Actividad 3 Unidad 3

Cristopher Aldama Pérez

September 10, 2018

1 Demostraciones por medio de conjuntos

1. Contesta lo que se te pide:
   En una encuesta realizada a 125 personas respecto a su género de película favorito se obtuvierton los siguintes datos: a 40 les gusta el drama, a 47 las de comedia y a 56 las de acción.
   Adicionalmete, se sabe que a 18 les gusta las de drama y comedia, a 20 las de comedia y acción, a 22 drama y acción y finalmete a 12 les gustan los tres géneros. Sean:
   $A = \{\text{les gusta el Drama}\}$ y $|A| = 40$
   $B = \{\text{les gusta las de comedia}\}$ y $|B| = 47$
   $C = \{\text{les gusta las de acción}\}$ y $|C| = 56$

   a ¿A cuántas personas les gusta un solo género
   Contamos la unión de todas las personas que les gusta algún género y restamos a las que les gusta más de uno.
   Sabiendo que: $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$
   Podemos calcular las personas que solo gustan de un sólo género como:
   $|A| + |B| + |C| - 2|A \cap B| - 2|A \cap C| - 2|B \cap C| + 2|A \cap B \cap C| =$
   $40 + 47 + 56 - 36 - 40 - 44 + 24 = 47$

   b ¿A cuántas personas no les gusta ninguno de los géneros encuestados?.
   $|U| - |A \cup B \cup C| =$
   $125 - (40 + 47 + 56 - 18 - 20 - 22 + 12) = 30$

2. Utiliza las leyes de álgebra de conjuntos para demostrar lo que se pide, justifica tu respuesta.

   a $(A \cup B) \cap (A \cup \emptyset) = A$

   Proof.

$$\begin{aligned}
(A \cup B) \cap (A \cup \emptyset) &= \\
(A \cup B) \cap A &= \\
(A \cap A) \cup (A \cap B) &= \\
A \cup (A \cap B) &= A \iff (A \cap B) = \emptyset
\end{aligned}$$

□

b $A-(A\cap B)=A-B$

Proof.

$$
\begin{aligned}
A-(A\cap B) &= \\
A-A\cup A-B &= \\
\emptyset\cup A-B &= A-B
\end{aligned}
$$

$\square$

c $(A-B)\cap(B-A)=\emptyset$

Proof.

$$
\begin{aligned}
(A-B)\cap(B-A) &= \\
(A\cap B^c)\cap(B\cap A^c) &= \\
(A\cap A^c)\cap(B\cap B^c) &= \emptyset
\end{aligned}
$$

$\square$

d $A-(B\cup C)=(A-B)\cap(A-C)$

Proof.

$$
\begin{aligned}
A-(B\cup C) &= \\
A\cap(B\cup C)^c &= \\
A\cap B^c\cap C^c &= \\
(A\cap B^c)\cap(A\cap C^c) &= (A-B)\cap(A-C)
\end{aligned}
$$

$\square$

3. Demuestre: $B-A=B\cap A^c$, Así la diferencia se escribe en términos de las operaciones de intersección y complemento.

   Proof.

$$
\begin{aligned}
B-A &= \\
\{x|x\in B\wedge x\notin A\} &= \\
\{x|x\in B\}\wedge\{x|\notin A\} &= B\cap A^c
\end{aligned}
$$

$\square$

4. si A, B y C son conjuntos, demuestre tanto analítica como gráficamente que
   $A\cap(B-C)=(A\cap B)-(A\cap C)$

   Proof.

$$
\begin{aligned}
A\cap(B-C) &= \\
A\cap B\cap C^c &= && \text{Equivalencia de diferencia}\\
(A\cap B\cap C^c)\cup(A\cap A^c\cap B) &= && \text{Sabiendo que } A\cap A^c=\emptyset \text{ y } A\cup\emptyset=A\\
(A\cap B)\cap(A^c\cup C^c) &= && \text{Refactorizando } A\cap B\\
(A\cap B)\cap(A\cap C)^c &= && \text{Ley de Morgan}\\
A(\cap B)-(A\cap C) & \quad \square
\end{aligned}
$$