

定理15: $\vdash (A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$

证明:

1 $(\neg\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$ 公理3

2 $\neg\neg A \rightarrow A$ 定理10

3 $(\neg\neg A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow \neg B))$ 加后件定理5

4 $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow \neg B)$ (2)与(3)用分离规则分离而得

5 $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$ (4)与(1)用三段论定理8