

UNIVERSITÄT TÜBINGEN

Sterling Motor

BLOCKPRAKTIKUM 2021

Erste Version

Christian Gommeringer Matthias Gatter

unter der Betreuung von Jan Riedelsheimer

23. April 2022

1 Theorie

Unseren Überlegungen zugrunde liegt der Sterling Kreisprozess

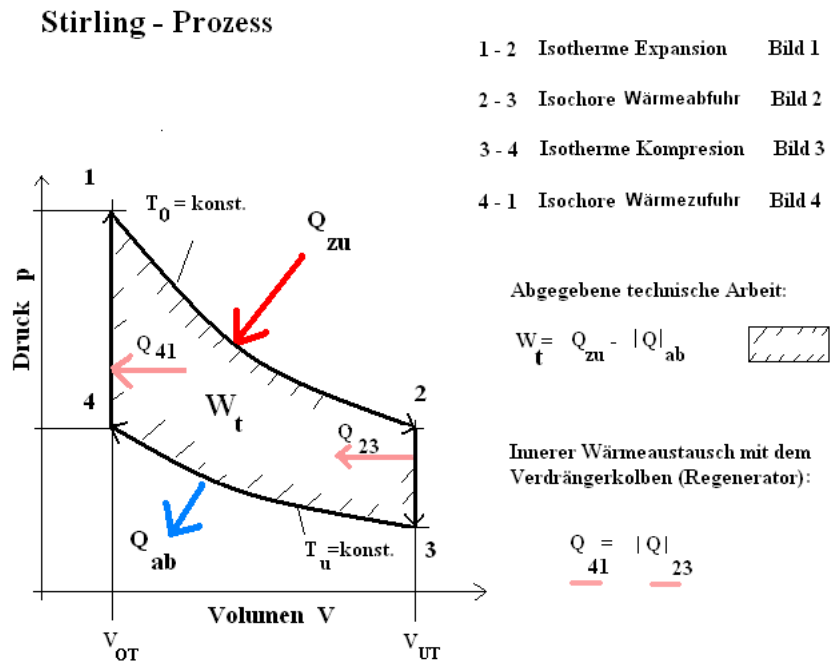


Abbildung 1: Abbildung des stirlingschen Kreisprozesses aus Wikipedia

Wenn wir ihn in der oben abgebildeten Reihenfolge durchlaufen, lässt sich die Wärme, die vom Arbeitsgas mit den Wärmebädern ausgetauscht wurde, in folgende Abschnitte aufteilen

$$\begin{aligned}\Delta Q_{12} &= \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) n R T_1 \\ \Delta Q_{23} &= C_v (T_3 - T_1) \\ \Delta Q_{34} &= -\ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) n R T_3 \\ \Delta Q_{41} &= C_v (T_1 - T_3)\end{aligned}$$

Hierbei ist $T_1 > T_3$. Dies wollen wir in den gesamten folgenden Überlegungen beibehalten. Betrachten wir nun die Energieaustauschbilanz der Wärmebäder, erhalten wir diese indem wir den Energieaustausch des Arbeitsgases negieren. Damit lässt sich die Bilanz

ΔQ_{B_1} für das wärmere Bad mit Temperatur T_1 und für das kältere Bad ΔQ_{B_2} aufstellen.

$$\Delta Q_{B_1} = -\Delta Q_{12} - \Delta Q_{41} = -\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) n R T_1 - C_v (T_1 - T_3)$$

$$\Delta Q_{B_2} = -\Delta Q_{34} - \Delta Q_{23} = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) n R T_3 + C_v (T_1 - T_3)$$

Die Beschreibung bezog sich jetzt zuerst auf die Bilanzen beim Betrieb als Wärme-Kraft-Maschine. Der gleiche Wärmetransport wird auch geleistet wenn das System durch einen externen Motor in dieser Richtung betrieben wird (im folgenden wird dieser Umlaufsinn als Umlaufsinn1 bezeichnet). Hier wird Wärmebad 1 gekühlt und Wärmebad 2 beheizt. Der Vorteil des Betriebs durch den Motor, ist dass sich so durch mehr Umdrehungen pro Minute eine stärkere Kühlleistung erbringen lässt oder überhaupt eine Kühlleistung, falls der Temperatur zu gering ist um die Wärmekraftmaschine überhaupt in Gang zu bringen. Die Kühlwirkung bezieht sich auf das Wärmebad 1, das in unserem Fall der Zylinderkopf ist.

Durch Umkehren des Durchlaufs des Stirling Prozesses lässt sich der Zylinderkopf auch heizen. Hier ist allerdings zu beachten, dass von $1 \rightarrow 4$ das kältere Wärmebad Wärme aufnimmt und von $3 \rightarrow 2$ das Wärmebad 1 Wärme abgibt. Die Bilanz für die Wärmebäder ergibt sich daher als

$$\Delta Q_{B_1}' = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) n R T_1 - C_v (T_1 - T_3)$$

$$\Delta Q_{B_2}' = C_v (T_1 - T_2) - \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) n R T_3$$

Diese Betriebsrichtung fand in unserem Versuch allerdings keine Anwendung. Die thermodynamisch genutzte Arbeit lässt sich damit durch ΔQ_{B_1} und ΔQ_{B_2} darstellen, und ist der Vollständigkeit halber für beide Umlaufrichtungen hier angegeben.

$$W_{pV} = \Delta Q_{12} + \Delta Q_{34}$$

$$= -(\Delta Q_{B_1} + \Delta Q_{B_2})$$

$$W_{pV}' = -\Delta Q_{12} - \Delta Q_{34}$$

$$= \Delta Q_{B_1}' + \Delta Q_{B_2}'$$

Wenn wir nun ein reales System betrachten, findet immer auch Reibung statt. Mit der Annahme, dass beide Wärmebäder die gleiche Reibungswärme zugeführt bekommen, sind ΔQ_{B_1} und ΔQ_{B_2} auf folgende Weise umzuschreiben.

$$\Delta Q_{B_1} = -\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) n R T_1 - C_v (T_1 - T_3) + \Delta Q_R$$

$$\Delta Q_{B_2} = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) n R T_3 + C_v (T_1 - T_3) + \Delta Q_R$$

Für die thermodynamisch genutzte Arbeit bedeutet das

$$\begin{aligned} W_{pV} &= -(\Delta Q_{B_1} - \Delta Q_R + \Delta Q_{B_2} - \Delta Q_R) \\ &= -(\Delta Q_{B_1} + \Delta Q_{B_2}) + 2 \Delta Q_R \end{aligned}$$

Wir können daraus zudem die mechanische Arbeit des Motors berechnen, die sich aus der thermodynamisch genutzten Arbeit und der verlorengegangenen Wärme zusammensetzt.

$$\begin{aligned} W_{\text{Mech}} &= W_{pV} + 2 \Delta Q_R \\ &= -(\Delta Q_{B_1} + \Delta Q_{B_2}) + 4 \Delta Q_R \end{aligned}$$

An dieser Stelle möchte ich noch erwähnen, dass für den zweiten Umlaufsinn, die Reibungswärme, die sich im ersten Fall bei der Berechnung der mechanischen Arbeit der Motors aufsummiert, jetzt gerade aufhebt. Es gilt ohne Reibung

$$W_{\text{Mech}} = \Delta Q_{B_1} + \Delta Q_{B_2}$$

und mit Reibung

$$\begin{aligned} W_{\text{Mech}} &= \Delta Q_{B_1} - \Delta Q_R + \Delta Q_{B_2} + \Delta Q_R + 2 \Delta Q_R \\ &= \Delta Q_{B_1} + \Delta Q_{B_2} \end{aligned}$$

2 Versuchsdurchführung

Wir führten unser Experiment mit einem Stirling Motor der Firma LD Didaktik durch, der mit einem Arbeits- und Verdrängungskolben arbeitet.

2

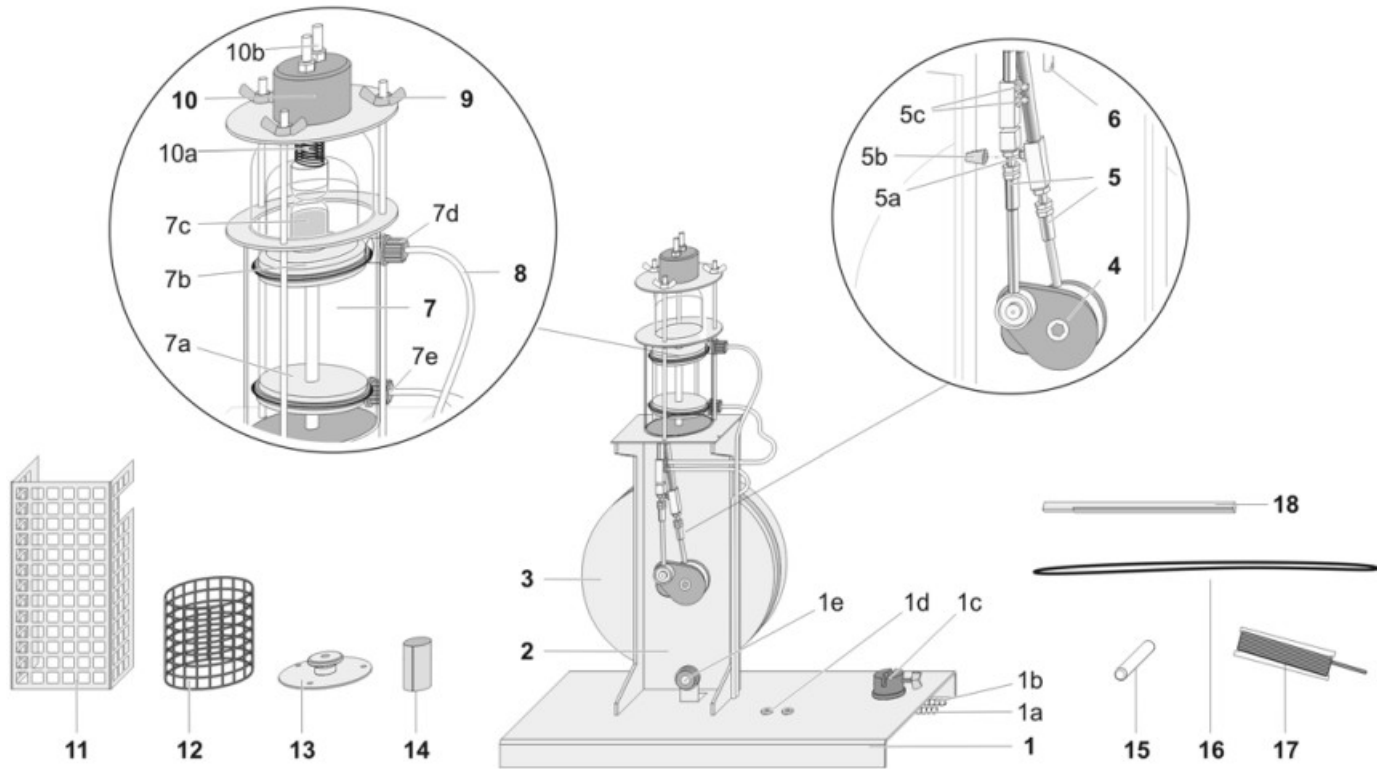


Abbildung 2: Aufbau des Stirlingmotors; 7a ist z.B. der Arbeitskolben und 7b der Verdrängungskolben; 7d Kühlwasserabfluss; 7e Kühlwasserzufluss; 10a Heizspirale

Wir betrieben den Stirlingmotor im Umlaufsinn 1. Als Wärmebäder benutzen wir zum Einen das Kühlwasser, was unser Wärmebad 2 darstellt, und das mit einer gewissen Geschwindigkeit dm/dt durch das System gepumpt wurde, und zum Anderen eine Heizspirale im Zylinderkopf als Wärmebad 1. Dies ist so zu verstehen, dass wir hier durch die Heizwendel mit einer bestimmten elektrischen Leistung geheizt hatten, und abwarteten, bis sich die Temperatur im Zylinderkopf auf einen Gleichgewichtswert eingestellt hatte. In diesem Zustand können wir davon ausgehen das in guter Näherung die gesamte elektrische Leistung, in den thermodynamischen Prozess einfließt. Somit beträgt die vom Wärmebad 1 abgegebene Arbeit $\Delta Q_{B_1} = -P_{el} \cdot \tau$, wobei τ die Zeit eines Durchlaufs des Stirlingprozesses ist. Die Wärme die das Wärmebad 2, also das Wasser aufnahm, bestimmten wir dadurch, dass wir die Temperatur T_1 des Kühlwassers unmittelbar nach Durchlauf durch den Stirlingmotor maßen. Aus der Differenz zur Temperatur des Kühltanks konnte die ans Wasser abgegebene Wärme berechnet werden.

$$\Delta Q_{B_2} = c_{V, \text{Wasser}} \Delta T \frac{dm}{dt} \tau$$

Vor der eigentlichen Messung bestimmten wir noch die Reibungswärme ΔQ_R , indem wir den Stirlingmotor bei geöffneten Zylinder betrieben. Dadurch traten keine Volumen und Druckänderungen auf und es fand kein thermodynamischer Prozess statt. Die Wärme, die dabei an das Wasser abgegeben wurde, entsprach hier ΔQ_R .

Beim eigentlichen Versuch gingen wir dann wie oben beschrieben vor. Für 5 verschiedene Heizströme, warteten wir bis die Gleichgewichtstemperatur, die zwischen 10°C und 50°C lag, erreicht wurde, und maßen die Temperatur des Kühlwassers T_1 .

Als zweiter Versuch betrieben wir den Stirlingmotor ohne externen Motor als Wärme-Kraft-Maschine. Dazu heizten wir den Motor über die Heizwendel im Zylinderkopf. Hierbei zeichnete ein Laser der auf ein Spiegelsystem im Stirlingmotor gerichtet war ein maßstabsgetreues p-V Diagramm an die Wand, das wir abzeichneten.

3 Auswertung

Wir betrieben den Stirlingmotor mit einer Frequenz von 1 Hz. Als erste Messung bestimmten wir die Durchflussmenge des Kühlwassers 5 mal.

gestoppte Zeit in s	gemessener Wasserdurchfluss in kg
30	0.11
60	0.19
60	0.19
120	0.36
60	0.185

Tabelle 1: gemessener Wasserdurchfluss in Abhängigkeit der Zeitdauer

Daraus berechnet sich der Durchflussstrom zu

$$\frac{dm}{dt} = 3.22 \frac{g}{s}$$

Die Temperatur des Wassertanks betrug 24.1°C und die Temperatur des Kühlwasser nach Durchlauf war im Leerlaufbetrieb $T_1 = 25.2^\circ C$. Damit berechnet sich die Reibungswärme zu

$$\Delta Q_R = 0.00296 J$$

Wir benutzten hierfür eine spezifische Wärmekapazität für Wasser von $C_{V,\text{Wasser}} = 4.84 J/(kg K)$ (Wikipedia).

Als nächstes maßen wir die Wärmemengen ΔQ_{B_1} und ΔQ_{B_2} für verschiedene Gleichgewichtstemperaturen T_{zy1} im Zylinderkopf. Beziehungsweise wir maßen T_1 , Heizstrom I_H , Heizspannung U_H der Heizwendel, sowie die elektrische Leistung des externen Motors P_M .

T_{zyl} in °C	10	17.5	27	41.5	55
T_1 in °C	28	28.2	28.4	28.8	29.3
I_H in A	1.46	1.57	1.75	1.93	2.16
U_H in V	13	14	15.4	17	19
P_M in W	89	87.6	87.3	85.4	83.4

Tabelle 2: Messung zur Bestimmung von ΔQ_{B_1} und ΔQ_{B_2} für verschieden Gleichgewichtstemperaturen. Die Temperatur des Kühlwassertanks T_0 ist unverändert 24.1°C

Daraus lassen sich die Wärmemengen berechnen.

T_{zyl} in °C	10	17.5	27	41.5	55
ΔQ_{B_1} in J	3.7966	4.396	5.39	6.562	8.208
ΔQ_{B_2} in J	0.0105	0.0110	0.0116	0.0126	0.014

Tabelle 3: berechnete Wärmemengen

Hieraus lassen sich nach

$$W_{pV} = -(\Delta Q_{B_1} + \Delta Q_{B_2}) + 2 \Delta Q_R$$

wiederum die jeweilige thermodynamisch genutzte Arbeit bestimmen

T_{zyl} in °C	10	17.5	27	41.5	55
W_{pV} in J	3.79143	4.39089	5.38435	6.55528	8.19993

Tabelle 4: thermodynamisch genutzte Arbeit

Die effektive äußere Kennzahl der Wärme Pumpe

$$\varepsilon_A = \frac{P_{el} \tau}{P_M \tau}$$

sowie die innere Kennzahl

$$\varepsilon_I = \frac{P_{el} \tau}{W_{pV}}$$

und den mechanischen Wirkungsgrad des externen Motors

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W_{\text{Mech}}}{P_M \tau} \\ &= \frac{-(-P_{el} \tau + \Delta Q_{B_2}) + 4 \Delta Q_R}{P_M \tau} \end{aligned}$$

sind in folgender Tabelle zusammengefasst

T_{zyl} in °C	10	17.5	27	41.5	55
ε_A	0.21326	0.25091	0.30871	0.38419	0.49209
ε_I	1.00121	1.00116	1.00105	1.00103	1.00098
η	0.21333	0.25096	0.30872	0.38414	0.49196

Tabelle 5: Leistungszahlen und Wirkungsgrad des Motors für die verschiedenen Temperaturen.

Bestimmen wir nun die Kennzahlen für das Wärmebad 2 (Wasser), betrachten wir den Aspekt der Wärmepumpe. Die äußere Kennzahl soll analog berechnet werden

$$\varepsilon_{A,W} = \frac{\Delta Q_{B_2}}{P_M \tau}$$

Bei der Bestimmung der inneren Leistungszahl soll noch die Reibungswärme von ΔQ_{B_2} abgezogen werden.

$$\varepsilon_{I,W} = \frac{\Delta Q_{B_2} - \Delta Q_R}{P_M \tau}$$

T_{zyl} in °C	10	17.5	27	41.5	55
$\varepsilon_{A,W}$	0.00059	0.00063	0.00066	0.00074	0.00084
$\varepsilon_{I,W}$	0.00199	0.00184	0.0016	0.00148	0.00134

Tabelle 6: äußere und innere Leistungszahl für die Wärmepumpe

Für den Wirkungsgrad der Wärmepumpe ergibt sich beispielsweise

$$\eta_M = \frac{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) n R T_1 - C_v (T_1 - T_3)}{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) n R (T_1 - T_3) + Q_R}$$

oder in aus der Messung zugänglichen Größen

$$\eta_M = \frac{W_M - \Delta Q_{B_2}' - \Delta Q_R}{W_M}$$

$$\eta_M = \frac{W_M + \Delta Q_{B_2} - \Delta Q_R}{W_M}$$

ΔQ_R wird beim “Leerlauf” des Systems aus der erzeugten Wärme berechnet. Sie bezieht sich auf einen Zyklus des Durchlaufs, die mit der Frequenz f aufeinander folgen.

$$\Delta Q_R = C_{c,\text{Wasser}} (\tilde{T} - T_0) \frac{dm}{dt} \frac{1}{f} \quad (1)$$

\tilde{T} wird an einem Thermometer an der Austrittsstelle des Kühlwassers aus dem System abgelesen und misst die Temperatur der Wassermenge (dm/dt 1/f) die gerade den

Kühlprozess abgeschlossen hat. T_0 ist die Temperatur im Wasserreservoir, aus der das Kühlwasser entnommen wird. Diese Herangehensweise kann aufgrund obiger Überlegungen nur Näherungswerte liefern, da es quasi keinen “Leerlauf” gibt, dieser so jedenfalls nicht erreicht wird, sondern die Wärme-/ Kältepumpe auch hier arbeitet. Da die beiden Wärmebäder allerdings die gleiche Temperatur haben, kann man vielleicht argumentieren, dass dieser Effekt gering ist.

4 Fragen

Ich habe das, was du für uns auf die Tafel geschrieben hast noch. Ich weiß aber nicht mehr, was die Symbole heißen. Außerdem würde ich gerne nochmal die Begriffe aus Aufgabe 2 mit dir abklären, weil ich bei deren Bedeutung nicht sicher bin. Das sind also die Fragen:

- a) Wofür steht der Index H in deinen Bezeichnungen?
- b) Ist P_M die mechanische Leistung des Motors oder die elektrische? Dann wäre W_{pV} wahrscheinlich die “thermodynamisch genutzte Energie” und es würde gelten $W_{pV} = W_M - Q_R$ (wenn P_M die mechanische Leistung ist). Stimmt das? (wenn nicht, was ist dann W_{pV} ?)
- c) Sind I_H und U_H die Stromstärke und Spannung, mit denen der Motor betrieben wurde. Dann wäre der Wirkungsgrad des Motors $\eta_{\text{Motor}} = P_M / (I_H U_H)$?
- d) Sehr wichtig ist noch, ob ich die Identifikation richtig habe: “transportierte Wärme” ist ΔQ_{B_1} für die “Kältemaschine” und “abgegebene Wärme” ist $\Delta Q_{B_1}'$ für die “Wärmepumpe”.
- e) Wir haben nur T_H gemessen, so haben wir es jedenfalls bezeichnet. Aber ich glaube T_H ist die Temperatur des Kühlwassers nach Durchlauf. T_K haben wir nicht gemessen. Ist das ein Problem? T_{zyl} haben wir allerdings schon gemessen.
- f) Was ist dein Q_{ges}