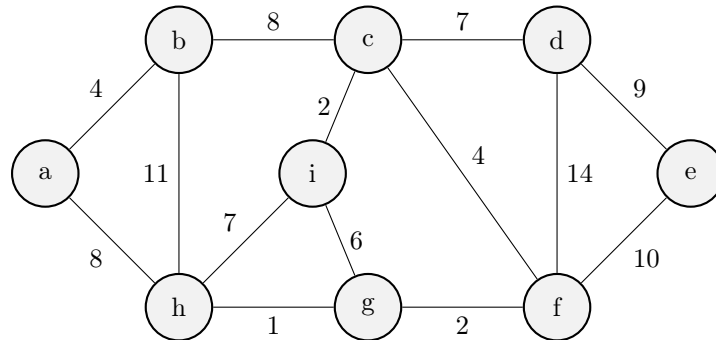


**Exercice 007** Arbres couvrants de poids minimum

1. Rappeler le principe de l'algorithme de Kruskal, et l'appliquer sur le graphe suivant.



2. Quelle est la complexité de cet algorithme ? Justifier rapidement.

Dans toute la suite, on considère  $G = (S, A, w)$  un graphe pondéré non-orienté.

3. Montrer que s'il existe une seule arête  $(u, v)$  de poids minimal dans  $G$ , tout arbre couvrant minimal de  $G$  doit forcément contenir  $(u, v)$ .
4. Montrer que si toutes les arêtes de  $G$  ont des poids distincts, alors il existe un unique arbre couvrant minimal de  $G$ .

On dit qu'une arête  $a \in A$  est :

- *dangereuse* si elle fait partie d'un cycle de  $G$  dont toutes les autres arêtes sont de poids strictement inférieur.
- *utile* si elle n'appartient à aucun cycle de  $G$ .

5. Montrer que si  $T$  est un arbre couvrant de  $G$ , alors il contient toutes les arêtes utiles de  $G$ .
6. Montrer que si  $T$  est un arbre couvrant minimal de  $G$ , alors il ne contient aucune arête dangereuse de  $G$ .