ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

Московский институт электроники и математики

Пчелинцев Илья Игоревич

Магнитные и геометрические свойства модели Изинга на случайных блужданиях на решетке

Выпускная квалификационная работа
студента образовательной программы бакалавриата
«Прикладная математика»

по направлению 01.03.04 Прикладная математика

Студент

____________________ И. И. Пчелинцев

Руководитель ВКР
Доцент,
Е. В. Буровский

Москва 2023 г.

Содержание

1 Введение

Модель блуждания без самопересечений является одной и наоболее часто изучаемой моделью линейного полимера. Решёточная структура окружающей среды модели позволяет не только определять способы перемещения блуждания в пространстве, но и исследовать модификации, дополненные внутренним взаимодействием - например, между ближайшими парами мономеров. Базовым примером моделей с энергетической составляющей является взаимодействующее блуждание без самопересечений (далее - ISAW), чья энергия равна числу взаимодействий в системе. Сама система варьируется константой силы взаимодействия между узлами, и тем самым, в условии термального равновесия, можно выделить два основных конформационных состояния - схлопнутый клубок и вытянутая глобула - между которыми расположена точка фазового перехода. В работе [1] была доказана трикритичность модели.

Примером взаимодействия полимера со внешней средой можно назвать семейство адсорбирующих блужданий, вступающих в реакцию с некоторой поверхностью [5].

Возможно усложнение внутреннего взаймодействия, путём внедрения спиновой подсистемы в конформацию с сохранением условия связи между ближайшими узлами. Таким образом была получена модель Изинга на случайном блуждании без самоперечений (далее - IsingISAW). Предшествующая ей регулярная модель Изинга так же варьируется константой силы взаимодействия, под действием которой система проявляет парамагнетические ими ферромагнетические свойства. Часть исследований модели проводятся с использованием теории среднего поля - так были рассмотрены магнитные свойства модели IsingISAW с дополнительным внешним полем [4]. Однако, существуют некоторые наблюдаемые величины модели, тесно связанные как с магнитными, так и с конформационными свойствами, чьё исследование требует более статистического подхода. Так же важно учитывать многообразие решёточных структур: некоторые из них имеют слишком большую размерность для достижения аналитического решения, иные содержат внешне незначительные изменения по сравнению с ранее изученными аналогами, но в то же время их критические свойства оказываются полностью различны.

Основным способом исследования подобных моделей являются симуляции их подсистем алгоритмами Монте-Карло [6, 8, 11]. Задачи отличаются периодами релаксации конформационной и спиновой подсистемы. Условия симуляции одной из систем при фиксированном состоянии другой определяют задачи замороженного спинового или конформацинного беспорядка. Задача размороженного беспорядка, в свою очередь, задаётся условием равного периода релаксации обоих подсистем, и является менее изученной.

В прошлой работе [2] было проведено исследование критического поведения модели IsingISAW на квадратной решётке. Из основных результатов был определён непрерывный характер фазового перехода, а так же оценены критические показатели модели. Подобное исследование проводилось и для трёхмерной модели [3]. Также для квадратной решётки была рассмотрена новая геометрическая характеристика блуждания - доля узлов с фиксированным числом соседей. Одно из основных направлений данной выпускной квалификационной работы посвящено исследованию этой характеристики среди структурных модификаций модели IsingISAW на квадратных решётках при размерности d=2,3,4, а так же на треугольной 2D-решётке.

Ранее треугольная решётка была исследована в качестве модификации как взаимодействуего полимера ISAW [7], так и регулярной модели Изинга [9,10]. В данной работе также исследуется критическое поведение модели IsingISAW на треугольной решётке, а также уточняются результаты для взаимодействующего полимера ISAW.

[Абзац по содержанию следующих секций?]

Список литературы

[1] P-G de Gennes. *Scaling concepts in polymer physics*. Cornell University Press, 1979.

[2] Kamilla Faizullina, Ilya Pchelintsev, and Evgeni Burovski. Critical and geometric properties of magnetic polymers across the globule-coil transition. *Phys. Rev. E*, 104:054501, Nov 2021.

[3] Damien Paul Foster and Debjyoti Majumdar. Critical behavior of magnetic polymers in two and three dimensions. *Physical Review E*, 104(2):024122, 2021.

[4] T. Garel, H. Orland, and E. Orlandini. Phase diagram of magnetic polymers. *Eur. Phys. J. B*, 12:261–268, 1999.

[5] Shelly Livne and Hagai Meirovitch. Computer simulation of long polymers adsorbed on a surface. i. corrections to scaling in an ideal chain. *The Journal of Chemical Physics*, 88(7):4498–4506, 1988.

[6] Neal Madras and Alan D Sokal. The pivot algorithm: a highly efficient monte carlo method for the self-avoiding walk. *Journal of Statistical Physics*, 50(1):109–186, 1988.

[7] V Privman. Study of the point by enumeration of self-avoiding walks on the triangular lattice. 19(16):3287–3297, nov 1986.

[8] N. Prokof'ev and B. Svistunov. Worm algorithms for classical statistical models. *Phys. Rev. Lett.*, 87:160601, Sep 2001.

[9] W. Selke and L. N. Shchur. Critical binder cumulant in a two-dimensional anisotropic ising model with competing interactions. *Phys. Rev. E*, 80:042104, Oct 2009.

[10] Walter Selke. Critical binder cumulant of two-dimensional ising models. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 51(2):223–228, 2006.

[11] U. Wolff. Collective Monte Carlo updating for spin systems. *Phys. Rev. Lett.*, 62:361–364, Jan 1989.