



杭州电子科技大学
HANGZHOU DIANZI UNIVERSITY

《数字信号处理课程设计》实验报告

实验报告 3: 用双线性变换法设计 IIR 滤波器

学院 卓越学院

学号 23040447

姓名 陈文轩

专业 智能硬件与系统(电子信息工程)

2025 年 5 月 27 日

1 实验目的

熟悉模拟 Butterworth 滤波器设计和用双线性变换法设计数字 IIR 滤波器的方法。

1.1 实验基本原理

双线性变换法设计 IIR 滤波器的基本原理

IIR（无限冲激响应）数字滤波器的设计通常需要将模拟滤波器的设计方法迁移到数字域。双线性变换（Bilinear Transform）是一种常用的模拟滤波器到数字滤波器的变换方法，其核心思想是将模拟域的 s 平面映射到数字域的 z 平面，从而实现模拟滤波器的数字化。

双线性变换的基本映射关系为：

$$s = \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (1)$$

其中， T 为采样周期， s 为拉普拉斯变换中的复频域变量， z 为 Z 变换中的复频域变量。

该变换具有如下特点：

- **稳定性保持：** s 平面左半平面的极点会被映射到 z 平面单位圆内，保证数字滤波器的稳定性。
- **无混叠：**双线性变换是一一映射，不会产生混叠现象。
- **频率压缩（频率失真）：**由于变换的非线性，模拟频率与数字频率之间存在压缩关系，需通过预失真（预扭曲）校正。

设计流程一般包括：

1. 根据设计指标（如通带、阻带截止频率等）确定模拟滤波器的参数。
2. 设计模拟低通（或其他类型）滤波器的原型（如巴特沃斯、切比雪夫等）。
3. 利用双线性变换将模拟滤波器的传递函数 $H(s)$ 变换为数字滤波器的传递函数 $H(z)$ 。
4. 若有需要，对截止频率进行预扭曲处理，以补偿频率压缩效应。

通过双线性变换法，可以方便地将成熟的模拟滤波器设计方法应用于数字滤波器的设计，实现高性能的 IIR 数字滤波器。

2 实验要求及内容

1.

(1) 编写用双线性变换法设计 Butterworth 低通 IIR 数字滤波器的程序, 要求通常内频率低于 0.2π rad 时, 容许幅度误差在 1 dB 之内, 频率在 0.3π rad 到 π rad 之间的阻带衰减大与 15dB。

(2) 设计一个数字高通滤波器, 要求通常截止频率 $\omega_p = 0.8\pi$, 通常衰减不大于 3 dB, 阻带截止频率 $\omega_s = 0.5\pi$, 阻带衰减不小于 18dB, 希望采用巴特沃思滤波器。

(3) 用双线性变换设计一个三阶巴特沃斯数字带通, 采样频率为 $f_z = 720\text{Hz}$, 上下边带截止频率分别为 $f_1 = 60\text{Hz}$, $f_2 = 300\text{Hz}$ 。

2、在屏幕上打印出数字滤波器的频率区间 $[0, \pi]$ 上的幅频响应特性由线 $|H(e^{j\omega})|$ 。

3、在屏幕上打印出 $H(z)$ 的分子, 分母多项式系数。

3 实验结果与分析

3.1 题目一

```
1
2 % 定义数字滤波器的设计参数
3 wp = 0.2*pi; % 通带截止频率 (归一化, 单位: 弧度/采样点)
4 ws = 0.3*pi; % 阻带截止频率 (归一化, 单位: 弧度/采样点)
5 rp = 1;      % 通带最大允许纹波 (单位: dB)
6 rs = 15;     % 阻带最小衰减 (单位: dB)
7 Fs = 1;      % 采样频率, 归一化为 1 (简化计算)
8 %此时, 数字域频率 (0,pai) 对应模拟域频率为 (0,0.5HZ)
9
10 0
11 % 将数字滤波器的频率转换为模拟滤波器的频率
12 wp1 = 2*Fs*tan(wp/2); % 使用公式  $p' = 2*Fs*\tan(p/2)$  转换通带
    频率
13 ws1 = 2*Fs*tan(ws/2); % 使用公式  $s' = 2*Fs*\tan(s/2)$  转换阻带
    频率
```

```
14
15 % 计算巴特沃斯模拟滤波器的阶数和归一化截止频率
16 [N, Wn] = buttord(wp1, ws1, rp, rs, 's'); % 's' 表示设计模拟滤
    波器
17
18 % 构建巴特沃斯模拟滤波器的零点、极点和增益
19 [Z, P, K] = buttap(N); % 生成阶数为 N 的巴特沃斯滤波器的零点 Z
    、极点 P 和增益 K
20
21 % 将零点、极点和增益转换为模拟滤波器的传递函数系数
22 [Bap, Aap] = zp2tf(Z, P, K); % Bap 为分子系数, Aap 为分母系数
23
24 % 将归一化滤波器转换为指定截止频率 Wn 的低通滤波器
25 [b, a] = lp2lp(Bap, Aap, Wn); % 调整传递函数到指定截止频率
26
27 % 使用双线性变换将模拟滤波器转换为数字滤波器
28 [bz, az] = bilinear(b, a, Fs); % bz 为数字滤波器分子系数, az 为
    分母系数
29
30 % 计算数字滤波器的频率响应
31 [H, W] = freqz(bz, az); % H 为复频率响应, W 为归一化频率 (弧度 /
    采样点)
32
33 % 显示数字滤波器的分子和分母系数
34 disp(bz); % 输出分子系数
35 disp(az); % 输出分母系数
36 disp(N);
37 %这里的输出有6阶低通滤波器
38
39
40 % 绘制频率响应图
41 subplot(2,1,1); % 创建 2 行 1 列的子图, 选择第一个子图
42 plot(W*Fs/pi, abs(H)); % 绘制线性幅度响应, 横轴为实际频率 (Hz)
43 grid on; % 显示网格线
```

```

44 xlabel('频率/Hz'); % 横轴标签
45 ylabel('幅度'); % 纵轴标签
46 title('(a)'); % 子图标题
47
48 subplot(2,1,2); % 选择第二个子图
49 plot(W/pi, 20*log10(abs(H))); % 绘制 dB 幅度响应，横轴为归一化
    频率
50 grid on; % 显示网格线
51 xlabel('\omega/\pi'); % 横轴标签（归一化频率）
52 ylabel('幅度 (dB)'); % 纵轴标签
53 title('(b)'); % 子图标题

```

Code Listing 1: 实验一 MATLAB 实现代码

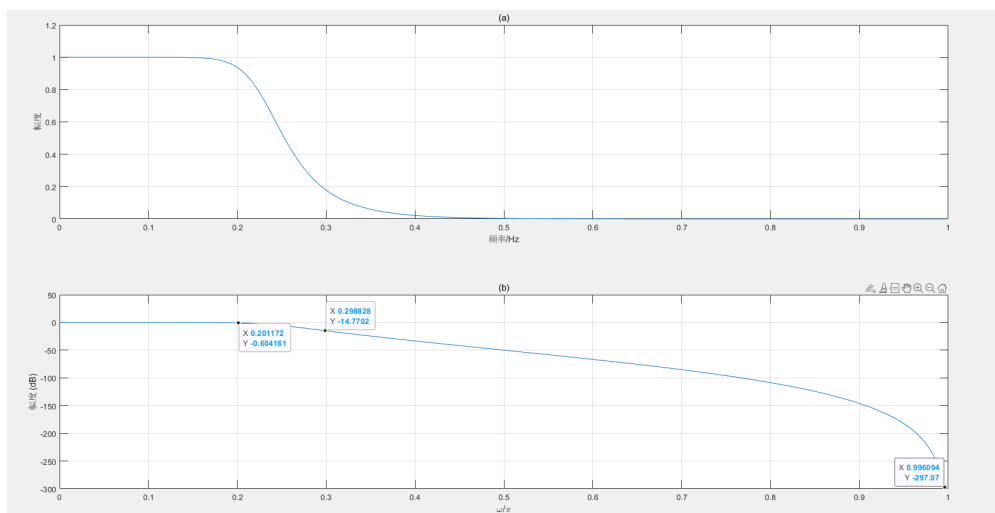


图 1 matlab 绘图

表 1 题目一滤波器系数

系数类型	系数值						
分子系数	0.0007	0.0044	0.0111	0.0148	0.0111	0.0044	0.0007
分母系数	1.0000	-3.1836	4.6222	-3.7795	1.8136	-0.4800	0.0544

3.2 题目二

```
2 % 定义数字高通滤波器的设计参数
3 wp = 0.8*pi; % 通带截止频率（归一化，单位：弧度/采样点）
4 ws = 0.5*pi; % 阻带截止频率（归一化，单位：弧度/采样点）
5 Rp = 3; % 通带最大允许纹波（单位：dB）
6 Rs = 18; % 阻带最小衰减（单位：dB）
7 Fs = 1; % 采样频率，归一化为 1（简化计算）
8 Ts = 1/Fs; % 采样周期，根据采样频率计算，Ts = 1/Fs
9
10 % 将数字滤波器的频率转换为模拟滤波器的频率
11 wp1 = 2*Fs*tan(wp/2); % 使用公式  $p' = 2*Fs*\tan(p/2)$  将通带频率转换为模拟频率
12 ws1 = 2*Fs*tan(ws/2); % 使用公式  $s' = 2*Fs*\tan(s/2)$  将阻带频率转换为模拟频率
13
14 % 计算巴特沃斯模拟高通滤波器的阶数和归一化截止频率
15 [N, Wn] = buttord(wp1, ws1, Rp, Rs, 's'); % 's' 表示设计模拟滤波器，求阶数 N 和截止频率 Wn
16 disp(['滤波器阶数 N = ', num2str(N)]); % 输出滤波器阶数 N
17
18 % 构建巴特沃斯模拟高通滤波器的传递函数系数
19 [b, a] = butter(N, Wn, 'high', 's'); % 直接生成阶数为 N 的模拟高通滤波器，'high' 指定高通，'s' 表示模拟域
20
21 % 生成巴特沃斯滤波器的零点、极点和增益
22 [Z, P, K] = buttap(N); % 生成阶数为 N 的巴特沃斯滤波器的零点 Z、极点 P 和增益 K（注：此行未直接使用，可能是遗留代码）
23
24 % 使用双线性变换将模拟滤波器转换为数字滤波器
25 [bz, az] = bilinear(b, a, Fs); % 将模拟滤波器系数 (b, a) 转换为数字滤波器系数 (bz, az)
26
27 % 计算数字滤波器的频率响应
28 [H, W] = freqz(bz, az); % H 为复频率响应，W 为归一化频率（弧度/采样点，范围 [0, ]）
```

```
29
30 % 显示数字滤波器的分子和分母系数
31 disp('分子系数 bz:'); % 输出提示
32 disp(bz); % 输出数字滤波器分子多项式系数
33 disp('分母系数 az:'); % 输出提示
34 disp(az); % 输出数字滤波器分母多项式系数
35
36 % 绘制频率响应图并在  $\omega = 0.5$  处添加标记点
37 subplot(2,1,1); % 创建 2 行 1 列的子图，选择第一个子图
38 plot(W*Fs/pi, abs(H), 'b-'); % 绘制线性幅度响应，横轴为实际频率
    (Hz)，因为  $F_s = 1$ ,  $W/\pi$  范围为  $[0, 1]$ 
39 hold on; % 保持当前图形，以便添加标记点
40 % 找到  $\omega = 0.5$  对应的频率点
41 target_freq = 0.5*pi; % 目标归一化频率
42 [~, idx] = min(abs(W - target_freq)); % 找到 W 中最接近 0.5 的
    索引
43 scatter(target_freq*Fs/pi, abs(H(idx)), 50, 'r', 'filled', '
    Marker', 'o'); % 在  $\omega = 0.5$  处标记点（红色圆点）
44 text(target_freq*Fs/pi, abs(H(idx)), sprintf(' (%.3f, %.3f)',
    target_freq*Fs/pi, abs(H(idx))), 'VerticalAlignment', '
    bottom', 'HorizontalAlignment', 'right'); % 添加坐标标签
45 grid on; % 显示网格线
46 xlabel('频率/Hz'); % 横轴标签
47 ylabel('幅度'); % 纵轴标签
48 title('幅频特性'); % 子图标题
49 hold off; % 释放图形
50
51 subplot(2,1,2); % 选择第二个子图
52 plot(W/pi, 20*log10(abs(H)), 'b-'); % 绘制 dB 幅度响应，横轴为
    归一化频率  $\omega / \pi$ ，范围  $[0, 1]$ 
53 hold on; % 保持当前图形，以便添加标记点
54 scatter(target_freq/pi, 20*log10(abs(H(idx))), 50, 'r', 'filled
    ', 'Marker', 'o'); % 在  $\omega = 0.5$  处标记点（红色圆点）
55 text(target_freq/pi, 20*log10(abs(H(idx))), sprintf(' (%.3f,
```

```

%.3f)', target_freq/pi, 20*log10(abs(H(idx)))), '
    VerticalAlignment', 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right'
); % 添加坐标标签
56 grid on; % 显示网格线
57 xlabel('\omega/\pi'); % 横轴标签 (归一化频率)
58 ylabel('幅度 (dB)'); % 纵轴标签
59 title('幅频特性 (dB)'); % 子图标题
60 hold off; % 释放图形

```

Code Listing 2: MATLAB 实现代码

表 2 题目二滤波器系数

系数类型	系数值		
滤波器阶数	N = 2		
分子系数	0.0778	-0.1556	0.0778
分母系数	1.0000	1.0708	0.3821

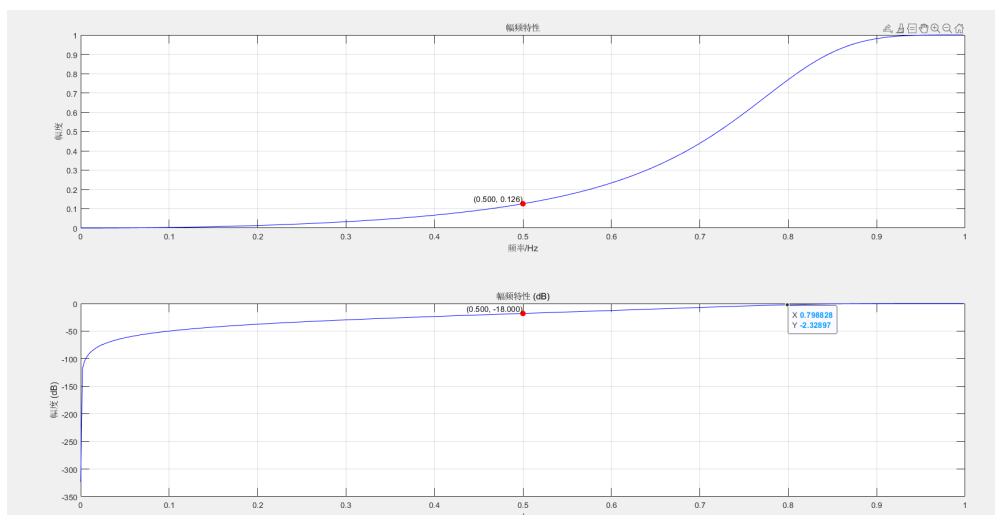


图 2 matlab 绘图

3.3 题目三

```

1
2 % 定义数字带通滤波器的设计参数
3 Fs = 720; % 采样频率 (Hz)

```



```
4 w1 = 2*Fs*tan(2*pi*60/(2*Fs)); % 计算模拟通带下截止频率 (60 Hz)
    , 使用预扭曲公式  $w' = 2*Fs*\tan(\omega/2)$ 
5 w2 = 2*Fs*tan(2*pi*300/(2*Fs)); % 计算模拟通带上截止频率 (300
    Hz), 使用预扭曲公式  $w' = 2*Fs*\tan(\omega/2)$ 
6 w4 = 2*Fs*tan(2*pi*320/(2*Fs)); % 计算模拟阻带上截止频率 (320
    Hz), 使用预扭曲公式  $w' = 2*Fs*\tan(\omega/2)$ 
7 w3 = 2*Fs*tan(2*pi*40/(2*Fs)); % 计算模拟阻带下截止频率 (40 Hz
    ), 使用预扭曲公式  $w' = 2*Fs*\tan(\omega/2)$ 
8 wp = [w1 w2]; % 模拟通带频率范围 [w1, w2], 用于后续滤波器设计
9 ws = [w3 w4]; % 模拟阻带频率范围 [w3, w4], 用于后续滤波器设计
10 Rp = 3; % 通带最大允许纹波 (dB)
11 Rs = 10; % 阻带最小衰减 (dB)
12
13 % 把模拟滤波器的参数转换为数字滤波器参数
14 [N, Wn] = buttord(wp, ws, Rp, Rs, 's'); % 计算巴特沃斯模拟带通
    滤波器的阶数 N 和归一化截止频率 Wn, 's' 表示模拟域
15 disp(N); % 输出滤波器阶数 N
16
17 % 构建巴特沃斯模拟带通滤波器
18 [b, a] = butter(N, Wn, 's'); % 生成阶数为 N 的模拟带通滤波器, '
    s' 表示模拟域
19
20 % 使用双线性变换将模拟滤波器转换为数字滤波器
21 [bz, az] = bilinear(b, a, Fs); % 将模拟滤波器系数 (b, a) 转换为
    数字滤波器系数 (bz, az), Fs 为采样频率
22
23 % 计算数字滤波器的频率响应
24 [H, W] = freqz(bz, az); % 计算数字滤波器的频率响应, H 为复频率
    响应, W 为归一化频率 (弧度/采样点)
25
26 % 显示数字滤波器的分子和分母系数
27 disp(bz); % 输出数字滤波器分子多项式系数
28 disp(az); % 输出数字滤波器分母多项式系数
29
```

```

30 % 绘制频率响应图
31 subplot(2,1,1); % 创建 2 行 1 列的子图，选择第一个子图
32 plot(W*Fs/(2*pi), abs(H)); % 绘制线性幅度响应，横轴为实际频率 (
    Hz), W*Fs/(2*pi) 将归一化频率转换为 Hz
33 grid on;          % 显示网格线
34 xlabel('频率/Hz'); % 横轴标签
35 ylabel('幅度'); % 纵轴标签
36
37 subplot(2,1,2); % 选择第二个子图
38 plot(W*Fs/(2*pi), 20*log10(abs(H))); % 绘制 dB 幅度响应，横轴为
    实际频率 (Hz)
39 grid on;          % 显示网格线
40 xlabel('频率/Hz'); % 横轴标签
41 ylabel('幅度 (dB)'); % 纵轴标签

```

Code Listing 3: MATLAB 实现代码

表 3 题目三滤波器系数

系数类型	系数值						
分子系数	0.3642	0.0000	-1.0926	-0.0000	1.0926	0.0000	-0.3642
分母系数	1.0000	-0.0000	-1.1162	0.0000	0.6676	-0.0000	-0.1299

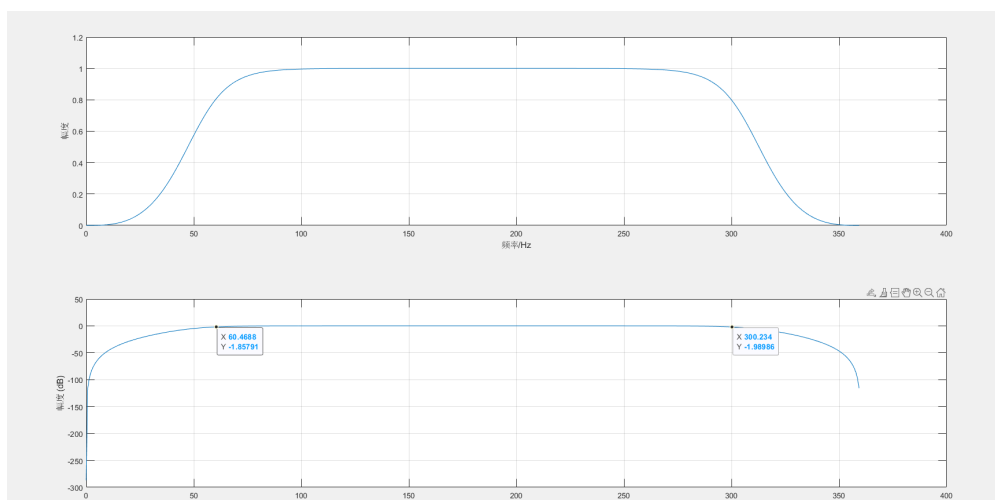


图 3 matlab 绘图

4 实验小结

本次实验系统地学习并实践了双线性变换法设计 IIR 数字滤波器的全过程，主要包括低通、高通和带通巴特沃斯滤波器的设计与分析。通过 MATLAB 编程实现，掌握了从设计指标出发，经过预扭曲、模拟滤波器设计、双线性变换到数字滤波器实现的完整流程。实验结果表明，所设计的滤波器均能较好地满足幅频特性要求，且通过表格清晰展示了各滤波器的分子、分母系数，便于后续实现和分析。

本实验的主要收获如下：

- 熟悉了双线性变换的基本原理及其在数字滤波器设计中的应用，理解了频率预扭曲的重要性。
- 掌握了 MATLAB 中巴特沃斯滤波器的阶数计算、系数求解及频率响应绘制方法。
- 通过对比不同类型和参数的滤波器，直观体会了参数变化对滤波器性能的影响。
- 学会了如何规范地整理和展示滤波器系数，提升了实验报告的规范性和可读性。

本次实验不仅加深了对数字信号处理理论的理解，也提升了实际工程实现能力，为后续更复杂的信号处理任务打下了坚实基础。