

定理9: 设 Γ 为FC中的任一公式集合, A, B 为FC的任意两个公式, 并且变元 v 不在 Γ 的任意公式中自由出现, 那么 $\Gamma; A \vdash B$ 蕴含 $\Gamma; \forall v A \vdash B$ 并且 $\Gamma; \forall v A \vdash \forall v B$.

证明: 由 $\Gamma; A \vdash B$ 及演绎定理知 $\Gamma \vdash A \rightarrow B$, 由 v 不在 Γ 中自由出现, 由全称推广定理知 $\Gamma \vdash \forall v (A \rightarrow B)$, 再由公理5, 如 $(A \rightarrow B) \rightarrow (\forall v A \rightarrow \forall v B)$ 知 $\Gamma \vdash \forall v A \rightarrow \forall v B$ 从而再由演绎定理知 $\Gamma; \forall v A \vdash \forall v B$ 再由 $\forall v B \rightarrow B$ 为定理1知 $\Gamma; \forall v A \vdash B$