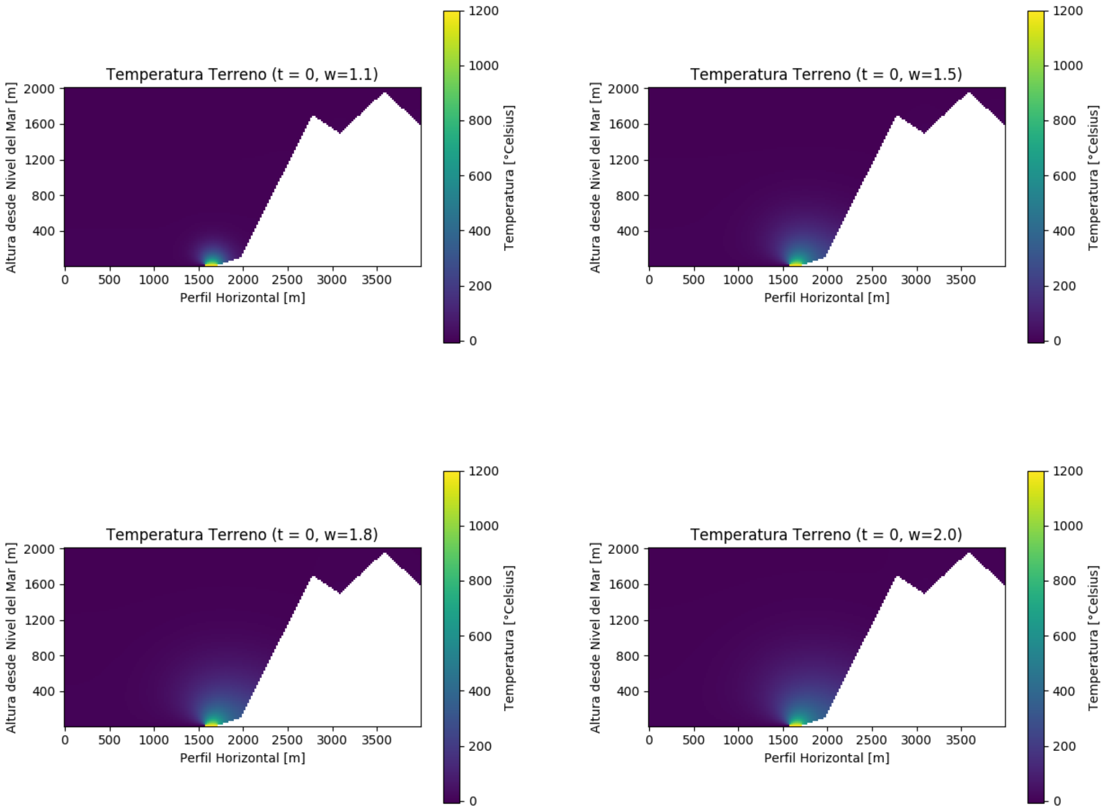
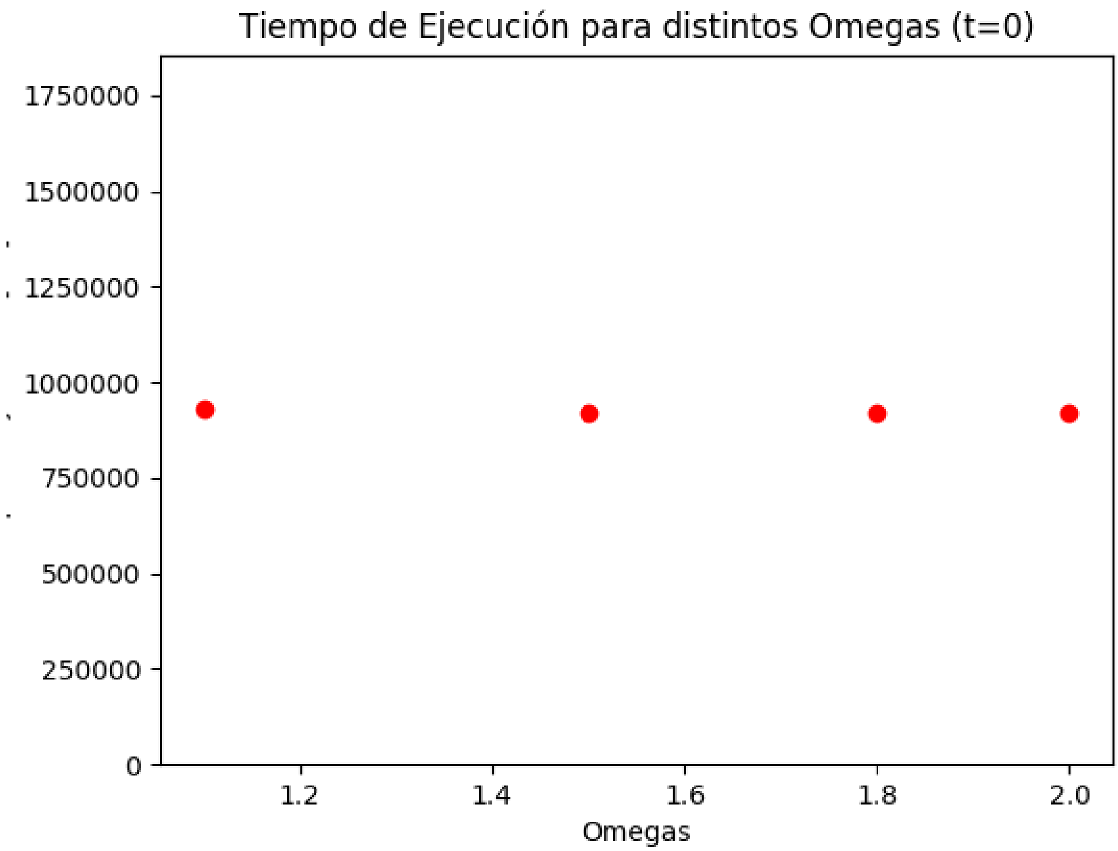


Figura 3: Variación de la temperatura atmosférica promedio con la planta para un tiempo t=0 fijo y $\omega \in \{1.1, 1.5, 1.8, 2.0\}$



Se puede notar resultados muy parecidos en tiempo de ejecución para una cantidad fija de iteraciones, lo que es lógico, puesto que al fijar una cantidad de iteraciones, se realizará el mismo proceso igual cantidad de veces, sin importar si hay convergencia o no.

5. Conclusiones

En base a los resultados obtenidos y el análisis de la sección precedente, es claro que la instalación de la planta afectaría bastante la temperatura de la zonas cercanas a ella, pudiendo causar serios problemas ecológicos debido a las altas temperaturas promedio alcanzadas.

En cuanto a la parte algorítmica, parece importante mencionar cuanto afecta las dimensiones de la matríz en el tiempo de ejecución de cada iteración, asímismo con la cantidad de expresiones booleanas a evaluar. Puesto que antes de la implementación final, habían faltado ciertos casos, los que fueron agregados y que aumentaron en aproximadamente un 10 % el tiempo de ejecución, lo que si bien, no es tanto problema, dada la cantidad de iteraciones escogidas, podría serlo con un número y dimensiones mayores.

Para aproximar el borde de las montañas, inicialmente se obtenían los valores del eje horizontal escalados y luego se calculaba su posición en el eje vertical, lo que aumentaba el error a la hora de hacer el cálculo, y a veces las montañas quedaban por sobre los 2000[m] de altura. Se modificó de manera que haga el cálculo de la posición horizontal sin escalar, y luego el resultado de calcular la posición en el eje vertical fuera escalado.