

- Was ist ein  $\mathbb{W}$ -Raum?  
 $\hookrightarrow (\Omega, \mathcal{A}, P)$  Tripel aus Ergebnismenge  $\Omega$   
 (überabzählbar)  $\mathcal{A}$  -Algebra  $\mathcal{A} \rightarrow$  Def.  
 $P$  WK-Maß  $P \rightarrow$  Def.

Hubert Lam

Stochastik

SoSe 18

- Nom. ZVa. Was ist das?

$\hookrightarrow$ -Mengräume  $(\Omega, \mathcal{A})$ ,  $\mathcal{A}(\Omega, \mathcal{A})$

-messbare Fkt  $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}'$  mit  $X^{-1}(A') \in \mathcal{A}$   $\forall A' \in \mathcal{A}'$

- Wie sind diese ZVa mit Verteilungen verbunden? Form

Beispiel der ZVa einer Standardnormalverteilung  $N(0, 1)$ .

$\hookrightarrow X \sim N(0, 1)$

$$\Rightarrow P(\{X \leq x\}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$\text{Agl.: } P(\{X \leq x\}) = F_X(-\infty, x] \quad (\text{für kontinuierliche Fkt.})$$

- Es wurde nur eine Fkt "gegeben":

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ e^{-x} & x \geq 0 \end{cases}$$

Ist diese Fkt maßverzerrigend?

$\hookrightarrow$  Nein, da es eine fallende Fkt ist

$\rightarrow$  Neue Fkt:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-x} & x \geq 0 \end{cases}$$

Dies ist die maßverzerrigend und auch eine Verteilungsfkt,

$$\text{da } \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$$

- Wie der EW und die Varianz def?

$\hookrightarrow E[X] = \int x dP \quad \text{und} \quad E[(X - E[X])^2]$

Wie kommt man von  $\int x dP$  auf z.B.  $x \sim N(0, 1)$

$$E[X] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad ? \rightarrow \int x dP_x = \int x \cdot f_x dx$$

- In welchen Sätzen wird der Grenzwert gegen die Verteilung der Standardnormalverteilung?

$\hookrightarrow$  ZGWS Lindeberg-Lévy:

$$\text{Ausage: } P\left(\left\{\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu) \leq x\right\}\right) \rightarrow \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

• Bedingungen:  $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  unabh., id. verteilt in  $C^2(S, \mathbb{R}, P)$

- $E[X_n] = \mu$  &  $\text{Var}[X_n] = \sigma^2 > 0$

- Varianz ist  $\sigma^2 = 0$  langeweilig?

$$\hookrightarrow \mathbb{E}[(X - E[X])^2] = 0 \Rightarrow X = E[X]$$

• Beweis:

- Charakt. Fkt  $\Psi(t)$

von (Pn) auf  $\Gamma_3$

- wesentliche Konvergenz  $\checkmark$  schwache Konvergenz

$\hookrightarrow$  Zusammenhang und Definition (Portmanteau)

- Wie hängt  $\Psi_n(t)$  mit  $P_n$  zusammen?

$\hookrightarrow$  Stetigkeitsrate

Modul/Zwischenprüfung  Diplom  Staatsexamen  benoteter Schein

Gegenstand der Prüfung: Stochastik I

Prüfer: Bender Datum: 13.08.18

Dauer: 30 Min. Note (freiwillig): 1,7 Vorbereitungszeit: 1 Woche

Verwendete oder empfehlenswerte Literatur:

Skript

Fragen des Prüfers. Fallen. Kommentare. Tipps:

Was ist eine Zufallsvariable? (Definition)

Wann ist eine Familie von Zva. unabhängig (zurückführen auf Unabhängigkeit von Ereignissen)

Wähle einen Satz über unabhängige Folgen von Zva.

$\Rightarrow$  ZGUS von Lindeberg-Lévy (aufschreiben)

Welche Art von Konvergenz liegt vor? (wesentliche Konv. der Vert. fkt.)

Definiere wesentliche Konv. der Vert. fkt.

Definiere wesentliche Konv. von Maßen (zeigen, dass wes. Konv. v. Maßen  $\Rightarrow$  wes. Konv. v. Verblf.)

Definiere schwache Konv. von Maßen

Wie geht der Bew. von Lindeberg-Lévy?

Definiere dar. Fkt. eines  $\mu$ -Maßes

Formuliere den Stetigkeitsatz (für den Beweis von Lindeberg-Lévy)

Berechne die Varianz der standardisierten Summe (1) aus Lindeberg-Lévy

Wie geht der ZGUS in D Dimensionen (Cramers-Wold-Dekice)  $\Rightarrow$  konnte es nicht

Art oder Besonderheiten des Prüfers. Atmosphäre:

Sehr freundliche Atmosphäre; Bender ist sich nicht zu schade

eine Frage auch nochmal zu wiederholen, wenn man sie nicht verstanden hat.

Modul/Zwischenprüfung  Diplom  Staatsexamen  benoteter Schein

Gegenstand der Prüfung: Stochastik I

Prüfer: Prof. Zähle Datum: 2014

Dauer: 30 min Note (freiwillig): \_\_\_\_\_ Vorbereitungszeit: keine

#### Verwendete oder empfehlenswerte Literatur:

Fragen des Prüfers. Fallen. Kommentare. Tipps:

- Was ist ein Maß  $\lambda$  (Def.)
  - Definieren von Maßraum / W-Raum
  - Bildmaß Def.
  - Transformationsatz + Beweis 1. Stufe
  - Satz + Beweis, dass Produktmaß dem Produkt der einzelnen Hmz entspricht (beide Richtungen)

• • •

  - Bedingter Erwartungswert + Beispiel

Art oder Besonderheiten des Prüfers. Atmosphäre:

Art oder Besonderheiten des Pfeifers. Atmosphäre:  
Herr Zähle springt sehr schnell zu verschiedenen Theatern hin und her, die Prüfung wird daher sehr bunt.  
Man sollte sich aber nicht verunsichern lassen, er ist kein schlechter Fechter (er ist einfach so liebenswert).

Modul/Zwischenprüfung  Diplom  Staatsexamen  benoteter Schein

Gegenstand der Prüfung: Stochastik I

Prüfer: Zähle Datum: 11.08.17

Dauer: 30 min Note (freiwillig): 1,0 Vorbereitungszeit: 1 Woche

Verwendete oder empfehlenswerte Literatur:

Vorlesungsskript verwendet

Fragen des Prüfers. Fallen. Kommentare. Tipps:

Schwache Konvergenz von Maßen

Definition  $\mu$ -Integral

starkes GCZ, schwaches Schätz GGZ, ZG WS (jeweils Beweisidee)

Faltung und Regelmäßigkeit für char. Funktionen

Definition Unabhängigkeit

Definition Produktmaß und Zusammenhang bei mit gefalteten Verteilungen unabhängigen Zufallsvariablen

Art oder Besonderheiten des Prüfers. Atmosphäre:

Prüfer offenbar ähnlich wie wie Befragter

Insgesamt aber angenehme Atmosphäre

Modul/Zwischenprüfung  Diplom  Staatsexamen  benoteter Schein

Gegenstand der Prüfung: Stochastik I

Prüfer: Zähle Datum: 13.10.77

Dauer: 30 min Note (freiwillig): 1,3 Vorbereitungszeit: \_\_\_\_\_

Verwendete oder empfehlenswerte Literatur:

Vorlesungsskript, Übung

Fragen des Prüfers. Fallen. Kommentare. Tipps:

W-Raum, diskreten W-Raum, Darstellung diskretes W-Maß, Földichte,  
Földichte bei Poisson-Verteilung

GGZ, schwach & stark, jeweils Konvergenz, Monotonie - Zygmund,  
Winter Hantmann, Folgerungen, ZGWS, Übergang zu Multivarianz (konnte  
ich nicht)

Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabh. von Ereignissen

Bedingte Poisson-verteilung, Binomialverteilung (Poissonsche GWS)

Art oder Besonderheiten des Prüfers. Atmosphäre: