

Exercice 018 *Grammaires linéaires*

Une grammaire algébrique est dite *linéaire à droite* si toutes ses règles sont de la forme $X \rightarrow u$ ou $X \rightarrow uY$, où X et Y sont des non-terminaux, et $u \in \Sigma^*$ où Σ est l'alphabet des terminaux.

Par exemple, la grammaire suivante, notée G , de symbole initial S , et qui engendre des mots sur l'alphabet $\Sigma = \{a\}$, est linéaire à droite.

$$S \rightarrow aaS \mid \varepsilon$$

1. Donner, en justifiant, le langage $L(G)$ engendré par cette grammaire.
2. On note $L(G)^c$ le complémentaire du langage $L(G)$. Montrer que $L(G)^c$ est aussi engendré par une grammaire linéaire à droite.
3. Montrer que si un langage est régulier, alors il est engendré par une grammaire linéaire à droite.
4. La réciproque est-elle vraie ?

On dit qu'une grammaire est *linéaire à gauche* si toutes ses règles sont de la forme $X \rightarrow u$ ou $X \rightarrow Yu$, où X et Y sont des non-terminaux, et $u \in \Sigma^*$ où Σ est l'alphabet des terminaux.

5. Reprendre les deux questions précédentes avec cette nouvelle définition.