

Planification de production de bicyclettes

Frantzen Christian

31 mars 2016

Rapport

Introduction

Le problème

Le but du projet est de déterminer la production mensuelle pour l'année à venir de bicyclettes pour enfants de l'entreprise DeRoo. L'entreprise est capable de produire 30000 unités par mois à 130 euros par unité. Chaque unité additionnelle est produite en faisant travailler ses employés en heures supplémentaires, ce qui augmente les coûts de production à 160 euros par unité.

L'entreprise a également la possibilité de mettre des bicyclettes dans un stock (à capacité illimitée) à la fin du mois. Les coûts de stockage sont de 20 euros par unité pour chaque unité en stock à la fin du mois.

On doit déterminer les quantités de bicyclettes à fabriquer et à stocker dans les douze mois à venir respectant la demande prévue tout en minimisant les coûts. Les prévisions de vente pour l'année à venir sont reprises dans le tableau suivant :

TABLE 1 – Prévisions de vente pour l'année à venir en milliers d'unités

Jan	Fév	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
30	15	15	25	33	40	45	45	26	14	25	30

On est le premier janvier et il y a 2000 bicyclettes en stock.

Modélisation

Pour notre problème on doit alors minimiser les coûts totaux de l'entreprise ct qui se composent des coûts de production cp et des coûts de stockage cs , c'est-à-dire :

$$\min(ct) = cp + cs \quad (1)$$

où on peut réécrire cp pour distinguer entre les coûts de production de bicyclettes produites à prix normal cpn et ceux produites à prix élevé cpe .

L'équation (1) devient alors :

$$\min(ct) = cpn + cpe + cs \quad (2)$$

Les coûts de productions de bicyclettes produites à prix normal sont donnés par :

$$cpn = pn \cdot \sum_{m \in MOIS} bpn_m \quad (3)$$

$$\forall m \in MOIS : 0 \leq bpn_m \leq capnorm \quad (4)$$

Où pn représente le prix normal de production d'une bicyclette en euros, $capnorm$ la capacité de l'entreprise de production de bicyclettes à prix normal et $MOIS$ contient l'ensemble des mois de l'année.

L'inéquation (4) précise les bornes de la variable bpn_m qui indique le nombre de bicyclettes produites par mois m à prix normal.

De la même façon, les coûts de productions de bicyclettes produites à prix élevé sont donnés par :

$$cpe = pe \cdot \sum_{m \in MOIS} bpe_m \quad (5)$$

$$\forall m \in MOIS : bpe_m \geq 0 \quad (6)$$

Où pe est le prix élevé de production de bicyclettes produites après avoir atteinte la capacité de production à prix normal $capnorm$ et bpe_m est le nombre de bicyclettes produites à prix élevé, bpe_m étant sous la contrainte d'être non négatif.

Les coûts de stockage sont donnés de la même façon :

$$cs = ps \cdot \sum_{m \in MOIS} bs_m \quad (7)$$

$$\forall m \in MOIS : bs_m \geq 0 \quad (8)$$

Où ps est le prix pour chaque bicyclette en stock à la fin du mois et bs_m et le nombre de bicyclettes en stock à la fin du mois, bs_m étant sous la contrainte d'être non négatif.

Contraintes

Les inéquations (4), (6) et (8) énoncent déjà des contraintes importantes, or pour satisfaire la demande, on doit introduire une nouvelle contrainte :

$$\forall m \in MOIS : bpn_m + bpe_m + bs_{m-1} \geq demande_m \quad (9)$$

L'inéquation (9) précise que pour chaque mois m , le nombre de bicyclettes produites de ce mois m et ceux en stock du mois passé $m - 1$ doit être supérieur ou égal à la demande du mois m .

Pour garantir qu'il n'y a pas de bicyclettes produites à prix élevé avant que la capacité de production de bicyclettes à prix normal est atteinte, on a la contrainte :

$$\forall m \in MOIS : bpn_m \neq capnorm \Rightarrow bpe_m = 0 \quad (10)$$

Détermination du stock

Pour déterminer combien de bicyclettes il y aura en stock à la fin du mois m , on doit soustraire la demande du mois m des bicyclettes produites ce mois et du stock du mois précédent :

$$\forall m \in MOIS : bs_m = bpn_m + bpe_m + bs_{m-1} - demande_m \quad (11)$$

Pour l'équation (11), tout comme pour l'équation (9), lors du cas de janvier, bs_{m-1} est le nombre de bicyclettes en stock le premier janvier, *stockinitial*.

Constantes

Voici les valeurs des constantes énoncées ci-dessus :

TABLE 2 – Valeurs des constantes du modèle

Constante	<i>pn</i>	<i>pe</i>	<i>ps</i>	<i>capnorm</i>	<i>stockinitial</i>
Valeur	130	160	20	30000	2000

Programmation linéaire

Précisions techniques

Le problème est modélisé et résolu à l'aide de la résolution d'un modèle de programmation linéaire. Le langage de programmation linéaire utilisé est le langage *Mosel* et le logiciel utilisé est *FICO XPRESS OPTIMIZATION SUITE*.

Code

Le modèle écrit en *Mosel* se trouve dans le fichier « *bicyclettesMod.mos* » et les valeurs pour initialiser les structures de données se trouvent dans le fichier « *bicyclettesData.dat* ».

Difficultés rencontrées

Comme déjà indiqué dans la section précédente, pour les (in)équations (9) et (11), lorsque m référence vers le mois de janvier, bs_{m-1} fait référence vers *stockinitial*. Mon choix d'implémentation gère la quantité de bicyclettes

en stock à la fin du mois dans un *array* à 12 éléments pour les 12 mois de l'année à venir, *stockinitial* étant le stock au début de janvier et pas à la fin, est stocké dans une variable à part. Ainsi pour les (in)équations (9) et (11), les cas de m référencant janvier est traité en dehors des boucles qui itèrent sur tous les autres mois.

La contrainte (10) n'est pas enforcee formellement dans le code. Or comme pe est plus grand que pn , l'optimiseur favorise la production de bicyclettes à prix normal et essaie d'éviter de produire ceux à prix élevé jusqu'à ce que la capacité de production est atteinte.

Résultats

L'exécution du code fournit comme résultats les valeurs suivantes :

TABLE 3 – Coûts calculés lors de la minimisation. En euros

Coûts de production à prix normal	39130000
Coûts de production à prix élevé	6400000
Coûts de stockage	60000
Coûts totaux	45590000

Les coûts totaux minimales s'élèvent donc à 45590000 euros. Ayant en total 343000 de bicyclettes à produire pour l'année à venir, avec 2000 déjà en stock, le prix moyen de production s'élève donc à 133.70 euros, ce qui semble être une valeur raisonnable. L'exécution du code affiche pour chaque mois des informations détaillées.