

例1 若  $\vdash A \rightarrow B$  且变元  $v$  在  $B$  中无自由出现, 则  $\vdash \exists v A \rightarrow B$   
证明:

- 1  $A \rightarrow B$  已知定理
- 2  $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$  PC中的定理13
- 3  $\neg B \rightarrow \neg A$  (1) (2)用分离规则
- 4  $\forall v(\neg B \rightarrow \neg A)$  FC中的(全称推广)定理4
- 5  $\forall v(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (\forall v \neg B \rightarrow \forall v \neg A)$  公理5
- 6  $\forall v \neg B \rightarrow \forall v \neg A$  (4) (5)用分离规则
- 7  $\neg B \rightarrow \forall v \neg B$  公理6
- 8  $\neg B \rightarrow \forall v \neg A$  (7) (6)用PC中的三段论定理8
- 9  $(\neg B \rightarrow \forall v \neg A) \rightarrow (\neg \forall v \neg A \rightarrow B)$  PC中的定理14
- 10  $\neg \forall v \neg A \rightarrow B$  (8) (9)用分离规则
- 11  $\exists v A \rightarrow B$  定义式