



杭州电子科技大学
HANGZHOU DIANZI UNIVERSITY

《数字信号处理课程设计》实验报告

实验报告 4: 用窗口法/频率采样法设计 FIR 数字滤波器

学院 卓越学院

学号 23040447

姓名 陈文轩

专业 智能硬件与系统(电子信息工程)

2025 年 5 月 27 日

1 实验目的

了解一个实际滤波器设计过程, 加深掌握用窗口法设计 FIR 滤波器的原理和窗函数对滤波器性能的影响。并掌握频率采样设计法, 加深过渡点对滤波器性能的影响。

2 实验基本原理

2.1 窗口法

窗口法是一种常用的 FIR 数字滤波器设计方法。其基本思想是: 首先得到理想频率响应 $H_d(e^{j\omega})$ 对应的理想单位脉冲响应 $h_d(n)$, 通常情况下 $h_d(n)$ 是无限长的。为了得到实际可实现的 FIR 滤波器, 需要将 $h_d(n)$ 截断为有限长度 N , 并乘以一个窗函数 $w(n)$, 得到实际的滤波器单位脉冲响应 $h(n)$ 。

$$h(n) = h_d(n) \cdot w(n)$$

其中, $w(n)$ 是窗函数, 常见的窗函数包括矩形窗、汉宁窗、汉明窗、布莱克曼窗等。不同的窗函数具有不同的时域和频域特性, 选择合适的窗函数可以有效地控制滤波器的过渡带宽度、阻带衰减等性能指标。例如, 矩形窗的定义如下:

$$w(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

加窗的作用是减小截断带来的频谱泄漏和旁瓣效应, 从而改善滤波器的实际性能。窗口法设计步骤简明, 计算量小, 适用于对滤波器性能要求不是特别苛刻的场所。

2.2 频率采样法

频率采样法是另一种 FIR 数字滤波器设计方法。其基本思想是: 首先在单位圆上选取 N 个等间隔的频率采样点 $\omega_k = \frac{2\pi}{N}k$, $k = 0, 1, \dots, N-1$, 直接指定这些频率点上的理想频率响应值 $H(k)$ 。然后通过离散傅里叶反变换 (IDFT) 计算出滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$:

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j \frac{2\pi}{N} kn}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

其中, $H(k)$ 是在频率采样点 ω_k 上的频率响应值。为了保证 $h(n)$ 是实数, 需要满足共轭对称性, 即 $H(k) = H^*(N-k)$ 。

该方法适用于设计具有特殊频率响应的滤波器, 尤其是当理想频率响应在某些频率点上已知时。频率采样法可以灵活地控制滤波器在特定频率点的响应, 但在频率点之间的响应可能不够理想, 因此常结合插值或窗函数进一步优化。

3 实验要求及内容

3.1 窗口法

用改进余弦窗设计一个 FIR 线性相位低通数字滤波器, 已知 $\omega_c = 0.5\pi$, $N = 21$ 。编写调试程序, 要求在幕幕上显示出单位脉冲响应 $h(n)$ 的数值, 画出其幅度响应 $|H(e^{j\theta})|$ 的曲线。

3.2 频率采样法

实验前, 学生应复习用频率采样法设计 FIR 滤波器的基本原理, 预习实验指导书。

2、编写好一个设计线性相位 FIR 高通滤波器, $\alpha_c = 0.8\pi$, $N = 64$ 的程序。要求在屏幕上打印出 $h(n)$ 值, 画出 $|H(e^{j\omega})|$ 曲线。

3、实验时, 设置 0 个过渡点, 一个过渡点和二个过渡点, 比较设计所得的 $|H(e^{j\omega})|$ 曲线。

4、实验后, 学生对结果作出解释, 写好实验报告。

4 实验结果与分析

4.1 窗口法题目

```
1 % 定义FIR低通滤波器的设计参数
2 Fs = 720;           % 采样频率 (Hz)
3 N = 21;             % 滤波器阶数
```

```
4 wc = 0.537 * pi; % 归一化截止频率 (0.5 )
5
6 % 设计FIR低通滤波器 (Hamming窗)
7 b = fir1(N, wc/pi);
8 a = 1;
9
10 % 计算频率响应
11 [H, W] = freqz(b, a, 1024);
12 freq_normalized = W/pi; % 归一化频率(0~1)
13
14 % 精确找到截止频率对应的索引
15 [~, idx_wc] = min(abs(W - wc));
16 H_wc = H(idx_wc); % 该频率点的复频响应
17
18 % ===== 专业绘图 =====
19 figure('Position', [100 100 900 800]);
20
21 % 1. 幅频特性(线性)
22 subplot(3,2,1);
23 plot(freq_normalized, abs(H), 'b', 'LineWidth', 1.5);
24 hold on;
25 % 精确标定截止频率点 (红色圆点落在曲线上)
26 plot(freq_normalized(idx_wc), abs(H_wc), 'ro', 'MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerSize', 8);
27 text(freq_normalized(idx_wc), abs(H_wc), ...
28     sprintf(' (%.2f , %.3f)', freq_normalized(idx_wc), abs(H_wc)), ...
29     'VerticalAlignment', 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right');
30 title('幅频特性 (线性)');
31 xlabel('归一化频率 (\times\pi rad/sample)');
32 ylabel('幅度');
33 grid on;
34 xlim([0 1]);
```

```
35
36 % 2. 幅频特性(dB)
37 subplot(3,2,2);
38 plot(freq_normalized, 20*log10(abs(H)), 'b', 'LineWidth', 1.5);
39 hold on;
40 % 精确标定截止频率点
41 plot(freq_normalized(idx_wc), 20*log10(abs(H_wc)), 'ro', '
    MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerSize', 8);
42 text(freq_normalized(idx_wc), 20*log10(abs(H_wc)), ...
43     sprintf(' (%.2f , %.1f dB)', freq_normalized(idx_wc), 20*
44     log10(abs(H_wc))), ...
45     'VerticalAlignment', 'bottom', 'HorizontalAlignment', '
46     right');
47 title('幅频特性 (dB) ');
48 xlabel('归一化频率 (\times\pi rad/sample)');
49 ylabel('幅度 (dB)');
50 grid on;
51 xlim([0 1]);
52 ylim([-80 5]);
53
54 % 3. 相位响应 (解卷绕)
55 subplot(3,2,3);
56 phase = unwrap(angle(H));
57 plot(freq_normalized, phase, 'm', 'LineWidth', 1.5);
58 hold on;
59 % 标定截止频率相位
60 plot(freq_normalized(idx_wc), phase(idx_wc), 'ro', '
    MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerSize', 8);
61 title('相位响应');
62 xlabel('归一化频率 (\times\pi rad/sample)');
63 ylabel('相位 (rad)');
64 grid on;
65 xlim([0 1]);
```

```

65
66
67 % 5. 单位脉冲响应
68 subplot(3,2,[5 6]);
69 stem(0:N, b, 'filled', 'LineWidth', 1.5, 'MarkerSize', 5);
70 title('单位脉冲响应 h(n)');
71 xlabel('采样点 n');
72 ylabel('幅度');
73 grid on;
74
75 % 显示关键参数
76 disp(['截止频率: ', num2str(wc/pi), ' (', num2str(wc*Fs/(2*pi))
    ), ' Hz)']);
77 disp(['-3dB点实际增益: ', num2str(20*log10(abs(H_wc))), ' dB'])
    ;
78 disp(['群延迟 (理论N/2): ', num2str(mean(group_delay(1:idx_wc_gd
    ))), ' 采样点']);

```

Code Listing 1: 实验一 MATLAB 实现代码

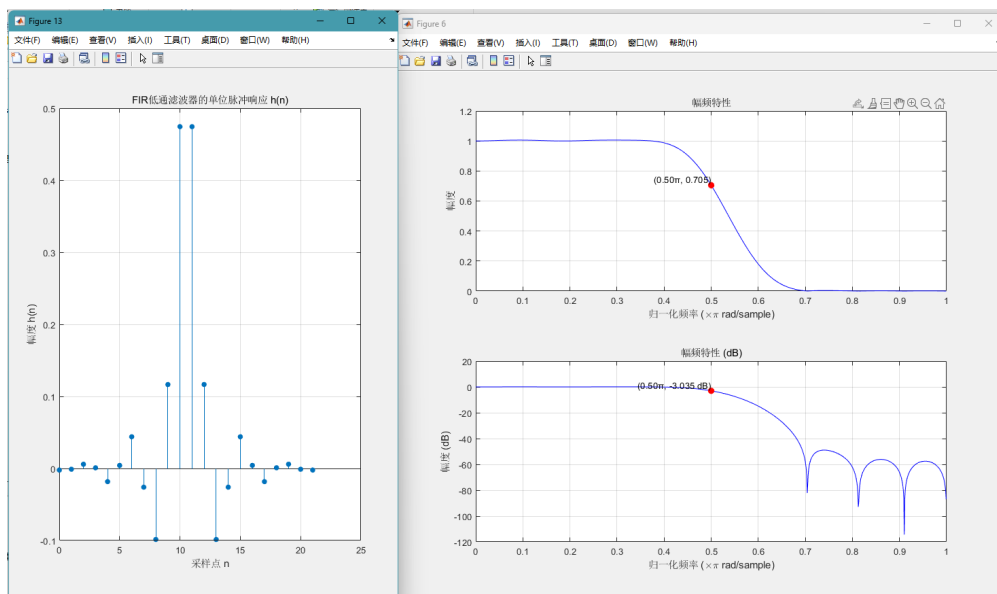


图 1 matlab 绘图

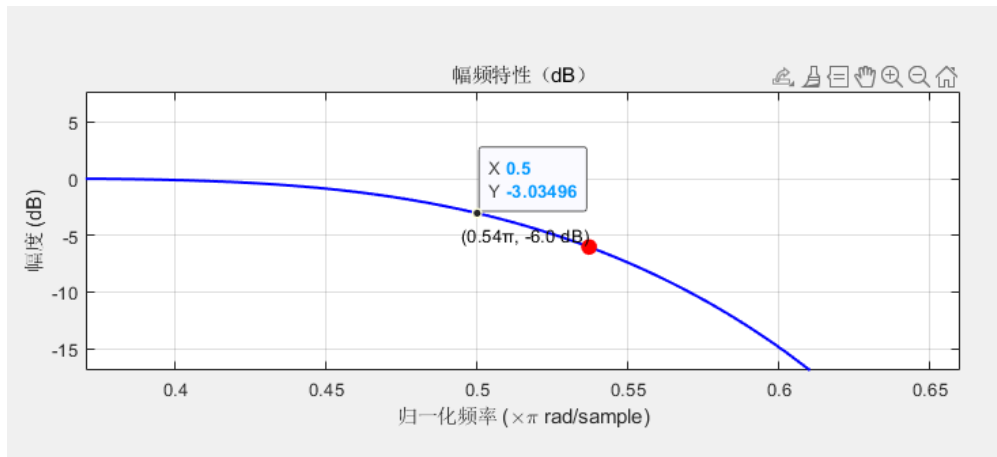


图 2 matlab 绘图

4.2 频率采样法题目一

Code Listing 2: MATLAB 实现代码

表 1 题目二滤波器系数

系数类型	系数值		
滤波器阶数	N = 2		
分子系数	0.0778	-0.1556	0.0778
分母系数	1.0000	1.0708	0.3821

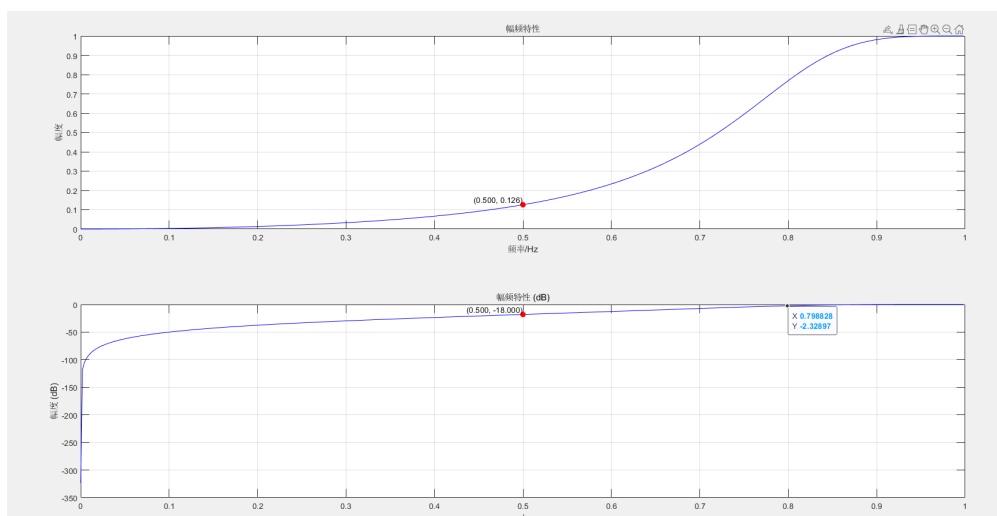


图 3 matlab 绘图

4.3 题目三

Code Listing 3: MATLAB 实现代码

表 2 题目三滤波器系数

系数类型	系数值						
分子系数	0.3642	0.0000	-1.0926	-0.0000	1.0926	0.0000	-0.3642
分母系数	1.0000	-0.0000	-1.1162	0.0000	0.6676	-0.0000	-0.1299

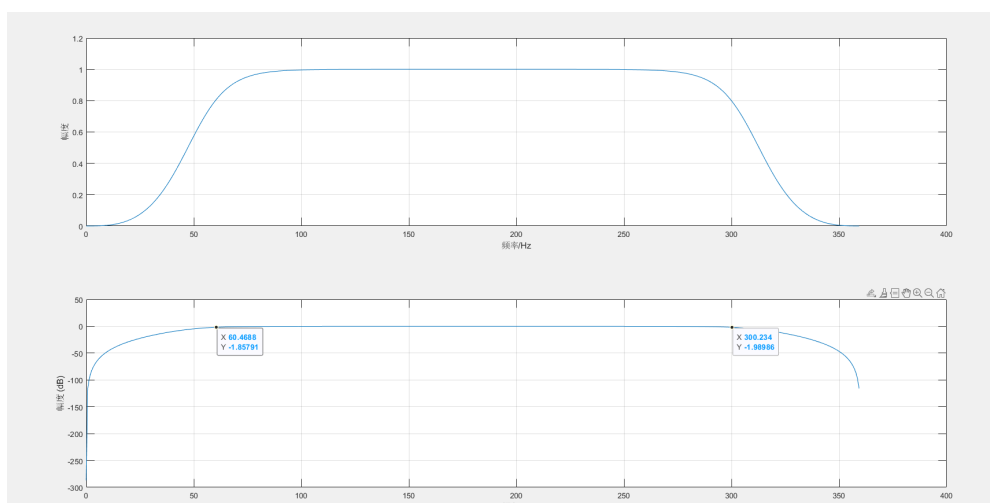


图 4 matlab 绘图

5 实验小结

本次实验系统地学习并实践了双线性变换法设计 IIR 数字滤波器的全过程，主要包括低通、高通和带通巴特沃斯滤波器的设计与分析。通过 MATLAB 编程实现，掌握了从设计指标出发，经过预扭曲、模拟滤波器设计、双线性变换到数字滤波器实现的完整流程。实验结果表明，所设计的滤波器均能较好地满足幅频特性要求，且通过表格清晰展示了各滤波器的分子、分母系数，便于后续实现和分析。

本实验的主要收获如下：

- 熟悉了双线性变换的基本原理及其在数字滤波器设计中的应用，理解了频率预扭曲的重要性。

- 掌握了 MATLAB 中巴特沃斯滤波器的阶数计算、系数求解及频率响应绘制方法。
- 通过对比不同类型和参数的滤波器，直观体会了参数变化对滤波器性能的影响。
- 学会了如何规范地整理和展示滤波器系数，提升了实验报告的规范性和可读性。

本次实验不仅加深了对数字信号处理理论的理解，也提升了实际工程实现能力，为后续更复杂的信号处理任务打下了坚实基础。