

September 10, 2018

1. Defina con ejemplos simples la tautología y contradicción.

Una tautología es una proposición que siempre es cierta, por ejemplo: "1 + 1 = 2" ya que sin importar quien lo diga, o el contexto siempre es verdad.

Una contradicción, en cambio siempre es falsa, por ejemplo: "los seres humanos pueden respirar naturalmente bajo el agua", lo cual es mentira.

2. Para cada una de las proposiciones compuestas construya la tabla de verdad.

a $(p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow q)$

p	q	$(p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow q)$							
V	V	V	V	V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	F	V	F	V	V	F
F	V	F	V	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V	F	F	F

b $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)$

p	q	$(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)$							
V	V	V	V	V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	F	F	F	V	V	F
F	V	F	V	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	F	V	F	F	F

3. Demuestre que si n es un entero positivo cualquiera, entonces.

$$\frac{1}{3}(n^3 + 2n)$$

Proof. Usando el método de demostración por inducción, suponemos que

$\frac{1}{3}(n^3 + 2n)$ es un número entero. Despues evaluamos.

$$\begin{aligned}
 L(1) &= \frac{1}{3}(0^3 + 2(0)) \\
 &= 0 \\
 L(2) &= \frac{1}{3}(2^3 + 2(2)) \\
 &= 4 \\
 L(k) &= \frac{1}{3}(k^3 + 2k) && \text{Suposición} \\
 L(k+1) &= \frac{1}{3}[(k+1)^3 + 2(k+1)] \\
 &= \frac{1}{3}(k^3 + 3k^2 + 5k + 3) && \text{Desarrollando el cubo} \\
 &= \frac{1}{3}(k^3 + 2k) + \frac{1}{3}(3k^2 + 3k + 3) && \text{Agrupando} \\
 &= \frac{1}{3}(k^3 + 2k) + (k^2 + k + 1) && \square
 \end{aligned}$$

4. Para el siguiente enunciado en los que A, B, C y D son conjuntos arbitrarios, compruebe que es verdadero o dé un contraejemplo para establecer que es falso.

$$A \cup C = B \cup C \rightarrow A = B$$

Contra ejemplo:

Sean $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$ y $C = \{2\}$

$$A \cup C = \{1, 2\}$$

$$B \cup C = \{1, 2\}$$

pero $A \neq B$

5. Para el siguiente enunciado en los que A, B, C y D son conjuntos arbitrarios, compruebe que es verdadero o dé un contraejemplo para establecer que es falso.

$$A - (B \times C) = (A - B) \times (A - C)$$

Contra ejemplo:

Sean $A = \{1\}$, $B = \{2\}$ y $C = \{3\}$

$$A - (B \times C) = \{1\} - \{(2, 3)\} = \{1\}$$

$$(A - B) \times (A - C) = (\{1\} - \{2\}) \times (\{1\} - \{3\}) = \{(1, 1)\}$$