

定理17: $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$

证明:

- 1 $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$ 定理1
- 2 $A \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg B)$ 对(1)用前件互换定理2
- 3 $((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B))$ 定理15
- 4 $A \rightarrow (B \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B))$ (2)与(3)用分离规则分离而得
- 5 $(A \rightarrow (B \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B))) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)))$ 公理2
- 6 $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B))$ (4)与(5)用分离规则分离而得
- 7 $(A \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$ 定理15
- 8 $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$ (6)与(7)用三段论定理8

证明:

- 1 $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow \neg A))$ 加后件定理5
- 2 $(A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A$ 定理11 加前件定理4
- 3 $((A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A) \rightarrow (((B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow \neg A)) \rightarrow ((B \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A))$
- 4 $((B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow \neg A)) \rightarrow ((B \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A)$ (2)与(3)用分离规则
- 5 $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A)$ (1)与(4)用三段论定理8
- 6 $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$ 定理15 加后件定理5
- 7 $((A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)) \rightarrow (((B \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A))$
- 8 $((B \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$ (6)与(7)用分离规则
- 9 $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$ (5)与(8)用三段论定理8