

# 复杂 SEIR 模型及其在分析新冠疫情封城政策中的应用

潘高翔<sup>†</sup>(小组联系人) 杨梓珩 张珈彬 李湘挥

北京大学 2020 秋 社会科学中的计算思维方法 第 10 小组

2020 年 12 月 29 日

---

【摘要】全球爆发的新冠肺炎疫情已经深刻影响到社会生活的方方面面。时至今日，疫情仍然在世界各个角落肆虐。作为最先出现疫情，最先控制住疫情，最先进入后疫情常态化防控的国家，中国的抗疫政策有相当的优越之处。对于本次抗疫中热议的“封城”话题，本小组试图从社会科学和计算思维的综合角度，通过构建传染模型来分析其合理性，并延伸讨论西方相关政策施行不利的原因，得到对病毒传播和抗疫策略的进一步认识。

---

## 一、SEIR 模型的引入和扩展

### 1. 单城市内部的模型构建

传染病在城市内部的演化采用 SEIR 模型，认为人群在疫情下的表现分为如下四个阶段：

- 1) 易感期 S(Susceptible): 节点未感染。
- 2) 潜伏期 E(Exposed): 节点已被感染，但尚未表现出新冠症状。
- 3) 感染期 I(Infectious): 节点已被感染，并且表现出患病的系列症状。
- 4) 康复期 R(Recovered): 节点已康复。

疫情按照如下规律演化：

- 1) 人们按照一定频率接触其他人，易感者与潜伏者或感染者接触均有一定概率被传染而成为潜伏者；
- 2) 潜伏期每天以一定概率发病，转化成感染期；
- 3) 感染期每天以一定概率痊愈，转化成康复期。

综合上述各个因素，得出在无外界影响下单个城市的 SEIR 模型如下：

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -r\beta \frac{IS}{N} - rh \frac{ES}{N} \\ \frac{dE}{dt} &= r\beta \frac{IS}{N} + rh \frac{ES}{N} - \theta E \\ \frac{dI}{dt} &= \theta E - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I\end{aligned}$$

公式 1.1 无外界影响的单个城市 SEIR 模型

式中各个参数的解释如下：

- r: 日均人际接触率，一个人在一天中接触别人的数量；
- $\beta$ : 显性接触感染概率，每次和感染者接触而转化为潜伏者的概率；
- h: 隐性接触感染概率，每次和潜伏者接触而转化为潜伏者的概率；
- $\theta$ : 日均潜伏者发病概率，一个潜伏者在一天中发病而转化为感染者的概率；
- $\gamma$ : 日均感染者痊愈概率，一个感染者在一天中痊愈而转化为康复者的概率；
- N:  $N=S+E+I+R$ ，当前城市总人口。

基本再生数定义为每一例感染者或潜伏者的平均传染人数，即：

$$R_0^{(E)} = \frac{rh}{\theta} \quad R_0^{(I)} = \frac{r\beta}{\gamma}$$

## 2. 人口迁移模型

我们采用 G.K.Zipf 提出的人口迁移引力模型，两地间迁移总人数与两地各自的人数成正比，与两地之间距离的幂成反比：

$$M_{ij} = K \frac{P_i P_j}{D_{ij}^\alpha}$$

式中： $M_{ij}$ 是两地间日均迁移人数； $P_i, P_j$ 分别为两地人口数； $D_{ij}$ 为两地间的距离； $K, \alpha$ 为模型常数。

## 3. 最终模型形成

国家为城市的集合，城市节点间存在人口交流，因此国家可抽象为城市(节点)与交通(边)构成的图，节点内部按照 SEIR 模型演化，节点间人口交换使用 Zipf 人口迁移模型描述，由此构造出单个城市的模型公式如下：

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -r\beta \frac{IS}{N} - rh \frac{ES}{N} + S_{in} - S_{out} + S_v \\ \frac{dE}{dt} &= r\beta \frac{IS}{N} + rh \frac{ES}{N} - \theta E + E_{in} - E_{out} + E_v \\ \frac{dI}{dt} &= \theta E - \gamma I + I_{in} - I_{out} + I_v \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I + R_{in} - R_{out} + R_v \end{aligned}$$

公式 1.2 单个城市的最终 SEIR 模型

比起公式 1.1，式中多出的参数解释如下：

$X_{in}, X_{out}$ : 人口量  $X$  的来自其他城市的输入与前往其他城市的输出;

$X_v$ : 某一时刻的外部扰动, 默认为 0。

## 二、不同因素对传染的影响

### 1. 政府的干预手段

- 1) 强制戴口罩、鼓励在家办公、公共场所戒严: 降低  $r$  (日均人际接触概率);
- 2) 精准隔离, 跟踪初期感染者与密切接触者并将其隔离: 降低  $\beta$ 、 $h$ ;
- 3) 封城: 目标城市与其他节点间的人口交换降至 0 (退化为经典 SEIR 模型);
- 4) 核酸检测: 目标城市与其他节点间交换的  $E$ 、 $I$  值降至 0。

## 三、模型分析

以下将以封城政策为例, 分析政府干预手段对疫情控制所起到的作用。

### 1. 模型构造与参数确定

#### a) 模型基本参数

依据国家卫健委公布的数据计算得到:  $\beta = h \approx 0.048$ ; 非管制条件下日均接触频率  $r = 20$ , 管制下人们进行居家隔离, 认为  $r = 3$ ; 依据 COVID-19 的平均潜伏期约为 10 天, 取其倒数即  $\theta \approx 0.1$  作为日均发病概率; 依据疾病的平均病程约为 10 天, 取其倒数即  $\gamma \approx 0.1$  作为日均康复概率, 构造单个城市封城状态下的 SEIR 模型。

#### b) 人口迁移参数

通过查阅文献, 我们找到 Zipf 模型中迁移指数  $\alpha = 2$ 。参数  $K$  未找到文献报道, 我们又试图通过数据拟合出  $K$ , 却未找到中国各城市间的人口的迁移数据。由于本模拟结果是半定量的, 我们对于模型参数精确度要求度不高。以石家庄和邢台的人口、距离数据进行估计:

石家庄市人口 1103.12 万人(2019 年)

邢台市人口 739.52 万人(2019 年)

石家庄到邢台公路距离 127 km(高德地图, 市中心间距)

假设石家庄和邢台之间每天的人口交换占邢台人口的 0.3%

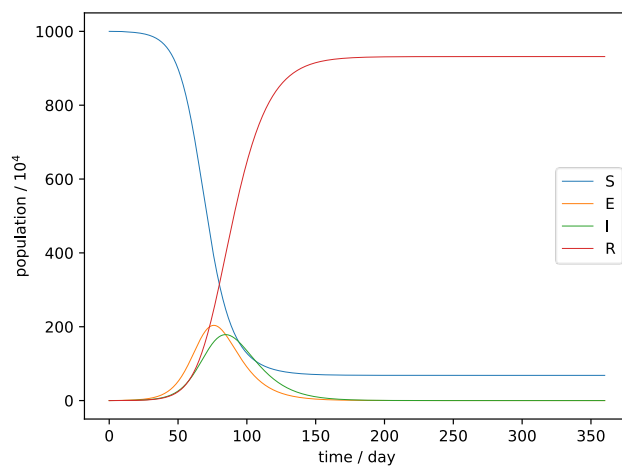
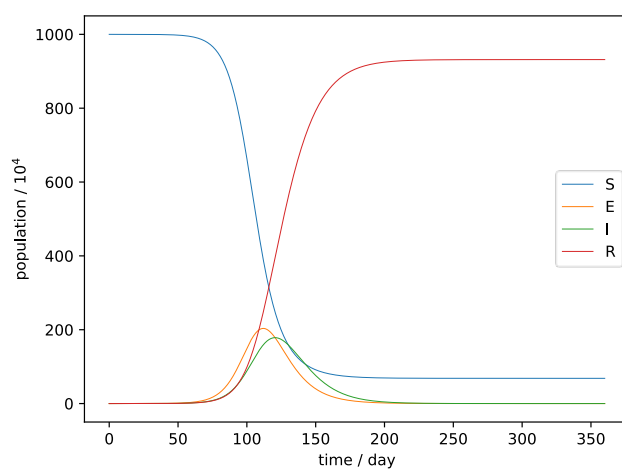
计算得出  $K = 0.04 (10^4 \text{ people})^{-1} \cdot \text{km}^2$

### c) 模型构造

城市布局为  $5 \times 5$  矩阵，人口均为 1000 万人，按边相邻的城市间距 100 km，初始时在中心城市(City22)中投放一名潜伏者。

## 2. 结果分析

取模拟时间区间 0 ~ 360 天，模拟时间步长 0.1 天，采样步长 0.1 天，使用 RK4 算法求解微分方程。分别针对封城时间为 5, 10, 15, 不封城四种情形进行模拟，得到各个城市 SEIR 人口的演化轨迹。先从单次模拟中的中心城市分析：



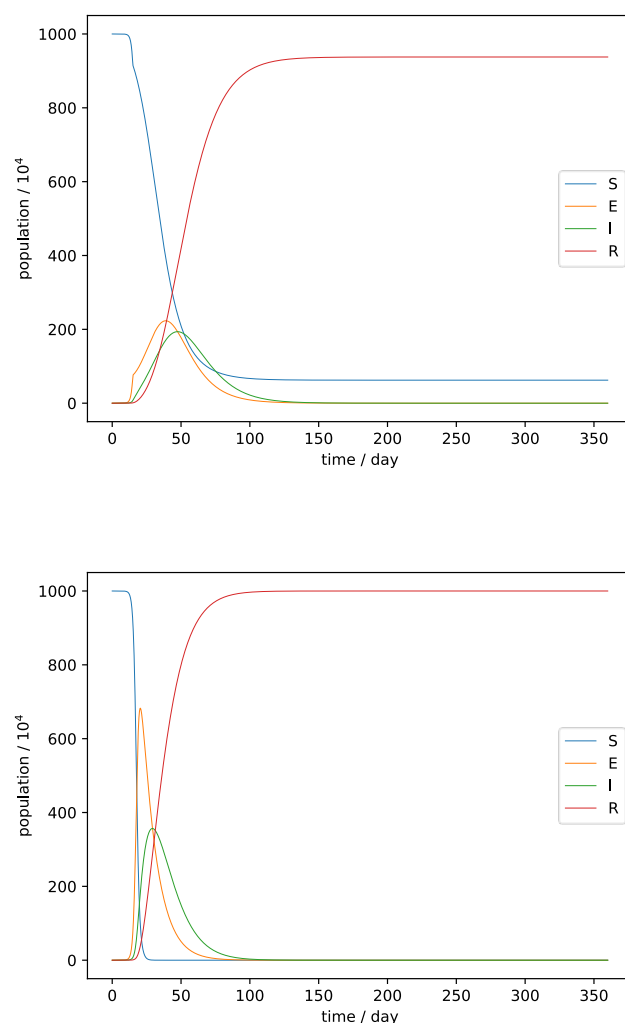


图 1 各封城时机下中心城市的 SEIR 演化情况。从上到下依次是封城时间为第 5 天，10 天，15 天以及不封城的情况

可见，疫情演化过程是先加速后减速的。首先，随着感染者与潜伏者规模的扩大，易感者与之接触的概率逐渐变高，使得疫情传播加速，随着群体中具有免疫力的康复者比例提高，疫情传播速度又渐渐变缓，疫情传播总体呈现 S 曲线。管制使得疫情基本再生数由 9.6 降到 1.44，且封城时间越早，感染峰值越低且越晚。即使是最后知后觉的 15 天组，管制也使得 E 曲线出现了明显的弯折，感染峰值被推迟到了第 34 天，强度下降 46%。

全国的情况与中心城市类似。疫情在初期即通过交通传播到全国各地，距离中心城市越远的城市，相应的演化过程也会推迟，但同样都会爆发疫情。

从全国来看：

表 1 不同情形下封城的模拟实验结果

序号	封城时间(天)	总体最高感染人数 (万人)	最高感染出现时 间(天)	易感人数下降 50%耗时(天)
1	5	4135.8	166.0	151.3

2	10	4173.6	122.7	108.2
3	15	4213.6	81.9	67.5
4	不封城	8993.7	31.5	21.1

我们将全国各城市感染人口演化情况制成了视频，附在 supplement 中，以下为视频截图：

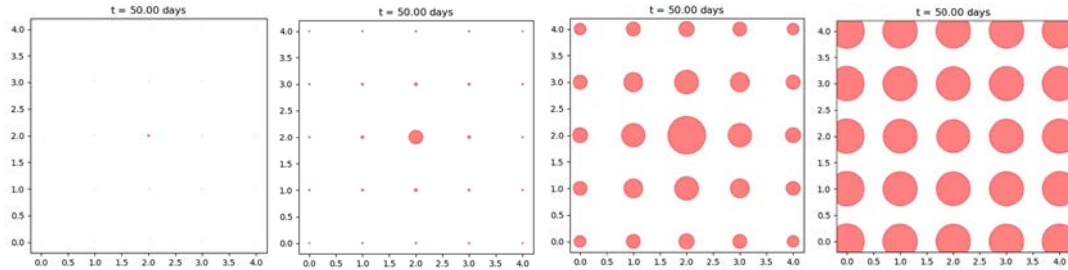


图 2 在第 50 天，不同封城时机下各城市感染者的情况，圆圈面积表示城市感染者人数。从左到右依次为封城时机在第 5, 10, 15 天及不封城的情况

通过以上图表，可以总结出如下结论：

- 1) **封城能显著降低总感染人数。**实际上，越早封城，就越能尽早地降低公式 1.2 中的各项数据，从而减少 E、I 值的增加速度，同时也能避免外来人口对防疫工作产生的负面影响。
- 2) **封城可以避免疫情大规模爆发。**由表 1 及图 1 可以看出，及时采取封城可以显著延缓最高感染人数的出现时机。在实际生产生活中，及时采取封城，可以延缓疫情的大规模爆发，进而为研制疫苗等工作赢得宝贵的时间。
- 3) **越早封城，产生效果越好。**根据表 1 中的 1~3 结果，越早采取封城，最大感染人数就越低，同时最高感染出现的时间也越晚，就可以认为防疫的工作进行得越顺利。

### 3. 反思

在 SEIR 模型中，只要防疫措施不能将接触概率或传染概率降至 0，疫情最终都会迎来爆发，城市中所有人感染传染病只是时间问题。但事实上，无论是非典、埃博拉还是 COVID-19 的爆发，感染的人群都只是一小部分而已。这是 SEIR 模型的天然缺陷导致的。

SEIR 模型假设任意两个人之间的接触概率均相等，只要传染病再生数大于 1，模型都将会以高概率导致疫情全面爆发。但实际上，人们每天接触的人群基本不变，这使得疫情的传播路径被大大限制了。当一个团簇中的节点被全部感染时，只有团簇边缘节点具有传播疫情的机会，即随着时间推移，SEIR 模型中的感染概率将会逐渐下降。封城时，人们只能接触到自己的家人，此时社会网络分散成了大量以家庭为单位的连通分支，疫情无法从一个强连通分支传播到另一个分支，使得封城的实际效果远胜于模型描述，绝大多数人并不会在疫情中被感染。

此外，SEIR 模型对于发病和康复过程的描述过于粗糙，一个新冠患者每天的康复概率相等是违背自然规律的；另外，采取高精度浮点数描述 SEIR 人口也有问题，很难想象 0.01 位新冠患者将以 100% 的可能性引爆疫情。

另一条道路是将个人或家庭单位作为节点建模，在接触网络的图上运行 SEIR 模型，这是对现实疫情传播更加精确的模拟。但其运算量颇为庞大，且如何构建网络也是需要大量实证研究的问题。

## 四、 西方抗疫的“反常”现象

上述讨论在粗略的计算中已经表明，封城在抗疫工作中起到至关重要的作用，同时越早采取封城效果越好。但从实际生活中我们发现，除了中国以外，几乎找不到国家很早地采取了封城措施，有的国家甚至因为封城爆发了大规模的抗议活动。

西方各国不采取封城措施的原因有很多，从中西方文明各个维度的比较中，我们可以窥见其中的端倪。

### 1. 在政治体制上进行比较

中国是一个习惯“强权”的国家，在历史进程中表现出大一统的总体特征。滥觞于先秦时期就已出现的“礼乐”观念和宗法制带来的“家国同构”的思维模式，中国古代的国实际上就是无数小家的聚合体。在家国同构的观念的深远影响下，平民百姓对于统治者的集权统治在整体上并不反对，认可统治者的权威就如同认可家庭内部尊卑有序一般是理所当然之事。因此，在民族思想文化层面上，中国向来不反对集权统治。同时，由于大河文明的农耕特性，中国古代经济模式以小农经济为主体。小农经济具有自给自足的特性，对外物资交换需求较小；同时小农经济具有脆弱性，难以通过个人力量对抗不可抗的自然灾害，对政府在宏观上进行调节有客观上的需要。因此，在经济发展层面上，中国依赖于集权统治。综上，主观上不排除和客观上的需求，构成了中国长期实行集权统治的基础。统一与权力集中也成为了中华民族民族精神和价值观念中难以剥离的部分。新中国成立后，中国共产党一直承担着总领全局，协调各方的作用，是国家建设的“总指挥”。认同中央高度权力的民意基础加上内部政策畅通的中央机构，让中国的封城措施可以顺利地实施并得到有效的执行。

西方国家，在历史发展进程中，其制度基础的主流形态就不是集权，而是民主。受限于地理环境因素，在被丘陵分割得支离破碎的半岛上萌发的西方文明天生就具有独立性和外向性。个人的能力在商贸往来和战争冲突中得到很好地展现，崇尚个人能力成为社会的主流价值。集体的形成是对个人利益的保护，因而集体的一切行动都需要反映个人利益并且经过表决。建立在“社会契约论”基础上的现代西方政权，强调制衡与民主。中央机构内部通过“三权分立”“两院制”“责任内阁”“宪政审查”等多种手段实现权力的相互制约，地方和中央之间通过宪法进行权力分配。在这样的体制之下，封城政策的提出和落实，需要经过层层表决。从时间成本上看，层层通过的过程本就造成了时间上的浪费。从政策通过的可行性上看，由于民主选举制度的存在，各层级审查机构代表的是选民的利益，即封城政策能否得到落实关键在于是否符合个人利益。这一点会在后文展开论述。

通过中西方政治体制的对比，我们容易得出结论：中国体制下权力集中程度高，政令通畅，封城措施可以颁布，容易实施；西方体制下政策的出台需要多方面的层层决策，灵活度较低，且时间成本高。



## 2. 封城的经济理性

封城对于疫情防控而言，是非常有效的政策手段，但同时，封城也是对城市间和城市内部经济交往的阻断，城市商业、服务业将因为封城陷入停滞状态。相较于封城在个体心理层面带来的“不自由”的束缚感这样主观抽象的感受，封城对于经济的影响是客观上实际存在且可以从数据上反映的。原有的自由流动，受到市场调节的商品变成了国家统一调配，商业整体停滞；娱乐性经营场所为了避免人员聚集关闭，服务业停滞；隔离让工厂无法正常开工，工业生产停滞……毫无疑问，封城将不可避免的让城市处在停摆状态中。

封城时机的选择具有相当的讨论价值。回到 SEIR 模型中，通过数据拟合，我们可以发现易感曲线呈现 S 形。这表明：在感染者和潜伏者数量未达到可观数值时，病毒传播能力有限，疫情不会突然爆发。因此可以认为，在感染规模并不足够大时，采取封城措施显然是不符合经济理性的，此时应当落实精准防疫政策，对于出现疫情的小范围进行临时管制措施和核酸检测排查。当疫情蔓延趋势已经不可阻挡的向爆发的临界值逼近时，采取必要的封城措施就显得非常有必要。显然，这需要政府掌握疫情发展的真实动态。

在信息掌握程度上，中国发展出的基层居民自治制度，有效的保证了政府可以快速展开排查工作，掌握疫情实时动态。在医疗上，中国采取免费治疗的方式，居民不承担经济压力。西方国家，尤其是美国，社区排查效率低下甚至无法进行；医疗资源通过市场调配，低收入群体完全无法负担治疗费用，更多选择隐瞒或“自生自灭”，造成更大的传播风险和数据统计的困难。事实上，截至 2020 年 12 月 29 日，美国疾控中心仍然未能承担起通报疫情信息的工作，美国疫情动态均是霍普金斯大学发布，从中可见美国政府在数据收集上的困难和滞后性。在国家层面上，缺乏实时数据便难以判断疫情爆发的临界位置是否到来，自然难以及时有效的做出封城的决策。

从个体层面上看，中西方对于经济理性的追求不同。受民族价值观念影响，中国人在个体利益和整体利益的权衡中，往往更偏向于集体利益。具体在封城决策上，中国人往往对于封城的接受度更高，在尚未达到临界位置时就进行封城，在事实上的确造成了个人利益的损失大于个人从集体利益中获得的回报，但是中国人主流上并不会因此产生强烈的反对情绪。在此基础上，政府对于封城时机的选择就可以提前于理论上实现收益平衡的时间。西方人对于个体的经济理性有极高的追求，在社会功利主义观念下，社会利益是个人利益的加和，那么最大限度的保护个人利益就成为了理性的选择。然而由于信息差的存在，每个公民都难以全面掌握疫情发展的动态，政府信息的之后和信息公开能力的有限，注定个体得到的信息必然是片面的、滞后的。在个人在无法确定封城带来的收益可以大于自己的损失的情境下，每一个理性个体都会选择维持原本的状态来保护自己的利益。从博弈论角度看，秉持理性的每个个体都做出利己的决策，实际上却陷入“囚徒困境”中，无法实现社会最优。西方的政治制度下，政策的施行取决于选民的意愿，而选民的理性又将封城放置在一个不可能及时施行的位置上。从现实中我们也可以看到，西方国家不仅封城行动缓慢，还不能得到民众支持，常常陷入两难的境地。

## 五、 总结

在本次小组研究中，通过构建城市内部的 SEIR 模型和城市之间的流动模型，刻画了传



染性疾病的传播。在参考相关资料确定模型各个参数后，进行程序模拟，最终得出封城时机与疫情传播之间的关系：越早封城，感染总人数越少，疫情控制速度越快。在得出粗略结论后，结合中西方政治体制、经济社会、历史文化上的差异，分析了中西方对于封城措施的不同态度及造成的不同后果，进一步认识了封城对于疫情防控产生的巨大作用。

本研究的模型源码以及模拟结果已上传 GitHub 仓库 [GraphSEIR](#)。

## 参考文献

- [1] 张宇, 田万利, 吴忠广, 陈宗伟, 王冀. 基于改进 SEIR 模型的新冠肺炎疫情沿交通线路传播机制[J]. 交通运输工程学报, 2020, 20(03): 150-158.
- [2] 樊非. 新型冠状病毒疫情的建模与分析[D]. 华中师范大学, 2020.
- [3] 蔡洁, 贾浩源, 王珂. 基于 SEIR 模型对武汉市新型冠状病毒肺炎疫情发展趋势预测[J]. 山东医药, 2020, 60(06): 1-4.
- [4] 李扬, 刘慧. 人口迁移空间格局模拟研究进展与展望[J]. 地理科学进展, 2010, 29(10): 1162-1170.
- [5] 吴昊, 李玲. 我国高铁站区发展差异性研究——基于引力模型的分析[J]. 价格理论与实践, 2018(09): 159-162.