

$$1. \exists x \neg A \vdash \neg \forall x A$$

$$1 \quad A \rightarrow \neg \neg A$$

$$2 \quad \forall x (A \rightarrow \neg \neg A)$$

$$3 \quad \forall x (A \rightarrow \neg \neg A) \rightarrow (\forall x A \rightarrow \forall x \neg \neg A)$$

$$4 \quad \forall x A \rightarrow \forall x \neg \neg A$$

$$5 \quad (\forall x A \rightarrow \forall x \neg \neg A) \rightarrow (\neg \forall x \neg \neg A \rightarrow \neg \forall x A)$$

$$6 \quad \neg \forall x \neg \neg A \rightarrow \neg \forall x A$$

$$7 \quad \exists x \neg A \rightarrow \neg \forall x A$$

$$8 \quad \exists x \neg A \vdash \neg \forall x A$$

$$2. \neg \forall x A \vdash \exists x \neg A$$

$$1 \quad \neg \neg A \rightarrow A$$

$$2 \quad \forall x (\neg \neg A \rightarrow A)$$

$$3 \quad \forall x (\neg \neg A \rightarrow A) \rightarrow (\forall x \neg \neg A \rightarrow \forall x A)$$

$$4 \quad \forall x \neg \neg A \rightarrow \forall x A$$

$$5 \quad (\forall x \neg \neg A \rightarrow \forall x A) \rightarrow (\neg \forall x A \rightarrow \neg \forall x \neg \neg A)$$

$$6 \quad \neg \forall x A \rightarrow \neg \forall x \neg \neg A$$

$$7 \quad \neg \forall x A \rightarrow \exists x \neg A$$

$$8 \quad \neg \forall x A \vdash \exists x \neg A$$