In[∘]:= `T = {{Exp[β * J + β * h], Exp[-β * J]}, {Exp[-β * J], Exp[β * J - β * h]}}`

показательная функция | показательная ф⋯ | показательна⋯ | показательная функция

Out[∘]= $\left\{\left\{e^{h\beta+J\beta}, e^{-J\beta}\right\}, \left\{e^{-J\beta}, e^{-h\beta+J\beta}\right\}\right\}$

In[∘]:= `MatrixForm[%]`

матричная форма

Out[∘]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} e^{h\beta+J\beta} & e^{-J\beta} \\ e^{-J\beta} & e^{-h\beta+J\beta} \end{pmatrix}$$

In[∘]:= `RT = Eigenvectors[T]`

собственные векторь

Out[∘]= $\left\{\left\{\frac{1}{2} e^{-h\beta}\left(-e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}-\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right), 1\right\}, \left\{\frac{1}{2} e^{-h\beta}\left(-e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}+\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right), 1\right\}\right\}$

In[∘]:= `la = Eigenvalues[T]`

собственные числа

Out[∘]= $\left\{\frac{1}{2} e^{-h\beta-J\beta}\left(e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}-\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right), \frac{1}{2} e^{-h\beta-J\beta}\left(e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}+\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right)\right\}$

In[∘]:= `T1 = T - IdentityMatrix[2] * la[[2]]`

единичная матрица

Out[∘]= $\left\{\left\{e^{h\beta+J\beta}-\frac{1}{2} e^{-h\beta-J\beta}\left(e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}+\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right), e^{-J\beta}\right\}, \left\{e^{-J\beta}, e^{-h\beta+J\beta}-\frac{1}{2} e^{-h\beta-J\beta}\left(e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}+\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right)\right\}\right\}$

In[∘]:= `MatrixForm[%]`

матричная форма

Out[∘]//MatrixForm=

$$\left(\begin{matrix} e^{h\beta+J\beta}-\frac{1}{2} e^{-h\beta-J\beta}\left(e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}+\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right) & \\ e^{-J\beta} & e^{-h\beta+J\beta}-\frac{1}{2} e^{-h\beta-J\beta}\left(\right. \end{matrix}\right.$$

In[∘]:= `RowReduce[T1]`

приведение матрицы к ступенчатому виду по строкам

Out[∘]= $\left\{\left\{1, -\frac{1}{2} e^{-h\beta}\left(-e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}+\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right)\right\}, \{0, 0\}\right\}$

In[∘]:= `R = Transpose[RT]`

транспозиция

Out[∘]= $\left\{\left\{\frac{1}{2} e^{-h\beta}\left(-e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}-\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right), \frac{1}{2} e^{-h\beta}\left(-e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}+\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right)\right\}, \{1, 1\}\right\}$

In[∘]:= `MatrixForm[R]`
матричная форма

Out[∘]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} e^{-h\beta}\left(-e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}-\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}\right) & \frac{1}{2} e^{-h\beta}\left(-e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}+\sqrt{4\right. \\ 1 & \end{pmatrix}$$

In[∘]:= `MatrixForm[Inverse[R]]`
матричная ⋯ обратная матри

Out[∘]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} -\frac{e^{h\beta}}{\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}} & \frac{-e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}+\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}}{2\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}} \\ \frac{e^{h\beta}}{\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}} & -\frac{-e^{2J\beta}+e^{2h\beta+2J\beta}-\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}}{2\sqrt{4e^{2h\beta}+e^{4J\beta}-2e^{2h\beta+4J\beta}+e^{4h\beta+4J\beta}}} \end{pmatrix}$$

In[∘]:= $\text{RInv} = \left\{\left\{\frac{1}{E^{\beta*J}\,(2Q)},\ 1-\frac{\lambda'_+}{2Q}\right\},\ \left\{-\frac{1}{E^{\beta*J}\,(2Q)},\ \frac{\lambda'_+}{2Q}\right\}\right\}$ // MatrixForm
матричная фо

Out[∘]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \frac{e^{-J\beta}}{2Q} & 1-\frac{(\lambda')_+}{2Q} \\ -\frac{e^{-J\beta}}{2Q} & \frac{(\lambda')_+}{2Q} \end{pmatrix}$$

In[∘]:= $\text{Ts} = \{\{\lambda_+, 0\}, \{0, \lambda_-\}\};$

1. $Z = \sum R * Ts^{N-1} * R^{-1}\ (\sigma1,\ \sigma N)$

2. $\lambda'_- = E^{\beta*J} * \text{Sinh}[\beta * h] - Q$
гиперболический синус

3. $\lambda'_+ = E^{\beta*J} * \text{Sinh}[\beta * h] + Q$
гиперболический синус

4. $\lambda_- = E^{\beta*J} * \text{Cosh}[\beta * h] - Q$
гиперболический косинус

5. $\lambda_+ = E^{\beta*J} * \text{Cosh}[\beta * h] + Q$
гиперболический косинус

6. $Q = \sqrt{E^{2*\beta*J} * \text{Cosh}[\beta * h]^2 - 2\,\text{Sinh}[2*\beta*J]}$

$$Z = \lambda_+{}^{n-1} * \left(E^{\beta*h} * \frac{\lambda'_+}{2Q} + \frac{1}{E^{\beta J}\,2Q} - E^{-\beta h} * \frac{\lambda_-'}{2Q}\right) - \lambda_-{}^{n-1} * \left(E^{\beta*h} * \frac{\lambda'_+}{2Q} + \frac{1}{E^{\beta J}\,2Q} - E^{-\beta h} * \frac{\lambda_+'}{2Q}\right)$$

Итог :

$$\left(\frac{F}{N}\right)_{N\to\infty} \approx -k_B * T * \ln(\lambda_+)$$

h = 0: Найдём ⟨H⟩:

$$H = -J * \sum_{j=1}^{n-1} \sigma_j\,\sigma_{j+1};$$

$$Z_j = 2\,\text{Cosh}[\beta * J] \Rightarrow Z = 2\,(2\,\text{Cosh}[\beta * J])^{n-1}$$
гиперболический косинус

Можно ли искать вместо намагниченности
одного спина "намагниченность" двух $\tau_j = \sigma_{j-1} * \sigma_j$??

Если да, то:

$$\langle m \rangle = \langle \tau \rangle = \frac{\langle T \rangle}{N}, \text{ где}$$

$$\langle T \rangle = \frac{1}{Z} \sum T * \mathrm{Exp}[-\beta * -J * T]$$
показательная функ

$$T = \sum \sigma_j \, \sigma_{j+1}$$

Рассмотрим $\dfrac{\delta(\mathrm{Log}[Z])}{\delta J}$:

$$= \frac{1}{Z} * \frac{\delta}{\delta J} * \left(\sum \mathrm{Exp}[\beta * J * T]\right) = \frac{1}{Z} * \sum \beta * T * \mathrm{Exp}[\beta * J * T]$$
показательная функция … показательная ф

Таким образом : $\langle T \rangle =$

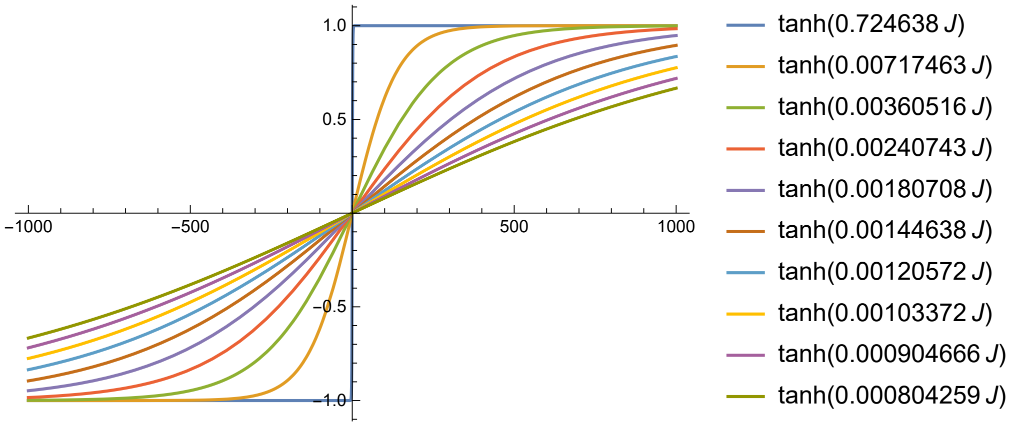
$$\frac{\delta\,(\mathrm{Log}[Z])}{\delta J} * \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2^N \mathrm{Cosh}[\beta * J]^{N-1}} * \frac{1}{\beta} * 2^N * (N-1)\, \mathrm{Cosh}[\beta * J]^{N-2} * \beta * \mathrm{Sinh}[\beta * J]$$
численное приближение … гиперболически

$$= (N-1)\, \mathrm{Tanh}[\beta * J]$$
чис⋯ гиперболический тангенс

Следовательно, $\langle \tau \rangle_{N\to\infty} = \dfrac{N-1}{N} \mathrm{Tanh}[\beta * J] \approx \mathrm{Tanh}[\beta * J]$
гиперболичес⋯ гиперболичес

```
Plot[Evaluate[Table[Tanh[J/(k T)], {T, 1, 1000, 200}]],
  {J, -1000, 1000}, PlotLegends → "Expressions"]
```
гр⋯ вычислить табл⋯ гиперболический тангенс … легенды графика

Out[∘]=



In[∘]:=
```
k = 1.38;
```

В данном случае при стремлении значения к -1, кол-во смен знака спина стремится к максимуму, и следовательно < σ > -> 0

Однако при стремлении значения к 1, кол-во смен знака уменьшается, но определить < σ > не удастся, т.к. в зависимости от положения хотя бы одной смены в цепи среднее значение может быть как 0, так и ±1.

Энергия цепи в таком случае будет равна $\langle H\rangle =$

$$-J*\langle T\rangle = -J*(N-1)*\mathrm{Tanh}[\beta*J] = -J\,(N-1)\,\mathrm{Tanh}\left[\frac{J}{k_B\,T}\right]$$

числе⋯ гиперболический т⋯ чис⋯ гиперболический танг

Теплоёмкость на спин будет $\left(\dfrac{\delta E\ (=\delta\langle H\rangle)}{\delta T}\right)_N * \dfrac{1}{N} =$

$$-J*\left(\frac{N-1}{N}\right)*\mathrm{Sech}\left[\frac{J}{k_B\,T}\right]^2 * -\frac{J}{k_B\,T^2} = (N\to\infty) = \frac{J^2}{k_B\,T^2}*\mathrm{Sech}\left[\frac{J}{k_B\,T}\right]^2$$

численное приближение

In[ ]:= `k = 1.38`

Out[ ]= 1.38

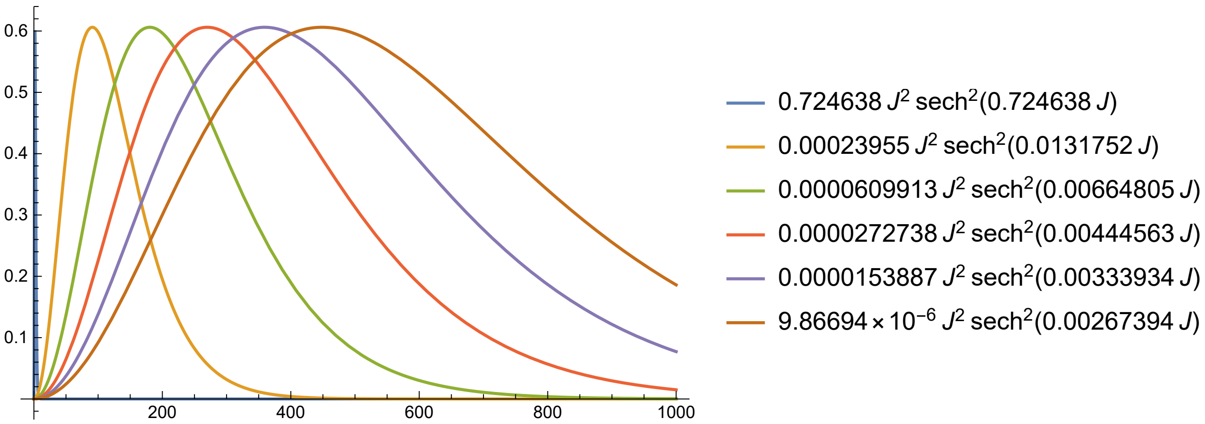
In[ ]:= $\mathrm{Plot}\left[\mathrm{Evaluate}\left[\mathrm{Table}\left[\frac{J^2}{k*T^2}*\mathrm{Sech}\left[\frac{J}{k*T}\right]^2,\ \{T,1,273,54\}\right]\right],\right.$

гр⋯ вычислить таблица значений

$\left.\{J,0,1000\},\ \mathrm{PlotLegends}\to\text{"Expressions"}\right]$

легенды графика

Out[ ]=



Найдём первую поправку разницы между энергией периодичной и открытой систем в общем случае

In[ ]:= $Z1 = \lambda p^n + \lambda m^n;$

$\lambda p = E^{\beta*J}*\mathrm{Cosh}[\beta*h] + Q;$

гиперболический косинус

$\lambda m = E^{\beta*J}*\mathrm{Cosh}[\beta*h] - Q;$

гиперболический косинус

$$Q = \sqrt{E^{2*\beta*J}*\mathrm{Cosh}[\beta*h]^2 - 2\,\mathrm{Sinh}[2*\beta*J]}\ ;$$

In[ ]:= `Expand[Z1]`

раскрыть скобки

Out[ ]=

$$\left(e^{J\beta}\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta] - \sqrt{e^{2J\beta}\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]^2 - 2\,\mathrm{Sinh}[2\,J\,\beta]}\right)^n + \left(e^{J\beta}\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta] + \sqrt{e^{2J\beta}\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]^2 - 2\,\mathrm{Sinh}[2\,J\,\beta]}\right)^n$$

In[∘]:=
$$Z2 = \lambda p^{n-1}\left(E^{\beta*J}*\lambda p2+1\right)^2+\lambda m^{n-1}\left(E^{\beta*J}*\lambda m2+1\right)^2;$$
$$\lambda p2 = E^{\beta*J}*\mathrm{Sinh}[\beta*h]+Q;$$
гиперболический синус
$$\lambda m2 = E^{\beta*J}*\mathrm{Sinh}[\beta*h]+-Q;$$
гиперболический синус

Для начала найдём формулу средней энергии:

$$\langle U\rangle = \langle H\rangle = \frac{1}{Z}\sum H*\mathrm{Exp}[-\beta*H];$$
показательная ф

С другой стороны:

$$\frac{\delta\,(\mathrm{Log}[Z])}{\delta\beta} = \frac{1}{Z}*\frac{\delta}{\delta\beta}\left(\sum \mathrm{Exp}[-\beta*H]\right) = \frac{1}{Z}*\sum -H*\mathrm{Exp}[-\beta*H]$$
показательная функция, показательная

Следовательно,

$$\langle U\rangle = -\frac{\delta\,(\mathrm{Log}[Z])}{\delta\beta}$$

Перейдём к нашей задаче:

$$\langle U_{PBC}\rangle-\langle U_{OBC}\rangle = \frac{-\delta\,(\mathrm{Log}[Z1])}{\delta\beta}+\frac{\delta\,(\mathrm{Log}[Z2])}{\delta\beta} = -\frac{\delta\,(\mathrm{Log}[Z1]-\mathrm{Log}[Z2])}{\delta\beta} = -\frac{\delta\left(\mathrm{Log}\left[\frac{Z1}{Z2}\right]\right)}{\delta\beta}$$

Вытащив из обоих статсумм λp, получим:

$$\frac{Z1}{Z2} = \frac{\lambda p\left(1+\left(\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)^N\right)}{\left(E^{\beta*J}*\lambda p2+1\right)^2\left(1+\left(\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)^{N-1}\left(\frac{E^{\beta*J}*\lambda m2+1}{E^{\beta*J}*\lambda p2+1}\right)^2\right)}$$

Поправка для разности свободных энергий:

$$F1 = -k_B*T*\mathrm{Log}[Z1] = -k_B*T*n*\mathrm{Log}[\lambda p]-k_B\,T*\mathrm{Log}\left[1+\left(\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)^n\right] =$$
натуральный логарифм, натуральный ло⋯, натуральный логарифм

$$-k_B*T*n*\mathrm{Log}[\lambda p]-k_B*T*\left(\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)^n-o\left(\left(\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)^n\right)$$
натуральный логарифм

$$F2 = -k_B*T*\mathrm{Log}[Z2] = -k_B*T*\Bigg((n-1)*\mathrm{Log}[\lambda p]+$$
натуральный логарифм, натуральный логарифм

$$2*\mathrm{Log}\left[E^{\beta*J}*\lambda p2+1\right]+\left(\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)^{n-1}*\left(\frac{E^{\beta*J}*\lambda m2+1}{E^{\beta*J}*\lambda p2+1}\right)^2+o\left(\left(\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)^{n-1}\right)\Bigg)$$
натуральный логарифм

$$F2-F1 = -k_B*T*$$
$$\left(-\mathrm{Log}[\lambda p]+2*\mathrm{Log}\left[E^{\beta*J}*\lambda p2+1\right]+\left(\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)^{n-1}\left(\left(\frac{E^{\beta*J}*\lambda m2+1}{E^{\beta*J}*\lambda p2+1}\right)^2-\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)+o\left(\left(\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)^{n-1}\right)\right) =$$
натуральный⋯, натуральный логарифм

$$= -k_B*T*\left(-\mathrm{Log}[\lambda p]+2*\mathrm{Log}\left[E^{\beta*J}*\lambda p2+1\right]+O\left[\left(\frac{\lambda m}{\lambda p}\right)^{n-1}\right]\right)$$
натуральный⋯, натуральный логарифм, О большое

А при n→∞:

$$\approx -k_B * T * \mathrm{Log}\left[\frac{\left(E^{\beta * J} * \lambda p2 + 1\right)^2}{\lambda p}\right]$$

натуральный логарифм

30.09.2020

```
In[•]:= λp = E^(β * J) * Cosh[β * h] + Q;
         основание…  гиперболический косинус
λm = E^(β * J) * Cosh[β * h] - Q;
      основание…  гиперболический косинус
Q = √(E^(2 * β * J) * Cosh[β * h]^2 - 2 Sinh[2 * β * J]);
      основание натурального логарифма  гиперболический син

In[•]:= Clear[h]
        очистить

In[•]:=
```

$$A[\beta\_, h\_, J\_] = \left(\frac{E\,\hat{}\,(\beta * J)\ \mathrm{Sinh}[\beta * h]\,\hat{}\,2}{Q} + \frac{1}{E\,\hat{}\,(\beta * J)\ Q} + \mathrm{Cosh}[\beta * h]\right);$$

гиперболический

```
In[•]:= Simplify[A[β, 0, J]]
        упростить
```

$$\text{Out}[\circ]= 1 + e^{J\beta}\sqrt{e^{-2J\beta}}$$

```
In[•]:= Ab[β_, h_, J_] = D[A[β, h, J], β]
                          дифференциировать
```

$$\text{Out}[\circ]= h\,\mathrm{Sinh}[h\,\beta] - \left(e^{-J\beta}\left(2\,e^{2J\beta}\,J\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]^2 - 4\,J\,\mathrm{Cosh}[2\,J\,\beta] + 2\,e^{2J\beta}\,h\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]\,\mathrm{Sinh}[h\,\beta]\right)\right) \Big/ \left(2\left(e^{2J\beta}\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]^2 - 2\,\mathrm{Sinh}[2\,J\,\beta]\right)^{3/2}\right) - \left(e^{J\beta}\,\mathrm{Sinh}[h\,\beta]^2\left(2\,e^{2J\beta}\,J\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]^2 - 4\,J\,\mathrm{Cosh}[2\,J\,\beta] + 2\,e^{2J\beta}\,h\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]\,\mathrm{Sinh}[h\,\beta]\right)\right) \Big/ \left(2\left(e^{2J\beta}\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]^2 - 2\,\mathrm{Sinh}[2\,J\,\beta]\right)^{3/2}\right) - \frac{e^{-J\beta}\,J}{\sqrt{e^{2J\beta}\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]^2 - 2\,\mathrm{Sinh}[2\,J\,\beta]}} + \frac{2\,e^{J\beta}\,h\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]\,\mathrm{Sinh}[h\,\beta]}{\sqrt{e^{2J\beta}\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]^2 - 2\,\mathrm{Sinh}[2\,J\,\beta]}} + \frac{e^{J\beta}\,J\,\mathrm{Sinh}[h\,\beta]^2}{\sqrt{e^{2J\beta}\,\mathrm{Cosh}[h\,\beta]^2 - 2\,\mathrm{Sinh}[2\,J\,\beta]}}$$

```
In[•]:= Simplify[Ab[β, 0, J]]
        упростить

Out[•]= 0

In[•]:= Addp[β_, h_, J_] = D[Ab[β, h, J], β];
                            дифференциировать

In[•]:= Simplify[Addp[β, 0, J]]
        упростить

Out[•]= 0
```

In[∘]:=
```
Am[β_, h_, J_] = (E^(β*J) Sinh[β*h]^2 / Q + 1/(E^(β*J) Q) + Cosh[β*h]);
                                                             гиперболический
Addm[β_, h_, J_] = D[D[Am[β, h, J], β], β];
                   ·· дифференциировать
```

In[∘]:=
```
Simplify[Addm[β, 0, J]]
упростить
```

Out[∘]= 0

21.10.2020 (поиск X)

```
Q[bj_, bh_] := Sqrt[E^(2*bj) * Cosh[bh]^2 - 2 Sinh[2*bj]];

lp[bj_, bh_] := E^bj * Cosh[bh] + Q[bj, bh];
                основ··· гиперболический косинус
lm[bj_, bh_] := E^(bj) * Cosh[bh] - Q[bj, bh];
                основан··· гиперболический косинус
Ap[bj_, bh_] := (E^(bj) Sinh[bh]^2 / Q[bj, bh] + 1/(E^(bj) Q[bj, bh]) + Cosh[bh]);
                                                                        гиперболическ
Am[bj_, bh_] := (E^(bj) Sinh[bh]^2 / Q[bj, bh] + 1/(E^(bj) Q[bj, bh]) - Cosh[bh]);
                                                                        гиперболическ
```

In[∘]:=
```
Zobc[bj_, bh_] := lp[bj, bh]^(n-1) Ap[bj, bh] - lm[bj, bh]^(n-1) Am[bj, bh];
```

Как мы знаем:

$\langle m \rangle = \frac{1}{Z*b}\frac{dZ}{dh} = \frac{1}{Z}\frac{dZ}{d(bh)}$

Тогда

$x = \frac{d<m>}{d<h>}|(h\text{->}0) = \frac{d<m>}{d(bh)}|\,(bh\to 0) = b\left(\frac{d^2 Z}{d(bh)^2} - \left(\frac{dZ}{d(bh)}\right)^2\right)|\,(bh\to 0)$

In[∘]:=
```
D[Zobc[bj, bh], bh] /. bh → 0
дифференциировать
```

Out[∘]= 0

Поэтому

$x = b\frac{d^2 Z}{d(bh)^2}|\,(bh\to 0)$

In[∘]:=
```
Zobc[bj, 0] // Simplify
               упростить
```

Out[∘]= $\left(e^{bj} - \sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n} + \left(e^{bj} + \sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n} + e^{bj}\sqrt{e^{-2\,bj}}\left(-\left(e^{bj} - \sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n} + \left(e^{bj} + \sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n}\right)$

In[ ]:= $\dfrac{\mathtt{D[D[Zobc[bj, bh], bh], bh]}}{\mathtt{Zobc[bj, bh]}}$ `/. bh → 0 // Simplify`
упростить

Out[ ]=

$$\Bigg(\frac{\left(e^{bj}+\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n}\left(2\,e^{bj}-e^{3\,bj}+\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)}{\sqrt{e^{-2\,bj}}}+\frac{e^{2\,bj}\left(e^{bj}-\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{n}\left(-2\,e^{bj}+e^{3\,bj}+\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)}{-1+e^{3\,bj}\sqrt{e^{-2\,bj}}}-$$
$$e^{2\,bj}\left(e^{bj}-\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n}\left(-1+e^{bj}\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)(-1+n)+$$
$$e^{2\,bj}\left(e^{bj}+\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n}\left(1+e^{bj}\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)(-1+n)\Bigg)\Big/\Bigg(\left(e^{bj}-\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n}+$$
$$\left(e^{bj}+\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n}+e^{bj}\sqrt{e^{-2\,bj}}\left(-\left(e^{bj}-\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n}+\left(e^{bj}+\sqrt{e^{-2\,bj}}\right)^{-1+n}\right)\Bigg)$$

Что при упрощении даёт

$$\mathtt{X[bj\_]} := \left(\frac{1}{2}+n*E^{2*bj}-\frac{E^{4*bj}}{2}+\frac{1}{2}\,\mathrm{Tanh}[bj]^{n-1}\left(E^{4*bj}-2\,E^{2\,bj}+1\right)\right)*b$$

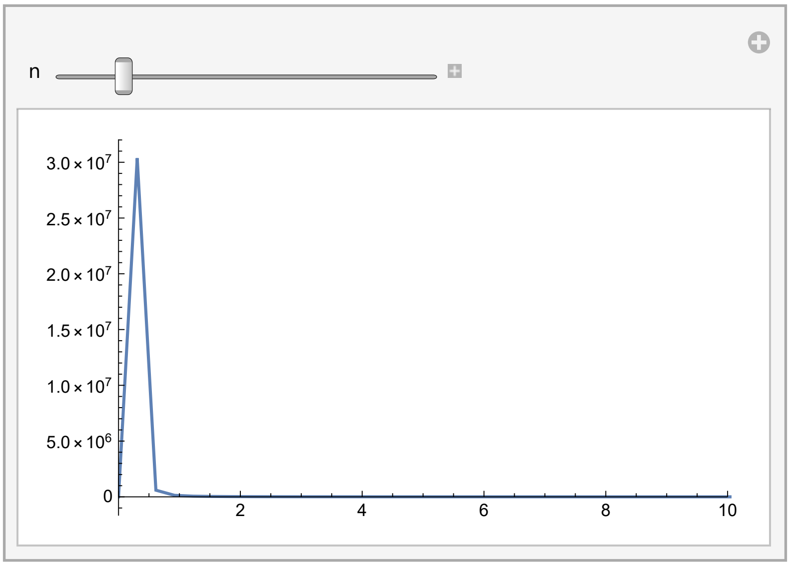
Так как получилась небезразмерная величина, умножим на j

Чтобы показать обратную зависимость от T, учитывая, что bj = $f\left(\frac{1}{T}\right)$, вместо bj подставим $\frac{1}{bj}$

In[ ]:= $\mathtt{Manipulate}\Big[\mathtt{Plot}\Big[\left(\frac{1}{2}+n*E^{2*\frac{1}{bj}}-\frac{E^{4*\frac{1}{bj}}}{2}+\frac{1}{2}\,\mathrm{Tanh}\left[\frac{1}{bj}\right]^{n-1}\left(E^{4*\frac{1}{bj}}-2\,E^{\frac{2}{bj}}+1\right)\right)\frac{1}{bj},$
варьировать график функции

`{bj, 0, 1000}, PlotRange → {{0, 10}, Full}], {n, 1, 100000, 1}]`
отображаемый диапазон ⋯ в полном объеме

Out[ ]=



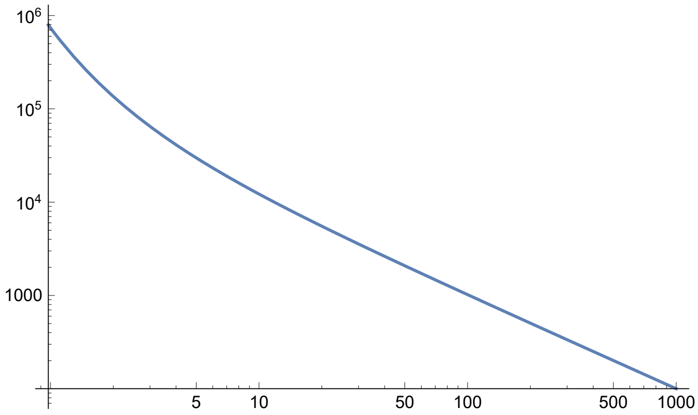
In[∘]:= LogLogPlot[

график функции в лог–лог масштабе

$$\left(\frac{1}{2} + n * E^{2*\frac{1}{bj}} - \frac{E^{4*\frac{1}{bj}}}{2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{Tanh}\left[\frac{1}{bj}\right]^{n-1}\left(E^{4*\frac{1}{bj}} - 2\,E^{\frac{2}{bj}} + 1\right)\right) * \frac{1}{bj}\ /.\ n \to 100000,\ \{bj,\ 0,\ 1000\}]$$

General: 0.771432^{99999} is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost.

Out[∘]=

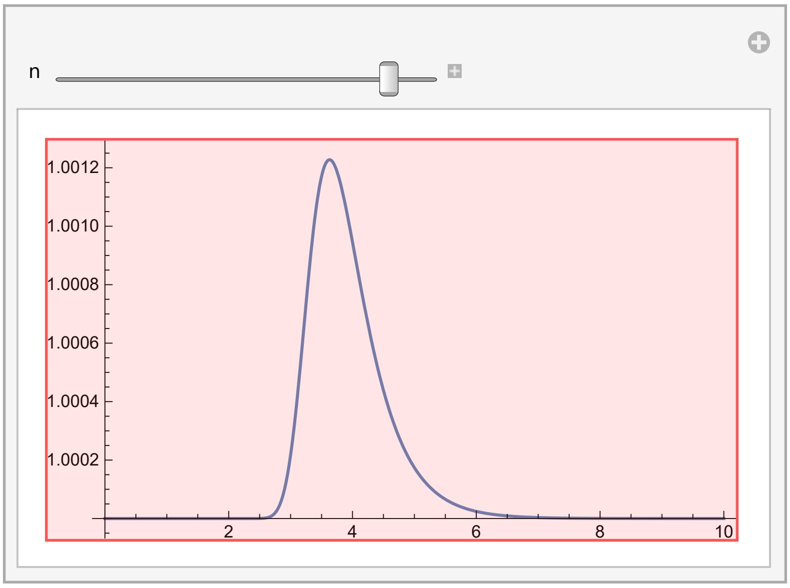


Это показывает обратно пропорциональную зависимость X от T

Расчеты дробей вида $\frac{1+\tanh^{n-4}}{1+\tanh^{n}}$ из формулы теплоёмкости на спин

In[•]:=
```
Y[bj_] := (1 + (Tanh[bj])^(n - 4))/(1 + (Tanh[bj])^(n))

Manipulate[Plot[(1 + (Tanh[bj])^(n - 4))/(1 + (Tanh[bj])^(n)), {bj, 0, 10}, PlotRange → All], {n, 4, 1000, 10}]
```
варьировать график функции отображаем… всё

Out[•]=


General: 0.000204286^{996} is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost.

General: 0.000204286^{1000} is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost.

General: 0.000204286^{1000} is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost.

General: Further output of General::munfl will be suppressed during this calculation.

General: 0.000204286^{906} is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost.

General: 0.000204286^{910} is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost.

General: 0.000204286^{910} is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost.

General: Further output of General::munfl will be suppressed during this calculation.

General: 0.000204286^{906} is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost.

General: 0.000204286^{910} is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost.

General: 0.000204286^{910} is too small to represent as a normalized machine number; precision may be lost.

General: Further output of General::munfl will be suppressed during this calculation.

In[∘]:=
$$Y1[bj\_] := \frac{(Sinh[bj])^{n-4} + (Cosh[bj])^{n-4}}{(Sinh[bj])^{n} + (Cosh[bj])^{n}} * (Cosh[bj])^{4}$$

```
Y1[0]
D[Y1[bj], bj] /. bj → 0
```
дифференциировать
```
D[D[Y1[bj], bj], bj] /. bj → 0
```
·· дифференциировать

Out[∘]=
$$\frac{1 + 0^{-4+n}}{1 + 0^{n}}$$

Out[∘]=
$$\frac{0\left(1 + 0^{-4+n}\right)}{1 + 0^{n}} + \frac{0^{-5+n}(-4+n)}{1 + 0^{n}} - \frac{0^{-1+n}\left(1 + 0^{-4+n}\right) n}{\left(1 + 0^{n}\right)^{2}}$$

$$\frac{4\left(1 + 0^{-4+n}\right)}{1 + 0^{n}} + \frac{0^{-4+n}(-4+n)}{1 + 0^{n}} + \frac{0^{n}\left(1 + 0^{-4+n}\right) n}{\left(1 + 0^{n}\right)^{2}} - \frac{2 \times 0^{-6+2n}(-4+n) n}{\left(1 + 0^{n}\right)^{2}} + \frac{2 \times 0^{-2+2n}\left(1 + 0^{-4+n}\right) n^{2}}{\left(1 + 0^{n}\right)^{3}} + \frac{1}{1 + 0^{n}} \left(-4 + 0^{-4+n}(-4+n) + 0^{-6+n}(-5+n)(-4+n) + n\right) - \frac{\left(1 + 0^{-4+n}\right)\left(n + 0^{n} n + 0^{-2+n}(-1+n) n\right)}{\left(1 + 0^{n}\right)^{2}} = 0$$

$$\frac{0\left(1 + 0^{-4+n}\right)}{1 + 0^{n}} + \frac{0^{-5+n}(-4+n)}{1 + 0^{n}} - \frac{0^{-1+n}\left(1 + 0^{-4+n}\right) n}{\left(1 + 0^{n}\right)^{2}} = 0$$

Итог: в ряде Тейлора от нуля единственный член - 1, зависимость от N ещё не найдена