

定理21:  $\vdash \neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C$  当且仅当  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow C$

证明:

- 1  $\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C$
- 2  $(\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow (A \rightarrow \neg B))$
- 3  $\neg C \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$
- 4  $A \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg B)$
- 5  $(\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow C)$
- 6  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$

- 1  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$
- 2  $(B \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg B)$
- 3  $A \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg B)$
- 4  $\neg C \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$
- 5  $(\neg C \rightarrow (A \rightarrow \neg B)) \rightarrow (\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C)$
- 6  $\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C$

证明:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \wedge C))$

证明: 1.  $B \rightarrow (C \rightarrow (B \wedge C))$   $\neg$  引入

- 2  $(B \rightarrow (C \rightarrow (B \wedge C))) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow B \wedge C)))$   $A_1$
- 3  $(A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow B \wedge C))) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (C \rightarrow B \wedge C)))$   $A_2$
- 4  $(B \rightarrow (C \rightarrow (B \wedge C))) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (C \rightarrow B \wedge C)))$  2, 3  $\rightarrow$  引入

1.  $\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C$

5.  $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (C \rightarrow B \wedge C))$

6.  $(A \rightarrow (C \rightarrow B \wedge C)) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \wedge C))$   $A_2$

7.  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \wedge C))$

5, 6  $\rightarrow$  引入