

例2 $\exists x\neg A \rightarrow \forall xB \vdash \forall x(\neg A \rightarrow B)$

证明:

1 $\neg A \rightarrow \exists x\neg A$ 定理2

2 $\forall xB \rightarrow B$ 定理1

3 $(\neg A \rightarrow \exists x\neg A) \rightarrow ((\exists x\neg A \rightarrow \forall xB) \rightarrow (\neg A \rightarrow \forall xB))$ PC中加后件定理5

4 $(\exists x\neg A \rightarrow \forall xB) \rightarrow (\neg A \rightarrow \forall xB)$ (1) (3)用分离规则

5 $(\forall xB \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \forall xB) \rightarrow (\neg A \rightarrow B))$ PC中加前件定理4

6 $(\neg A \rightarrow \forall xB) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ (2) (4)用分离规则

7 $(\exists x\neg A \rightarrow \forall xB) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ (4) (6)用PC中三段论定理8

8 $\exists x\neg A \rightarrow \forall xB \vdash \neg A \rightarrow B$ PC中演绎定理

9 $\exists x\neg A \rightarrow \forall xB \vdash \forall x(\neg A \rightarrow B)$ 全称推广定理5