Actividad 3 Unidad 3

Cristopher Aldama Pérez

September 9, 2018

1 Demostraciones por medio de conjuntos

1. Para cualesquiera dos conjuntos A y B, demuestra que:
   $A \subseteq B \iff A - B = \emptyset$

   Proof.

$$
\begin{aligned}
A \subseteq B &\rightarrow \\
x \in A \wedge x \in B &\rightarrow \\
A - B &= \emptyset \text{ Ya que no todos los elementos A estan en B} \\
A \subseteq B &\rightarrow A - B = \emptyset && (1) \\
A - B = \emptyset &\rightarrow && \text{Por otro lado} \\
x \in A \wedge x \notin B = \emptyset &\rightarrow \\
x \in A \wedge x \in B &\rightarrow && \text{Ya que la resta } A - B = \emptyset \\
A \subseteq BA - B = \emptyset &\rightarrow A \subseteq B && (2) \\
(A \subseteq B \rightarrow A - B = \emptyset) &\wedge (A - B = \emptyset \rightarrow A \subseteq B) && \text{de 1 y 2} \\
A \subseteq B &\iff A - B = \emptyset \qquad \square
\end{aligned}
$$

2. Para cualesquiera 2 conjuntos A y B demostrar que:
   $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

   Proof.

$$
\begin{aligned}
(A \cup B)^c &= \\
\neg[(x \in A) \vee (x \in B)] &= \\
\neg(x \in A) \wedge \neg(x \in B) &= \\
x \notin A \wedge x \notin B &= A^c \cap B^c
\end{aligned}
\qquad \square
$$

   $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

   Proof.

$$
\begin{aligned}
(A \cap B)^c &= \\
\neg[(x \in A) \wedge (x \in B)] &= \\
\neg(x \in A) \vee \neg(x \in B) &= \\
x \notin A \vee x \notin B &= A^c \cup B^c
\end{aligned}
\qquad \square
$$

3. Para cualesquiera 3 conjuntos A, B y C, demuestra que
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Proof.

$$\begin{aligned} A \cup (B \cap C) &= \\ x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C) &= \\ (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \in C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{aligned} \qquad \square$$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Proof.

$$\begin{aligned} A \cap (B \cup C) &= \\ x \in A \wedge (x \in B \vee x \in C) &= \\ (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{aligned} \qquad \square$$

4. Para cualesquiera conjuntos A y B,
Si $A \subseteq B \rightarrow p(A) \subseteq p(B)$

Proof.

$p(A) = \{x \mid x \subset A\}$	
$x \in p(A)$	Sea x un elemento cualquiera de $p(A)$
$x \subseteq A$	Definicion de $p(A)$
$x \subseteq B$	Ya que $A \subseteq B$
$x \in p(B)$	Definicion de p(B)
$p(A) \subseteq p(B)$	$\square$