

定理175: 如果 $\vdash \neg A \rightarrow C$ $\vdash B \rightarrow C$ 那么 $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow C$

证明:

- 1 $B \rightarrow C$ 已知定理
- 2 $\neg A \rightarrow C$ 已知定理
- 3 $(\neg A \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow A)$ 定理14
- 4 $\neg C \rightarrow A$ (2) 与 (3) 用分离规则
- 5 $(\neg C \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (\neg C \rightarrow B))$ 加后件定理5
- 6 $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg C \rightarrow B)$ (4) 与 (5) 用分离规则
- 7 $(B \rightarrow C) \rightarrow ((\neg C \rightarrow B) \rightarrow (\neg C \rightarrow C))$ 加前件定理4
- 8 $(\neg C \rightarrow B) \rightarrow (\neg C \rightarrow C)$ (1) 与 (7) 用分离规则
- 9 $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg C \rightarrow C)$ (6) 与 (8) 用三段论定理8
- 10 $(\neg C \rightarrow C) \rightarrow C$ 定理9
- 11 $(A \rightarrow B) \rightarrow C$ (9) 与 (10) 用三段论定理8

$\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$

证明:

- 1 $A \rightarrow A$ $\tau h 1$
- 2 $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ $\tau h 6$
- 3 $(\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A)$ $\tau h 4$
- 4 $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A$ $\tau h 3$
- 5 $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow C$ $\tau h 17.5$

