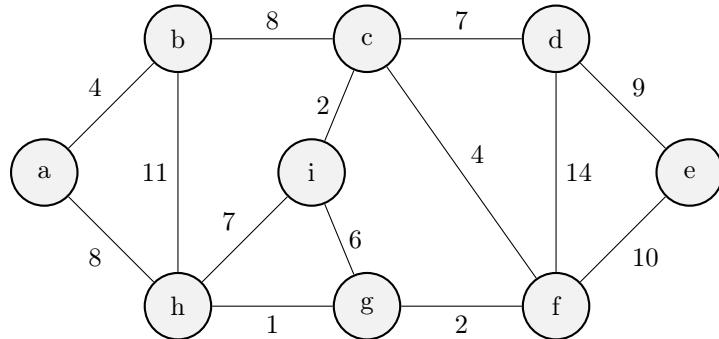


Exercice 007 Arbres couvrants de poids minimum

1. Rappeler le principe de l'algorithme de Kruskal, et l'appliquer sur le graphe suivant.



2. Quelle est la complexité de cet algorithme ? Justifier rapidement.

Dans toute la suite, on considère $G = (S, A, w)$ un graphe pondéré non-orienté.

3. Montrer que s'il existe une seule arête (u, v) de poids minimal dans G , tout arbre couvrant minimal de G doit forcément contenir (u, v) .
4. Montrer que si toutes les arêtes de G ont des poids distincts, alors il existe un unique arbre couvrant minimal de G .

On dit qu'une arête $a \in A$ est :

- *dangereuse* si elle fait partie d'un cycle de G dont toutes les autres arêtes sont de poids strictement inférieur.
- *utile* si elle n'appartient à aucun cycle de G .

5. Montrer que si T est un arbre couvrant de G , alors il contient toutes les arêtes utiles de G .
6. Montrer que si T est un arbre couvrant minimal de G , alors il ne contient aucune arête dangereuse de G .