

Exercice 011 *Coloration de graphe et NP-complétude*

1. Énoncer le théorème de Cook-Levin.

On présente la famille de problèmes de décision suivant, paramétrée par p :

p -COLOR

- **Entrée** : un graphe $G = (S, A)$ non-orienté.
- **Sortie** : vrai s'il existe une coloration de G utilisant au plus p couleurs, faux sinon.

On admet que le problème **3-COLOR** est **NP**-dur (cela se montre par une réduction depuis **3-SAT**, qui est également **NP**-dur).

2. Montrer que pour tout $p \geq 3$, **p -COLOR** est dans **NP**.
3. Montrer que **4-COLOR** est **NP**-dur.
4. Montrer que pour tout $p \geq 3$, **p -COLOR** est **NP**-dur.
5. Conclure.
6. Montrer que **2-COLOR** \in **P**.