

定理10:  $\vdash \neg\neg A \rightarrow A$

证明:

- 1  $\neg\neg A \rightarrow (\neg A \rightarrow A)$  定理6
- 2  $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$  定理9
- 3  $\neg\neg A \rightarrow A$  (1)与(2)用三段论定理8

定理11:  $\vdash (A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A$

证明:

- 1  $\neg\neg A \rightarrow A$  定理10
- 2  $(\neg\neg A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow \neg A) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow \neg A))$  定理5
- 3  $(A \rightarrow \neg A) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow \neg A)$  (1)与(2)用分离规则
- 4  $((A \rightarrow \neg A) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow \neg A))$
- 5  $\rightarrow (((\neg\neg A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A) \rightarrow ((A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A))$  定理5
- 6  $((\neg\neg A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A) \rightarrow ((A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A)$  (3)与(4)用分离规则
- 7  $(\neg\neg A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A$  定理9
- 8  $(A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A$  (7)与(6)用分离规则

定理12:  $\vdash A \rightarrow \neg\neg A$

证明:

- 1  $(\neg A \rightarrow \neg\neg A) \rightarrow \neg\neg A$  定理11
- 2  $A \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg\neg A)$  定理7
- 3  $A \rightarrow \neg\neg A$  (2)与(1)用定理8