定理3: $\vdash_{ND} \neg(A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$

证明:

1 $\neg(A \wedge B), \neg A \vdash \neg A$ $(\in)$

2 $\neg(A \wedge B), \neg A \vdash \neg A \vee \neg B$ $(1)(\vee+)$

3 $\neg(A \wedge B), A, B \vdash A$ $(\in)$

4 $\neg(A \wedge B), A, B \vdash B$ $(\in)$

5 $\neg(A \wedge B), A, B \vdash A \wedge B$ $(3)(4)(\wedge+)$

6 $\neg(A \wedge B), A, B \vdash \neg(A \wedge B)$ $(\in)$

7 $\neg(A \wedge B), A \vdash \neg B$ $(5)(6)(\neg+)$

8 $\neg(A \wedge B), A \vdash \neg A \vee \neg B$ $(7)(\vee+)$

9 $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$ $(8)(2)(-)$

10 $\vdash \neg(A \wedge B) \rightarrow \neg A \vee \neg B$ $(9)(\rightarrow +)$

11 $A \wedge B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vdash A \wedge B$ $(\in)$

12 $A \wedge B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vdash A$ $(11)(\wedge-)$

13 $A \wedge B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vdash \neg A$ $(\in)$

14 $\underline{A \wedge B, \neg A \vee \neg B}, \neg A \vdash A \wedge \neg A$ $(12)(13)(\wedge+)$

15 $A \wedge B, \neg A \vee \neg B, \neg B \vdash A \wedge B$ $(\in)$

16 $A \wedge B, \neg A \vee \neg B, \neg B \vdash B$ $(15)(\wedge-)$

17 $A \wedge B, \neg A \vee \neg B, \neg B \vdash \neg B$ $(\in)$

18 $\underline{A \wedge B, \neg A \vee \neg B}, \neg B \vdash A \wedge \neg A$ $(16)(17)(\neg-)$

19 $\underline{A \wedge B, \neg A \vee \neg B} \vdash \neg A \vee \neg B$ $(\in)$

20 $\underline{A \wedge B, \neg A \vee \neg B} \vdash A \wedge \neg A$ $(14)(18)(19)(\vee-)$

21 $A \wedge B, \neg A \vee \neg B \vdash A$ $(20)(\wedge-)$

22 $A \wedge B, \neg A \vee \neg B \vdash \neg A$ $(20)(\wedge-)$

23 $\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$ $(21)(22)(\neg+)$

24 $\vdash \neg A \vee \neg B \rightarrow \neg(A \wedge B)$ $(23)(\rightarrow +)$

25 $\vdash \neg(A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$ $(10)(24)(\leftrightarrow +)$