

# GraphSEIR

Analysis of COVID-19 spreading using the extended SEIR model.

## 描述 Description

该模型描述一个国家的流行病传播过程。模型主题是一个图，节点代表城市，边表示城市间的人口迁移，节点内部演化采用扩展SEIR模型。模型定义如下：

$S$ (Susceptible, 易感)  $\rightarrow$   $E$ (Exposed, 潜伏)  $\rightarrow$   $I$ (Infectious, 感染)  $\rightarrow$   $R$ (Recovered, 康复)

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -r\beta\frac{IS}{N} - rh\frac{ES}{N} + S_{in} - S_{out} + S_{\nu} \\ \frac{dE}{dt} &= r\beta\frac{IS}{N} + rh\frac{ES}{N} - \theta E + E_{in} - E_{out} + E_{\nu} \\ \frac{dI}{dt} &= \theta E - \gamma I + I_{in} - I_{out} + I_{\nu} \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I + R_{in} - R_{out} + R_{\nu}\end{aligned}$$

参数解释如下：

$r$  -> 日均人际接触概率，一个人在一天中接触别人的数量；  
 $\beta$  -> 显性接触感染概率，每次和感染者接触而转化为潜伏者的概率；  
 $h$  -> 隐性接触感染概率，每次和潜伏者接触而转化为潜伏者的概率；  
 $\theta$  -> 日均潜伏者发病概率，一个潜伏者在一天中发病而转化为感染者的概率；  
 $\gamma$  -> 日均感染者痊愈概率，一个感染者在一天中痊愈而转化为康复者的概率；  
 $N$  ->  $N = S + E + I + R$ ，当前城市总人口；  
 $X_{in}, X_{out}$  ->  $X$  的输入与输出，某时刻全国的输入之和等于输出之和；  
 $X_{\nu}$  ->  $t$  时刻  $X$  的扰动，外部注入。

该模型有以下特点：

1. 相比于传统SEIR模型，此处我们使用模型增加了  $S \times E \rightarrow E$  的过程，即潜伏期病毒携带者具有传染性；
2. 各节点的演化参数是  $(S, E, I, R, t)$  的函数，而并非固定，可用于描述政府政策的介入、图自身的传播饱和等；
3. 节点的演化中包含时间相关的扰动项  $\nu: t \rightarrow \mathbb{R}$ ，用于描述某时刻的外生扰动，如超级传播者；

4. 节点演化包含外部注入与输出：这一部分与节点间人口迁移相联系，外部注入与输出同样也是  $(S, E, I, R, t)$  的函数；
5. 采用格点地图，节点间定义距离  $r$ ，注入与输出同  $r^{-2}$ 、两节点人口乘积、SEIR 人口比例成正比，即引力模型：

$$\text{Migration}_{ij} = K \frac{\text{Population}_i \text{Population}_j}{\text{Distance}_{ij}^2}$$

模型使用 RK4 数值算法求解，确保模拟准确性。

## 政策与扰动注入 **Politics&Disturbance Injection**

1. 强制戴口罩、鼓励在家办公、公共场所戒严：降低  $r$  (日均人际接触概率)；
2. 精准隔离，跟踪初期感染者与密切接触者并将其隔离：降低  $\beta, h$ ；
3. 封城：目标城市与其他节点间的人口交换降至0；
4. 核酸检测：目标城市与其他节点间交换的  $E, I$  降至0；
5. 超级传播者：某时刻城市增加>10单位的  $I$  注入；

## 模型参数化 **Parameterization**

1. SEIR 固定参数： $\theta$  (日均潜伏者发病概率)， $\gamma$  (日均感染者痊愈概率)，调查正常状态下的估计值
2. SEIR 可变参数： $r$  (日均人际接触概率)， $\beta$  (显性接触感染概率：每次  $S$  与  $I$  接触导致携带病毒的概率)， $h$  (隐性接触感染概率：每次  $S$  与  $E$  接触导致携带病毒概率)，调查正常状态/政策注入下的估计值
3. 节点人口迁移：调查城市间人口迁移同城市人口与城市间距离的关系（SEIR各部分的迁移按比例计算，因此无需调查各部分的迁移）。但人口迁移中的各部分比例可能与城市比例不同，最好能调查一下武汉疫情爆发初期外逃人口中感染者的比例，用作模型参考

我们小组未能从文献中找到引力模型中迁移系数的报道，而利用各地市之间的客流量、距离进行回归的工作量太大(数据难以查找)，本模拟中采用的格点模型结构本身就与现实不同，结果是半定量的，因此引力模型参数精确度要求度不高。我们决定从石家庄和邢台的人口、距离数据对  $K$  进行估计：

石家庄市人口 1103.12 万人(2019年)

邢台市人口 739.52 万人(2019年)

石家庄到邢台公路距离 127 km(高德地图，市中心间距)

假设石家庄和邢台之间每天的人口交换占邢台人口的0.3%(实在实在找不着数据了.....)

计算得到  $K = 0.04 \text{ 万人}^{-1} \cdot \text{km}^2$

## 输入输出 I/O

- 输入：各城市SEIR各部初值 ( $H \times W \times 4$  矩阵)，模拟时间范围，模拟时间步长，采样时间步长
- 输出：各城市SEIR各部采样时间下的人数 ( $N \times H \times W \times 4$  矩阵)

## 数据分析报告 Data Report

### A 基本宏观数据

1. 全国范围内SEIR人口随时间变化曲线，I 曲线峰值，以及 S 降至 50% 用时
2. 各城市SEIR人口随时间变化曲线，I 曲线峰值，以及 S 降至 50% 用时

### B 格点地图感染动画

动画，描述各个节点感染情况随时间的变化

## 模拟参数与结果说明

---

### 基本参数声明

源代码参考 `defaults.py`，自然状态下(不封城)

```
r = 20.  
beta = 0.048  
h = 0.048  
theta = 0.1  
gamma = 0.1
```

封城后，`r = 3.`

人口迁移引力模型中，迁移系数 `k = 0.04`，迁移指数 `alpha = 2`

封城后，城市间无人口迁移。

以上数据中， $r = 20$  以及人口迁移引力模型中的  $k = 0.04$  源于猜测，K 值猜测过程详见 `README.md` 文件，其余数据来源在张同学的参数化报告中介绍 `supplement/张_模型参数化.docx`

## 模拟说明

城市布局  $5 * 5$  矩阵，人口均为 1000 万人，城市间距 100 km，初始时向中心城市 `city22` 投放一位潜伏者。分别模拟以下 4 种封城时机：

序号	封城时间	结果文件目录
0	5	<code>reports/sim_0</code>
1	10	<code>reports/sim_1</code>
2	15	<code>reports/sim_2</code>
3	10000(不封城)	<code>reports/sim_3</code>

模拟时间区间 `[0, 360]` (一年)，从第 0 天开始，模拟时间步长与采样步长均为 0.1 天，模拟使用 RK4 算法。

## 数据分析报告说明

相应结果文件目录中包含：

1. 国家整体变化曲线 `country.svg`
2. 各城市变化曲线 `cityxx.svg`
3. 数据报告，包含三项补充信息：感染最高点时间，感染最高点，易感人群下降至初始的 50% 耗时 `report.csv`
4. 模拟动画 `animation.mp4`，描述各城市感染人群随时间变化情况。圆圈面积与感染人数成正比。

## 单位声明

程序和说明文件中，人口的单位均为 `万人`，距离单位均为 `km`