

UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES  
FACULTÉ DES SCIENCES  
DÉPARTEMENT D'INFORMATIQUE

Implémentation d'une formulation étendue  
pour la conception d'un réseau de  
distribution d'électricité

Frantzen Christian

Superviseur : Bernard Fortz

Année académique 2015 - 2016

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Approche</b>	<b>2</b>
2.1	Définition du problème . . . . .	2
2.2	Contraintes . . . . .	3
2.3	Conditions de faisabilité . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Méthode implémentée</b>	<b>3</b>
3.1	Layer inequalities . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Résultats expérimentaux</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Discussion</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>5</b>

## Résumé

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## 1 Introduction

La transition énergétique pose beaucoup de nouveaux défis pour l'industrie. Souvent de grandes centrales de production d'électricité sont remplacées par plusieurs centrales plus petites. Ceci nécessite un changement important dans la configuration du réseau. La configuration d'un réseau de distribution d'électricité a un impact important sur des paramètres physiques comme perte d'énergie de de tension ainsi que la charge des points-clés d'un réseau comme les transformateurs. Pour prendre en compte tous ces facteurs mais en gardant un niveau d'abstraction élevé, Rossi et al [1] introduisent un paramètre de distance maximale  $D_{max}$ . On considère qu'un client alloué à un fournisseur à une distance inférieure à  $D_{max}$  n'est pas soumis à des phénomènes de perte d'énergie ou de tension trop importants.

Le but des algorithmes présentés dans leur article est de maximiser la marge minimale des différentes sources du réseau. La marge d'une source est la différence entre sa capacité de production d'énergie et la demande totale des clients connectés à cette source.

Avoir une grande marge une caractéristique de robustesse d'un réseau face à des augmentations spontanée de la demande.

## 2 Approche

### 2.1 Définition du problème

Pour résoudre le problème, on représente le réseau par un graphe non-dirigé  $G(V, E)$ , où  $V$  est l'ensemble des sommets et  $E$  est l'ensemble des arrêtes. L'ensemble des sommets  $V$  est l'union des ensembles disjoints des clients  $V_c$  et des fournisseurs  $V_f$ . L'ensemble  $E$  représente les différentes connexions avec interrupteur entre les sommets.  $n_f = |V_f|$  est le nombre de fournisseurs dans le réseau et  $n_c = |V_c|$  est le nombre de clients. Chaque sommet  $j$  dans  $V_f$  a un poids  $pow_j$  qui représente sa capacité maximale de production d'énergie. Chaque sommet  $i$  dans  $V_c$  a un poids  $dem_i$  qui représente une demande d'énergie. La distance minimale entre 2 sommets  $i$  et  $j$  dans  $G$  est donnée par  $d_{i,j}$  qui représente un nombre de sauts. Comme  $G$  est non-dirigé,  $d_{i,j} = d_{j,i} \forall (i, j) \in V \times V$ . L'ensemble des clients pour lesquels la distance minimale entre eux et le fournisseur  $j$  est inférieure à  $D_{max}$  est noté  $N_j \forall j \in V_f$ .  $N_j$  est l'ensemble des clients qui peuvent potentiellement être connectés au fournisseur  $j$ . S'il existe un client qui ne se retrouve dans aucun ensemble  $N_j$ , la résolution est infaisable.

## 2.2 Contraintes

Une configuration est faisable si elle respecte les contraintes suivantes :

1. Contrainte de demande : La capacité d'un fournisseur doit être suffisante pour satisfaire la demande des clients auxquels il est connecté.
2. Contrainte de connectivité : pour des raisons techniques, deux fournisseurs ne doivent pas être connectés entre eux, ce que implique que chaque client doit être connecté à exactement un fournisseur. Chaque sous-graphe de  $G$  doit être non-cyclique.
3. Contrainte de distance : Pour minimiser les phénomènes de perte d'énergie et de tension, les clients ne doivent pas être alloués à des fournisseurs à une distance supérieure à  $D_{max}$ .

## 2.3 Conditions de faisabilité

Pour que la résolution du problème soit faisable, il existe 2 conditions nécessaires pour garantir la faisabilité :

- La somme des capacités des fournisseurs doit satisfaire la demande totale des clients :

$$\sum_{j \in V_f} pow_j = \sum_{i \in V_c} dem_i$$

- Pour chaque client il existe un ou plusieurs fournisseurs à une distance inférieure ou égale à  $D_{max}$  :

$$\forall i \in V_c : \exists j \in V_f \mid dist(j, i) \leq D_{max}$$

Si c'est deux conditions ne sont pas satisfaites, on peut démontrer que la résolution du problème est infaisable.

Pour rendre la résolution plus facile, dans notre configuration, on attribue à chaque

fournisseur la capacité de satisfaire tous les clients :

$$\forall j \in V_f : pow_j = \sum_{i \in V_c} dem_i.$$

## 3 Méthode implémentée

Dans l'article, il y a 2 types de formulations utilisées pour le problème. Une qui ne prend en compte que les sommets du graphe et ne décide que si un client  $i$  est alloué ou pas à un fournisseur  $j$  et l'autre formulation ne prend en compte que l'état des différentes arrêtes du graphe et décide s'il y a un flux de courant électrique qui la traverse ou pas.

Dans ce travail, on se concentre sur la formulation avec les sommets, ainsi, on a les variables de décision suivantes :  $\forall (i, j) \in V_c \times V_f$ ,  $x_{i,j}$  est mise à 1 si et seulement si le client  $i$  est alloué au fournisseur  $j$ , sinon  $x_{i,j} = 0$ . Les contraintes de la formulation sont décrites ici :

$$\text{Maximiser } M_{min} \quad (1)$$

$$pow - \sum_{i \in N_j} x_{i,j} dem_i \geq M_{min} \quad \forall j \in V_f \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V_c} x_{i,j} = 1 \quad \forall j \in V_f \quad (3)$$

$$x_{i,j} = 0 \quad \forall j \in V_f, \forall i \notin N_j \quad (4)$$

Les clients alloués au fournisseurs  $j$  forment un component connecté

$$\forall j \in V_f \quad (5)$$

La distance d'un client  $i$  à son fournisseur est inférieure ou égale à

$$D_{max} \quad \forall i \in V_c \quad (6)$$

$$x_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in V_c \times V_f \quad (7)$$

$$M_{min} \geq 0 \quad (8)$$

(1) est la fonction objectif : maximiser la marge minimale pour tous les fournisseurs. (2) définit la marge minimale

pour tous les fournisseurs. La contrainte (3) assure que chaque client soit alloué à 1 fournisseur et (4) assure qu'un client ne soit pas alloué à un fournisseur situé à une distance supérieure à  $D_{max}$ . Les contraintes (5) et (6) sont difficile à enforcer, ils seront expliqués en détail dans la section à suivre. La contrainte (7) assure l'intégralité de solution et (8) la non-négativité.

Le modèle de programmation linéaire principale se compose des contraintes (1)-(4), (7), (8) ainsi que des *layer inequalities* (inégalités des couches), qui seront expliqués plus tard. Les *layer inequalities* n'aident pas seulement à atteindre la solution optimale, mais aussi à converger plus rapidement.

### 3.1 Layer inequalities

Les layer inequalities restreignent le problème principal pour qu'il n'assume pas de solutions qui ne seront jamais bonnes. Les layer inequalities fonctionnent comme suit : les clients se trouvant à une distance  $\lambda$  au fournisseur  $j$  dans le graphe appartiennent à la couche  $L_{j,\lambda}$ . Ainsi  $\forall j \in V_f$  et  $\forall \lambda \in \{1, \dots, D_{max}\}$ , tout client  $i \in L_{j,\lambda+1}$  peut être alloué au fournisseur  $j$  si et seulement si il y a au moins un client  $k \in L_{j,\lambda}$  qui lui aussi est alloué au fournisseur  $j$ . Cette contrainte peut s'écrire :

$$x_{i,j} \leq \sum_{k \in L_{j,\lambda}} x_{k,j} \forall i \in L_{j,\lambda+1},$$

$$\forall \lambda \in \{1, \dots, D_{max} - 1\}, \forall j \in V_f$$

Ces inégalités enforcent des conditions nécessaires pour la connectivité de la solution ainsi que partiellement prenant en compte les exigences de distance. Elles peuvent être rendues plus stricte en ajoutant la condition que pour tout client  $i$  dans  $L_{j,\lambda+1}$ , seul des clients  $k$  dans  $L_{j,\lambda}$  qui se trouvent à une distance plus petite ou égale à  $D_{max} - \lambda$  de  $i$  avec tous

les clients alloués sur le chemin entre  $i$  et  $k$  se trouvant à une distance strictement plus grande que  $\lambda$  de  $j$  peuvent assurer la connectivité de la solution. S'il n'y a pas de chemin entre  $k$  et  $i$  d'une longueur inférieure ou égale à  $D_{max} - \lambda$ , alors le client n'est pas aidant pour connecter  $i$  à  $j$ . De plus, si sur les chemins entre  $k$  et  $i$  se trouvent un client  $v \neq i$  pour lequel la distance à  $j$  est plus petite ou égale à  $\lambda$ , alors le client  $i$  peut être connecté à  $j$  à travers  $v$  et on n'a pas besoin du client  $k$ .

Pour construire les layer inequalities, on a besoin de deux ensembles,  $R_{k,j}$  et  $P_{i,j}$ . Soit  $k$  un client dans  $L_{j,\lambda}$ . L'ensemble des clients pour lesquels la distance jusqu'à  $j$  est strictement plus grande que  $\lambda$  et pour lesquels la distance jusqu'à  $k$  est plus petite ou égale à  $D_{max} - \lambda$  est noté  $R_{k,j}$ . Cet ensemble peut être considéré comme l'ensemble des clients qui peuvent être connectés à  $j$  à travers  $k$  on satisfaisant la contrainte de distance. Soit  $i$  un client dans la couche  $L_{j,\lambda+1}$ . L'ensemble des prédécesseurs potentiels dans  $L_{j,\lambda}$  est noté  $P_{i,j}$ . Ainsi au moins un client dans  $P_{i,j}$  doit être alloué au fournisseur  $j$  pour que  $i$  soit connecté à  $j$ .

Plus précisément :

$$R_{k,j} = \{v | \lambda < d_{v,j} \wedge d_{v,k} \leq D_{max} - \lambda\}$$

$$\forall k \in L_{j,\lambda}, \forall \lambda \in \{1, \dots, D_{max} - 1\}, \forall j \in V_f$$

$$P_{i,j} = \{k \in L_{j,\lambda} | i \in R_{k,j}\} \forall i \in L_{j,\lambda+1},$$

$$\forall \lambda \in \{1, \dots, D_{max} - 1\}, \forall j \in V_f$$

Ainsi les inégalités des couches sont définies comme suit :

$$x_{i,j} \leq \sum_{k \in P_{i,j}} x_{k,j} \forall i \in L_{j,\lambda+1}, \quad (9)$$

$$\forall \lambda \in \{1, \dots, D_{max} - 1\}, \forall j \in V_f$$

Comme tout client n'apparaît qu'une fois dans une couche  $L_{j,\lambda}$  pour tous les fournisseurs  $j \in V_f$ , le nombre d'inégalités des couches est au plus  $n_c \times n_f$ .

## 4 Résultats expérimentaux

das

## 5 Discussion

sad

## 6 Conclusion et perspectives

sda

## Références

- [1] André Rossi, Alexis Aubry, Mireille Jacomino, Connectivity-and-hop-constrained design of electricity distribution networks, *European Journal of Operational Research*, 218 2012, 48-57