

定理10: 设 Γ 为 FC 中的任一公式集合, A, B 为 FC 的任意两个公式, 并且变元 v 不在 Γ 的任意公式以及公式 B 中自由出现, 那么由 $\Gamma \vdash \exists v A$ 以及 $\Gamma; A \vdash B$ 可以推得 $\Gamma \vdash B$.

证明: 由 $\Gamma; A \vdash B$ 及演绎定理知 $\Gamma \vdash A \rightarrow B$, 由 $(A \rightarrow B) \vdash (\neg B \rightarrow \neg A)$ 为 PC 定理 13. 知 $\Gamma \vdash \neg B \rightarrow \neg A$, 再由演绎定理知 $\Gamma; \neg B \vdash \neg A$.
 由 v 不在 $\neg A$ 及 $\neg B$ 中无自由出现故 A 对 $\neg B$ 是闭的. 知 $\Gamma; \neg B \vdash \forall v \neg A$
 从而再由演绎定理知 $\Gamma \vdash \neg B \rightarrow \forall v \neg A$, 而 $(\neg B \rightarrow \forall v \neg A) \rightarrow (\neg \forall v A \rightarrow B)$ 为 PC 定理 14. 从而 $\Gamma \vdash \neg \forall v \neg A \rightarrow B$, 即 $\Gamma \vdash \forall v A \rightarrow B$. 再由 $\Gamma \vdash \exists v A$ 知 $\Gamma \vdash B$.