

定理20: $\vdash (A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))$
 $\vdash (A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C))$

证明:

- 1 $C \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C)$ 公理1
- 2 $(C \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C)) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (C \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C)))$ 公理1
- 3 $(B \rightarrow C) \rightarrow (C \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C))$ (1)与(2)用分离规则
- 4 $C \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C))$ 对(3)用前件互换定理2
- 5 $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ 定理1
- 6 $\neg A \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B)$ 对(5)用前件互换定理2
- 7 $((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C))$ 加后件定理5
- 8 $\neg A \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C))$ (6)与(7)用三段论定理8
- 9 $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C))$ (8)与(4)用定理175