Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Экономико-математические методы в системном анализе

Отчёт по лабораторной №1 «ВВЕДЕНИЕ В R»

Проверил: Выполнили ст. гр. 025941:

Гуринович А.Б. Колесников В.Г.

Денисик П.Д.

Цель работы:

Изучение и выработка навыков работы с R.

Задания:

- 1. Сгенерируйте вектор длины N = 1000, элементами которого являются реализации нормально распределенной случайной величины с математическим ожиданием равным 1, и стандартным отклонением 0.3. Подсчитайте статистические оценки мат. ожидания, стандартного отклонения, квантилей уровней 0.95 и 0.99 с и без использования встроенных функций. Сравните результат. Исследуйте отклонение статистического мат. ожидания от 1 при росте N (N = 1000, 2000, 4000, 8000, 16000, 32000).
- 2. Создайте фрейм данных из N = 20 записей со следующими полями: Nrow номер записи, Name имя сотрудника, BirthYear год рождения, EmploYear год приема на работу, Salary зарплата. Заполните данный фрейм данными так, что Nrow изменяется от 1 до N,Name задается произвольно, BithYear распределен равномерно (случайно) на отрезке [1960, 1985], EmployYear распределен равномерно на отрезке [BirthYear+ 18, 2006], Salary для работников младше 1975 г.р. хопределяется по формуле Salary = (ln(2007 EmployYear) + 1) * 8000, для остальных Salary = (log2(2007 EmployYear) + 1) * 8000. Подсчитайте число сотрудников с зарплатой, большей 15000. Добавьте в таблицу поле, соответствующее суммарному подоходному налогу (ставка 13%), выплаченному сотрудником за время работы в организации, если его зарплата за каждый год начислялась согласно формулам для Salary, где вместо 2007 следует последовательно подставить каждый год работы сотрудника в организации.
- 3. Напишите функцию, которая принимает на вход числовой вектор х и число разбиений интервала k (по умолчанию равное числу элементов вектора, разделенному на 10) и выполняет следующее: находит минимальное и максимальное значение элементов вектора х, разделяет полученный отрезок [xmin; xmax] на k равных интервалов и подсчитывает число элементов вектора, принадлежащих каждому интервалу. Постройте график, где по оси абсцисс откладываются середины интервалов, по оси ординат число элементов вектора, принадлежащих интервалу, разделенное на общее число точек. Проведите эксперимент на данной функции, где х вектор длины 5000, выборка реализаций экспоненциально распределенной случайной величины с параметром λ =

- 500. Приближение какого графика мы получаем в итоге при большом числе точек и числе разбиений?
- 4. Пусть дан набор точек в хі ∈ R d , i = 1, 2, . . . , п., каждой из которых поставлено в соответствие некоторое вещественное число у. Реализуйте метод наименьших квадратов, находящий гиперплоскость, обеспечивающую наименьшую невязку по у. Для случая d = 1 нарисуйте график, содержащий исходные точки и найденную прямую.

Ход работы:

Задание 1. Листинг кода (В папке lab1/1.R)

Рисунок 1.1

Задание 2. Листинг кода (В папке lab1/2.R)

Employees with salary > 15000: 20

Рисунок 1.2

```
newDF <- data.frame(
  names=names,
  birthYears=birthYears,
  employYears=employYears,
  salaries=salaries,
  taxes=taxes
  )
  print(newDF)
       names birthYears employYears salaries
                                                 88400.00
    Magomed1
                    1974
                                 2005 40000.00
2
    Magomed2
                    1971
                                 1991 47255.12 190438.15
                                 1986 49034.26
3
    Magomed3
                    1960
                                               229480.36
4
5
    Magomed4
                    1980
                                 2000 32356.18
                                                 92538.67
    Magomed5
                    1983
                                 2006 29664.40
                                                 61701.96
б
    Magomed6
                    1972
                                 2000 43138.54 123376.22
    Magomed7
                    1985
                                 2004 30665.71
                                                 71757.75
    Magomed8
8
                    1961
                                 1991 47255.12 190438.15
9
    Magomed9
                    1968
                                 1990 47633.57
                                                198155.65
10 Magomed10
                                 1999 43675.45
                    1975
                                                130589.60
11 Magomed11
                    1964
                                 1998 44188.50
                                                137868.11
12 Magomed12
                    1963
                                 2006 39255.12
                                                 81650.66
13 Magomed13
                    1967
                                 1985 49359.40 237418.71
14 Magomed14
                    1965
                                 1994 46039.10 167582.32
15 Magomed15
                    1966
                                 2000 43138.54 123376.22
16 Magomed16
                    1984
                                 2004 30665.71
                                                 71757.75
17 Magomed17
                    1970
                                 1997 44679.70 145209.03
18 Magomed18
                    1982
                                 2000 32356.18
                                                 92538.67
19 Magomed19
                    1962
                                 1987 48699.70 221583.65
20 Magomed20
                    1973
                                 2002 41983.42 109156.89
```

Рисунок 1.3

Задание 3. Листинг кода (В папке lab1/3.R)

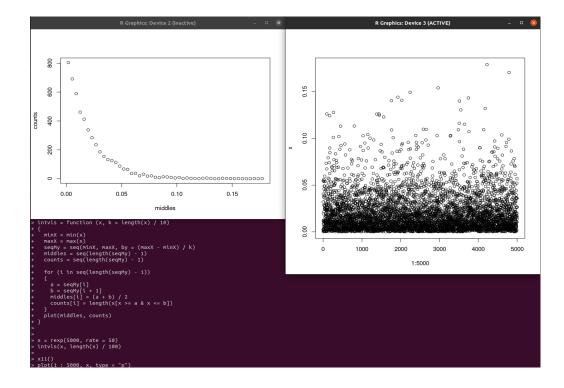


Рисунок 1.4

Задание 4. Листинг кода (В папке lab1/4.R)

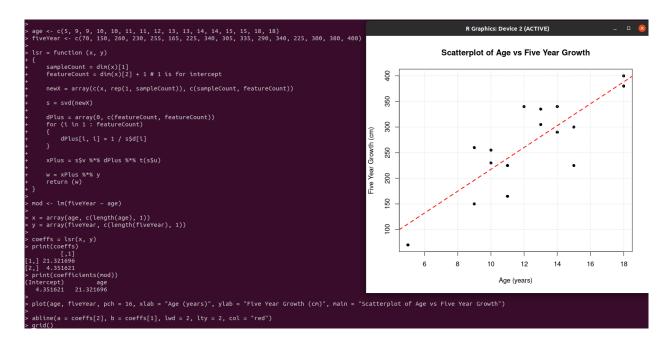


Рисунок 1.5

Вывод:

В ходе выполненной работы был сгенерирован вектор длины N = 1000, 2000 выполнены статистические оценки мат. ожидания, стандартного отклонения, квантилей уровней 0.95 и 0.99 с и без использования встроенных функций, создан фрейм данных из N = 20 записей с полями Nrow, Name, BirthYear, EmploYear, Salary, фрейм заполнен данными согласно заданию, написана функция, которая принимает на вход числовой вектор х и число разбиений интервала k и находит минимальное и максимальное значение элементов вектора х, разделяет полученный отрезок [xmin; xmax] на k равных интервалов и подсчитывает число элементов вектора, принадлежащих каждому интервалу, реализован метод наименьших квадратов, находящий гиперплоскость, обеспечивающую наименьшую невязку по у.

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Экономико-математические методы в системном анализе

Отчёт по лабораторной №2 «ПРОВЕРКА СТАТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ»

Проверил: Выполнили ст. гр. 025941:

Гуринович А.Б. Колесников В.Г.

Денисик П.Д.

Цель работы:

Изучение и выработка навыков работы с машиной опорных векторов.

Задания:

- 1. Используя тест Шапиро-Уилка, проверьте, являются ли нормально распределенными характеристики цветов ириса (фрейм данных iris). Уровень значимости $\alpha = 0.05$.).
- 2. Для k = 10, 15, 20, 25, 30 сгенерируйте 200 реализаций нормальной распределенной случайной величины с мат. ожиданием, равным k, и стандартным отклонением, равным √ k, и 200 реализаций случайной вели чины, распределенной по закону χ 2 с k степенями свободы. Используя тест Колмогорова-Смирнова, проверьте гипотезу о том, что данные выборки относятся к одному непрерывному распределению. Уровень значимости α = 0.05.
- 3. Загрузите таблицу из файла allcountries.txt, содержащую информацию о населении, площади и ряде других характеристик современных государств. Выберите из таблицы те страны, для которых доступна информация о населении и площади (нет отсутствующих значений NA) и площадь больше 10. Пусть area_log = log10(log10(area)), population_log = log10(log10(population)). Методом наименьших квадратов постройте функцию f(·), моделирующую зависимость population_log or area_log с помощью линейной функции population_log = f(area_log) = β0 + β1area_log, т.е. подберите коэффициенты β0 и β1. Используя тест Колмогорова-Смирнова, проверьте гипотезу о том, что population_log и f(area_log) относятся к одному непрерывному распределению. Уровень значимости α = 0.05.
- 4. Используя критерий х 2 проверьте гипотезу, состоящую в том, что цвет глаз женщин не зависит от цвета волос (на фрейме данных HairEyeColor).
- 5. Загрузите таблицу из файла readingspeed.txt, которая содержит информацию о скорости чтения у детей в зависимости от применяемой методики обучения (DRA direct reading activities, SC standart curriculum). Используя t-тест, проверьте гипотезу о том, что среднее время чтения для обеих методик совпадает (используйте разные альтернативные гипотезы). Объясните полученные результаты.

Ход работы:

Задание 1. Листинг кода (lab2/1.R)

Рисунок 2.1

Задание 2. Листинг кода (lab2/2.R)

```
> kss = seq(10, 30, 5)
> n = 200
> alph = 0.05
> norm = c()
 chiss = c()
 for (k in kss)
    ns = rnorm(n, mean = k, sd = sqrt(k))
    chis = rchisq(n, k)
    norm = c(norm, ns)
    chiss = c(chiss, chis)
    tst = ks.test(ns, chis)
    print(c(k, tst["p.value"] > alph))
        p.value
     10
        p.value
     15
        p.value
     20
        p.value
     25
        p.value
```

Рисунок 2.2

Задание 3. Листинг кода (lab2/3.R)

Рисунок 2.3

Задание 4. Листинг кода (lab2/4.R)

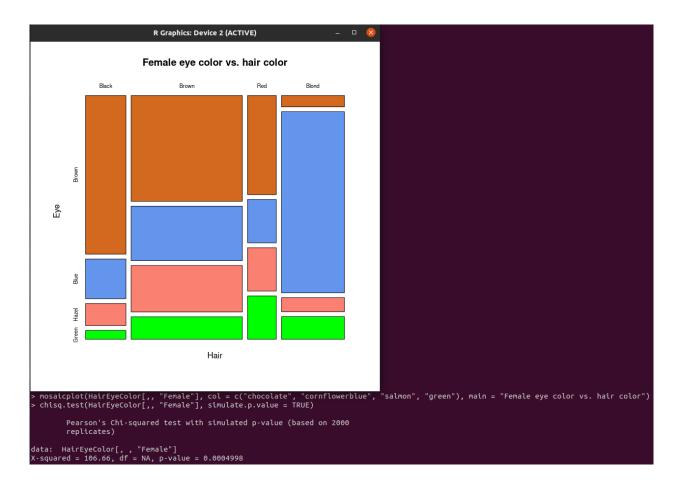


Рисунок 2.4

Задание 5. Листинг кода (lab2/5.R)

```
> t = read.table(file.choose(), header = TRUE)
Enter file name: ./readingspeed.txt
> group1 = t[t$LearningType == "DRA",]
> group1 = group1$Score
> group2 = t[t$LearningType == "SC",]
> group2 = group2$Score
> t.test(group1, group2)
       Welch Two Sample t-test
data: group1 and group2
t = 2.3109, df = 37.855, p-value = 0.02638
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 1.23302 18.67588
sample estimates:
mean of x mean of y
51.47619 41.52174
```

Рисунок 2.5

Выводы:

Проверено, являются ли нормально распределенными характеристики цвета зрачка, сгенерированно 200 реализаций нормальной распределенной случайной величины, проверены гипотезы: о том, что данные выборки относятся к одному непрерывному распределению, что population_log и f(area_log) относятся к одному непрерывному распределению, что цвет глаз женщин не зависит от цвета волос (на фрейме данных HairEyeColor),и что среднее время чтения для обеих методик совпадает.

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Экономико-математические методы в системном анализе

Отчёт по лабораторной №3 «ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ»

Проверил: Выполнили ст. гр. 025941:

Гуринович А.Б. Колесников В.Г.

Денисик П.Д.

Цель работы:

Изучение и выработка навыков работы с линейной регрессией в R.

Задания:

- 1. Загрузите данные из файла reglab1.txt. Используя функцию lm, постройте регрессию (используйте разные модели). Выберите наиболее подходящую модель.
- 2. Реализуйте следующий алгоритм для уменьшения количества признаков, используемых для построения регрессии: для каждого $k \in 0, 1, \ldots, d$ выбрать подмножество признаков мощности k 1, минимизирующее остаточную сумму квадратов RSS. Используя полученный алгоритм, выберите оптимальное подможество признаков для данных из файла reglab2.txt. Объясните свой выбор. Дайте интерпретацию вычисленным значениям t-статистики и p-value для коэффициентов β .
- 3. Загрузите данные из файла cygage.txt. Постройте регрессию, выражающую зависимость возраста исследуемых отложений от глубины залегания, используя веса наблюдений. Оцените качество построенной модели.
- 4. Загрузите данные из файла alligators.txt. Выберите лучшую регресионную модель (возможно нелинейную), отражающую зависимость веса аллигатора от его длины.
- 5. Исключите из набора данных longley переменную "Population". Разделите данные на тестовую и обучающую выборки равных размеров случайным образом. Постройте гребневую регрессию для значений $\lambda = 10-3+0.2 \cdot i$, i = 0, 25, подсчитайте ошибку на тестовой и обучающей выборке для данных значений λ , постройте графики. Объясните полученные результаты.

Ход работы:

Задание 1. Листинг кода задания (lab3/1.R)

```
> d = read.table("./reglab1.txt", header = TRUE)
> f = lm(z \sim ., data = d)
> summary(f)
Call:
lm(formula = z \sim ., data = d)
Residuals:
    Min
                Median
             10
                             30
-0.97246 -0.16759 0.01308 0.20537 0.81127
Coefficients:
          Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
4.10248
                    0.08698 47.168 <2e-16 ***
Х
y
           4.94308 0.08035 61.517 <2e-16 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.3376 on 197 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9686, Adjusted R-squared: 0.9683
F-statistic: 3041 on 2 and 197 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Рисунок 3.1

```
> f = lm(z \sim x + y, data = d)
> summary(f)
Call:
lm(formula = z \sim x + y, data = d)
Residuals:
                  Median
              1Q
                                30
-0.97246 -0.16759 0.01308 0.20537 0.81127
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.02163  0.06384 -0.339  0.735
                      0.08698 47.168 <2e-16 ***
            4.10248
Х
            4.94308
                      0.08035 61.517
                                       <2e-16 ***
у
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.3376 on 197 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9686, Adjusted R-squared: 0.9683
F-statistic: 3041 on 2 and 197 DF, p-value: < 2.2e-16
```

```
> f = lm(z \sim x * y, data = d)
> summary(f)
Call:
lm(formula = z \sim x * y, data = d)
Residuals:
                      Median
      Min
                1Q
                                    30
                                             Max
-0.086847 -0.022270 0.001217 0.020802 0.092255
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 1.003994
                    0.009804
                                 102.4
                                        <2e-16 ***
           1.975466 0.017672 111.8
                                        <2e-16 ***
                      0.016180 185.5
                                        <2e-16 ***
           3.001298
                      0.029009 138.6
                                        <2e-16 ***
           4.020776
x:y
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.03402 on 196 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9997,
                               Adjusted R-squared: 0.9997
F-statistic: 2.061e+05 on 3 and 196 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Рисунок 3.3

Задание 2. Листинг кода задания (lab3/2.R)

Задание 3. Листинг кода задания (lab3/3.R)

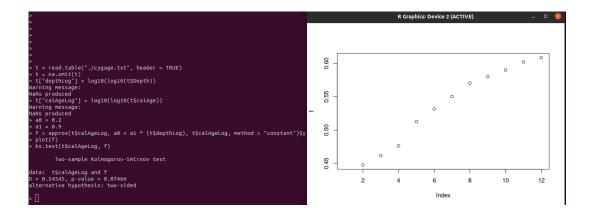


Рисунок 3.5

Задание 4. Листинг кода задания (lab3/4.R)

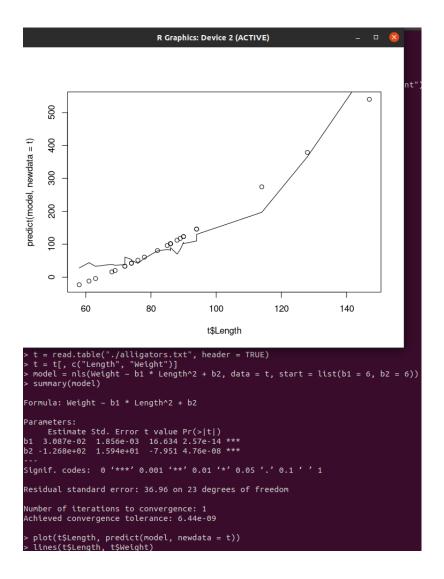


Рисунок 3.6

Задание 5. Листинг кода задания (lab3/5.R)

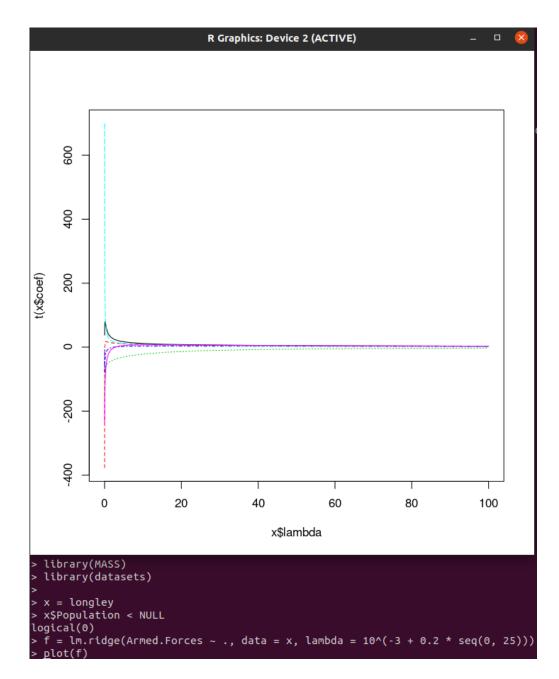


Рисунок 3.7

Вывод:

В ходе выполненной работы была построена регрессия, реализован алгоритм для уменьшения количества признаков, используемых для построения регрессии, построена регрессия, выражающая зависимость возраста исследуемых отложений от глубины залегания, используя веса наблюдений; построена гребневая регрессия.

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Экономико-математические методы в системном анализе

Отчёт по лабораторной №4 «МАШИНА ОПОРНЫХ ВЕКТОРОВ»

Проверил: Выполнил ст. гр. 025941:

Гуринович А.Б. Колесников В.Г.

Денисик П.Д.

Цель работы:

Изучение и выработка навыков работы с машиной опорных векторов.

Задания:

- 1. Постройте машину опорных векторов типа "C-classification" с параметром С = 1, используя ядро "linear". Визуализируйте разбиение пространства признаков на области с помощью полученной модели. Выведите количество полученных опорных векторов, а также ошибки классификации на обучающей и тестовой выборках.
- 2. Используя машину опорных векторов типа "C-classification" с линейным ядром, добейтесь нулевой ошибки сначала на обучающей выборке, а затем на тестовой, путем изменения параметра С. Выберите оптимальное значение данного параметра и объясните свой выбор. Всегда ли нужно добиваться минимизации ошибки на обучающей выборке?
- 3. Среди ядер "polynomial", "radial" и "sigmoid" выберите оптимальное в плане количества ошибок на тестовой выборке. Попробуйте различные значения параметра degree для полиномиального ядра.
- 4. Среди ядер "polynomial", "radial" и "sigmoid" выберите оптимальное в плане количества ошибок на тестовой выборке.
- 5. Среди ядер "polynomial", "radial" и "sigmoid" выберите оптимальное в плане количества ошибок на тестовой выборке. Изменяя значение параметра gamma, продемонстрируйте эффект переобучения, выполните при этом визуализацию разбиения пространства признаков на области.
- 6. Постройте машину опорных векторов типа "eps-regression" с параметром С = 1, используя ядро "radial". Отобразите на графике зависимость среднеквадратичной ошибки на обучающей выборке от значения параметра є. Прокомментируйте полученный результат.

Ход работы:

Задание 1. Листинг код построения модели (lab4/1.R)

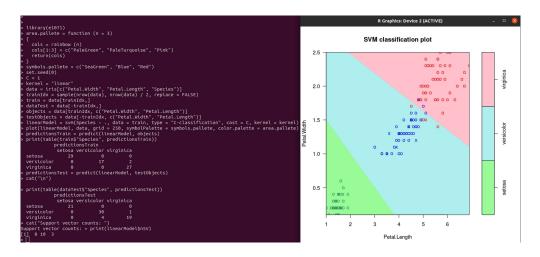


Рисунок 4.1 - Разбиение пространства признаков на области

Задание 2. Нулевой ошибки для тренировочного набора данных получилось достичь при C = 225. Однако при таком значении параметра C модель сделала 5 ошибок на тестовой выборке. Минимальной ошибки на тестовом наборе данных получилось достичь при C = 0.1. При данном значении параметра модель сделала 2 ошибки на тренировочном наборе данных и 2 ошибки на тестовом. Параметр C = 0.1 является оптимальным, т. к. при нем достигается наименьшая ошибка на тестовой выборке, соответственно достигнута наилучшая обобщающая способность модели. Листинг программы (lab4/2.R)

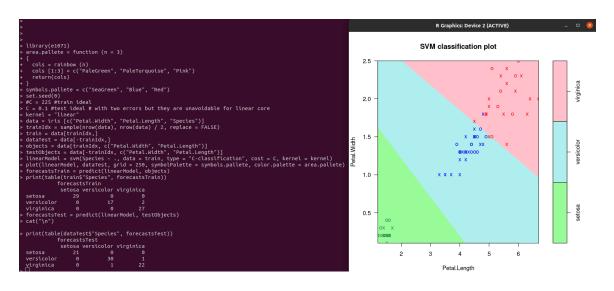


Рисунок 4.2

Задания 3-4. Листинг программы (lab4/3&4.R)

Данный код перебирает различные всевозможные сочетания значений гиперпараметров из следующих возможных значений:

kernel: "polynomial", "radial" "sigmoid"

C: 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 5, 10, 50

degree: 1-15

gamma: 0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1, 2, 5, 10, 25, 50

По результатам работы кода наилучшими комбинациями значений гиперпараметров с точки зрения ошибки на тестовой выборке являются:

```
print(dataFrame[dataFrame$test errors == min error
        kernel C degree gamma errors train_errors test_errors
    polynomial 0.01
                            10.00
    polynomial 0.05
                            2.00
227
   polynomial 0.10
                             1.00
    polynomial 0.50
467
                            0.25
    polynomial 1.00
        radial 0.10
1228
                             5.00
        radial 0.50
                             0.10
       sigmoid 1.00
```

Рисунок 4.3

Задание 5. Для демонстрации эффекта переобучения было выбрано радиальное ядро. При значении gamma = 50 модель делает 0 ошибок на тренировочной выборке и 3 ошибки на тестовой. При значении gamma = 500 модель делает 0 ошибок на тренировочной выборке и 15 ошибок на тестовой. Листинг программы (lab4/5.R)

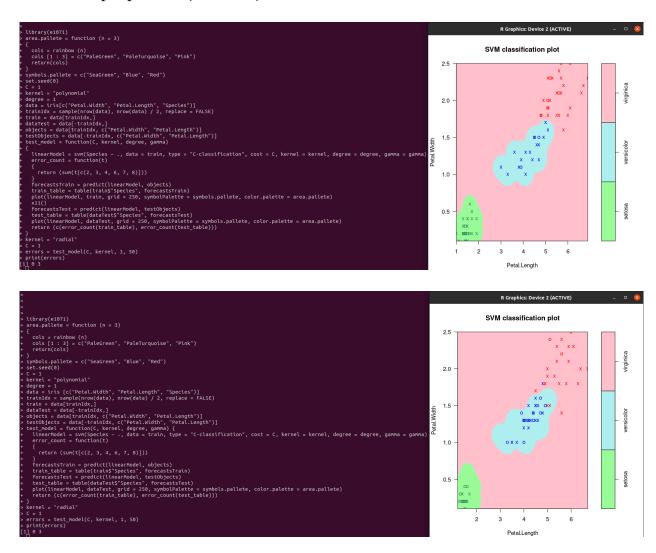


Рисунок 4.4 - Разбиение пространства признаков при параметре gamma равном 50 (тренировочная выборка сверху, тестовая снизу)

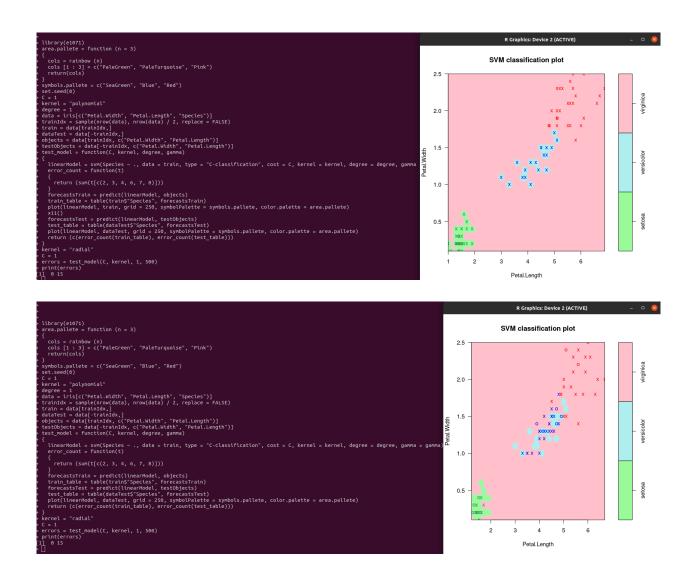


Рисунок 4.5 - Разбиение пространства признаков при параметре gamma равном 500 (тренировочная выборка сверху, тестовая снизу)

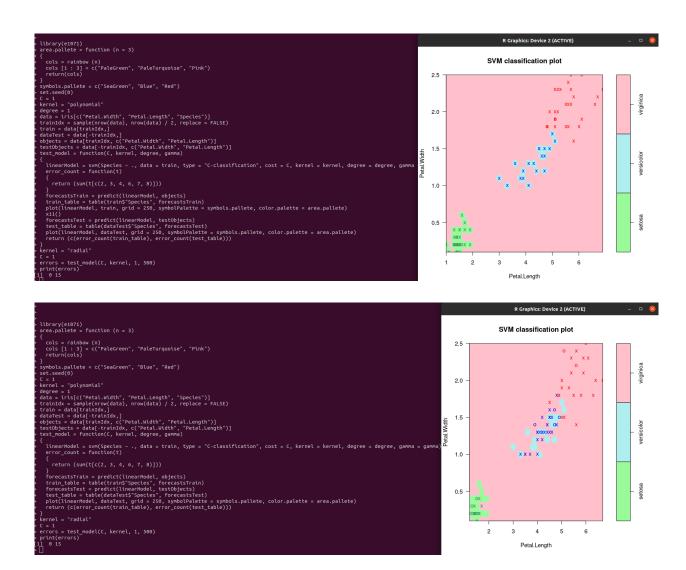


Рисунок 4.6 – Разбиение пространства признаков при параметре gamma равном 500 (тренировочная выборка сверху, тестовая снизу)

Задание 6. Листинг кода (lab4/6.R)

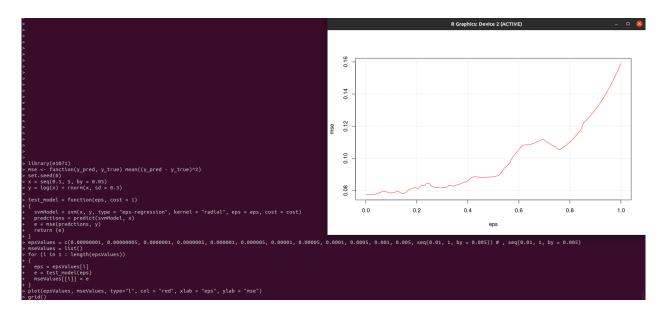


Рисунок 4.7 – Зависимость среднеквадратичной ошибки от параметра ε

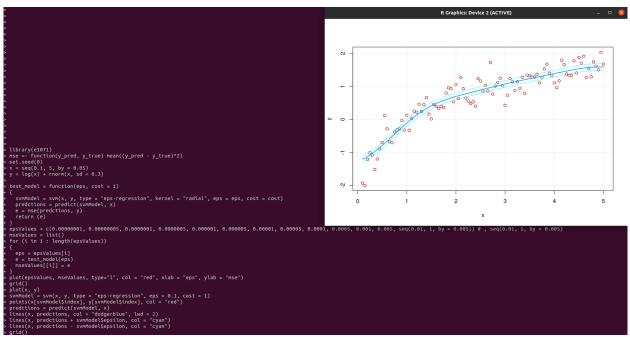


Рисунок 4.8 — Регрессия и ее ϵ -окрестность при значении параметра ϵ равном 0.1

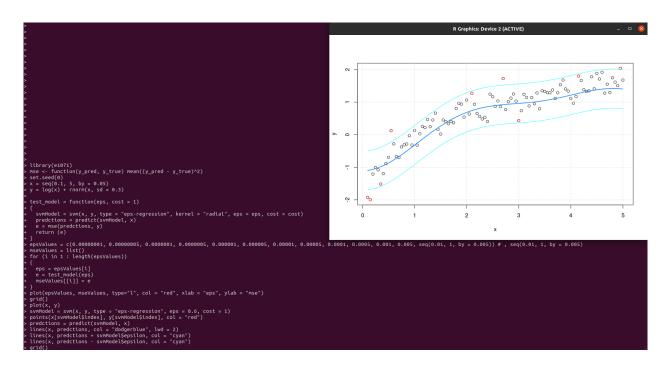


Рисунок 4.9 — Регрессия и ее ϵ -окрестность при значении параметра ϵ равном 0.6

Выводы

В ходе выполнения лабораторных работ были сформированы практические навыки работы с языком R. Получены знания о проверке статистических гипотез согласно условиям и требованиям. Изучено понятие линейной регрессии и выработаны навыки построения классификатора с использованием машины опорных векторов.