

Ime i prezime: _____

1	2	3	Σ

1. (**8 bodova**) Vrijeme leta balističkog projektila ispaljenog pod kutom α početnom brzinom v_0 na ravnom terenu u vakuumu računa se po formuli

$$T = \frac{2v_0}{g} \sin \alpha$$

Procijenite apsolutnu i relativnu pogrešku pri izračunavanju vremena leta T projektila ako je

$$\begin{aligned} v_0 &= 900 \pm 10 \text{ ms}^{-1}, \\ g &= 9.81 \pm 0.001 \text{ ms}^{-2}, \\ \alpha &= 15 \pm 0.1^\circ. \end{aligned}$$

2. (**10 bodova**) Provjerite dijagonalnu dominantnost sustava

$$\begin{aligned} 7.07x_1 + 2.3x_2 &= -3.4 \\ -0.23x_1 + 10.06x_2 &= 12. \end{aligned}$$

i, ako je potrebno, promijenite redoslijed jednadžbi, te izračunajte aproksimaciju \tilde{x} rješenja sustava Gauss-Seidelovom metodom u dvije iteracije.

Izračunajte ocjenu greške, a zatim točno rješenje x i apsolutnu i relativnu grešku aproksimacije \tilde{x} .

Kolika je kondicija matrice sustava?

Koristite normu $\|\cdot\|_1$. Zaokružujte na šest decimala.

3. (**7 bodova**) Što je norma? Definirajte vektorske norme (1-norma, 2-norma i ∞ -norma) i iz njih izvedene inducirane matrične norme. Izvedite uvjetovanost sustava linearnih jednadžbi $Ax = b$ kada se mijenja samo vektor b , tako da novi sustav glasi $A(x + \delta x) = b + \delta b$.

Rješenja:

1. $\Delta T^* = 0.85569969$, $\delta T^* = 0.018018624$

2. $x^{(2)} = \tilde{x} = \begin{bmatrix} -0.865382 \\ 1.173058 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} -0.862543 \\ 1.173123 \end{bmatrix}$

Ocjena apsolutne greške: $\|x - \tilde{x}\|_1 \leq 0.196122$

Apsolutna greška: $\|x - \tilde{x}\|_1 = 0.002903$

Relativna greška: $\frac{\|x - \tilde{x}\|_1}{\|x\|_1} = 0.0014263$

$\text{cond}(A) = 1.774983$