

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING, MECHANICAL ENGINEERING AND NAVAL ARCHITECTURE

Rudjera Boškovića bb, Split



LABORATORIJ ZA BIOMEHANIKU AUTOMATIKU I SUSTAVE

LABORATORY FOR BIOMECHANICS AND AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS

# KOLEGIJ SIGNALI I SUSTAVI

# **SVOJSTVA SUSTAVA**

Vježba br. 3.

Ak. god. 2007/08.

#### **UVOD**

U ovoj vježbi primijenit ćemo Matlab i Simulink na rješavanje zadataka iz područja prikaza kontinuiranih i diskretnih sustava i njihovih svojstava.

Svaki zadatak će se rješavati tako da se napravi Simulink model ili m – skripta (ovisno o zadatku) koji će sadržavati rješenje zadatka i koji će se pohraniti pod imenom  $Zad\_x.mdl$  ili Zad~x.m (pri čemu je x redni broj zadatka).

Prije no što započne s rješavanjem zadataka, svaki student treba u work direktoriju Matlaba napraviti novi direktorij i nazvati ga svojim imenom (ime\_prezime). Nakon što napiše pojedini Simulink model ili m-skriptu, neka ih pohrani u kreirani direktorij. Za uspješno odrađenu vježbu potrebno je točno riješiti sve postavljene zadatke i rješenja demonstrirati nastavniku.

Napomena: Radi uspješnijeg rješavanja zadataka, na vježbama je korisno imati skriptu i bilješke s predavanja i auditornih vježbi.

#### **UVOD U SIMULINK**

U ovoj vježbi ćemo kontinuirane i diskretne sustave crtati u Simulinku. Simulink je programski paket razvijen u Matlab okružju koji omogućuje modeliranje, simulaciju i analizu raznih dinamičkih sustava. Podržava linearne i nelinearne sustave modelirane kako u kontinuiranom tako i u diskretnom vremenu.

Kod modeliranja, u Simulink-u se koristi grafičko sučelje te "click-and-drag" operacije mišem za crtanje modela u obliku blok dijagrama. Simulink sadrži bogatu biblioteku generatora ulaznih pobuda, prikazivača izlaznih varijabli, linearnih i nelinearnih komponenti sustava te konektora.

Nakon što je sustav modeliran, može ga se simulirati na više različitih načina (pomoću Simulink menu-a ili pomoću komandi unesenih u komandni mod Matlaba). Korištenjem osciloskopa ili drugih blokova za prikaz varijabli, mogu se vidjeti varijable sustava i za vrijeme samog trajanja simulacije. K tomu, mogu se mijenjati parametri simulacije (trajanje simulacije, frekvencija uzorkovanja itd) i simultano pratiti rezultati. Rezultati simulacije mogu se spremiti u Matlab workspace ili u \*.mat file-ove, s ciljem naknadne obrade i vizualizacije.

# **Pristup Simulinku:**

Pritiskom na Simulink ikonu ili unosom naredbe *simulink* u komandnom modu Matlab-a otvara se Simulink Library Browser koji sadrži skupove blokova raspoređenih s obzirom na njihovu namjenu.

# Crtanje modela:

Prozor za crtanje modela otvara se u Simulink Library Browser-u na način: File—New—Model. Model se crta tako da se blokovi iz Simulink Library Browser-a mišom dovlače u prozor za crtanje te se međusobno spajaju.

Najčešće korišteni blokovi:

Najčešće korišteni blokovi:		
POBUDNE FUNKCIJE (Nalaze se u Simulink→Sources)	ELEMENTI SUSTAVA  (Nalaze se u Simulink → Continous, Discrete ili Math)	PRIKAZIVAČI IZLAZNIH VARIJABLI (Nalaze se u Simulink → Sinks)
1 Constant	X <del>(+,</del> )	Scope
konstantna pobuda	sumator	osciloskop
Step	$\left  \frac{1}{s} \right $ Integrator	X 1 Out1
step pobuda	integrator	izlaz
Ramp	) Gain	
linearno rastuća pobuda, x(t) = at, pri čemu je a podesivi parametar	pojačalo	
Sine Wave	Dot Product	
sinusna pobuda	množilo ulaznih signala	
Pulse Generator Generator impulsa (pomoću njega generiramo diskretnu step pobudu)	eksponenciranje, za ulazni signal x(t) ili x[n] na izlazu daje e <sup>x(t)</sup> ili e <sup>x[n]</sup>	
Clock	Variable Transport Delay	
generator kontinuiranog vremena t koje se koristi u simulaciji	Kašnjenje kontinuiranog ulaznog signala	
12:34 Digital Clock	∑ 1	
generator diskretnog vremena n koje se koristi u simulaciji	Jedinično kašnjenje diskretnog ulaznog signala	

Karakteristike svakog pojedinog bloka mogu se vidjeti i po želji mijenjati dvostrukim klikom na blok pri čemu se otvara prozor koji sadrži karakteristike bloka. Primjeri:

- Kod ulaznih funkcija može se namještati iznos amplitude kao i vrijeme uzorkovanja (sample time obrnuto proporcionalno frekvenciji uzorkovanja)
- Kod sumatora može se odabrati proizvoljan broj ulaza (+ ili predznaka) kao i oblik sumatora (kružni ili pravokutan).
- Integratoru se može dodati početni uvjet
- Kod pojačala može se mijenjati pojačanje (dozvoljene i negativne vrijednosti pojačala, npr. pojačanje –1 predstavlja inverter).
- Klikom na osciloskop otvara se display osciloloskopa na kojemu se može promatrati ponašanje željene varijable (obično izlazne varijable iz sustava) za vrijeme trajanja simulacije.

Odabir Format opcije na task bar-u nudi još neke mogućnosti editiranja blokova. Npr. Format → Flip Block opcija zrcali blok za 180°, dok Format → Rotate Block rotira blok za 90°, itd.

# Izvođenje simulacije:

Nakon što je blok u cijelosti nacrtan i sve karakteristike blokova podešene tako da odgovaraju željenom sustavu, slijedi izvođenje simulacije.

Prvo je potrebno odabrati željeno vrijeme trajanja simulacije (po defaultu, simulacija traje 10s). Trajanje simulacije postavlja se odabirom opcije: Simulation→ Simulation Parameters→ Solver, gdje se unesu start i stop time.

Zatim se simulacija starta odabirom opcije Simulation → Start (ili klikom na start ikonu, ili tipkama Ctrl+T). Za vrijeme trajanja simulacije poželjno je držati display osciloskopa otvorenim, da se vidi ponašanje izlazne varijable.

### Naknadna obrada i vizualizacija varijabli generiranih u sustavu:

Po završetku simulacije često želimo pristupiti varijablama koje sustav generira (npr. izlazna varijabla sustava) i primjerice, dodatno ih analizirati, obraditi ili prikazati grafom.

U tu svrhu potrebno je varijable pohraniti u workspace Matlab-a. Pohranjivanje u workspace provodi se na način da se u Simulation → Simulation Parameters→ Workspace I/O → Save to Workspace, označe one varijable koje želimo pohraniti u workspace (po defaultu, označene su varijable **tout** koja predstavlja uzorke vremena trajanja simulacije i **yout** koja predstavlja izlaznu varijablu).

Ako npr. želimo nacrtati graf izlazne varijable, u komandnom modu Matlab-a ćemo izvršiti naredbu: *plot(tout, yout)* 

### ZADACI

# LINEARNOST I VREMENSKA NEPROMJENJIVOST SUSTAVA

#### Zad 1.

- a) Napisati definicije linearnosti i vremenske nepromjenjivosti sustava
- b) Provjeriti da li su sustavi opisani slijedećim ulazno izlaznim vezama linearni i vremenski nepromjenjivi:
  - 1)  $y(t) = t^2x(t-2)$
  - 2) y(t) = 5x(t) + 4
  - 3)  $y[n] = x^2[n-3]$

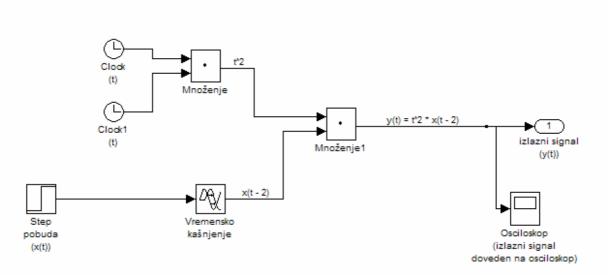
Svaki od sustava simulirati u Simulinku. Da bismo provjerili linearnost sustava, na ulaz trebamo dovesti linearnu kombinaciju dvaju signala i provjeriti da li odziv odgovara linearnoj kombinaciji pojedinačnih odziva. Za provjeru vremenske nepromjenjivosti na ulaz sustava dovodimo proizvoljni ulazni signal i promatramo njegov izlaz. Potom na ulaz dovodimo vremenski pomaknutu verziju ulaza, te provjeravamo da li je izlaz pomaknuta verzija izlaza originalnog signala.

Kao pomoć nacrtat ćemo sheme sustava pod rednim brojem 1) i 3) i provjerit ćemo linearnost sustava 1) i vremensku nepromjenjivost sustava 3). Ostalo riješiti samostalno!

# Provjera linearnosti sustava $y(t) = t^2x(t-2)$ :

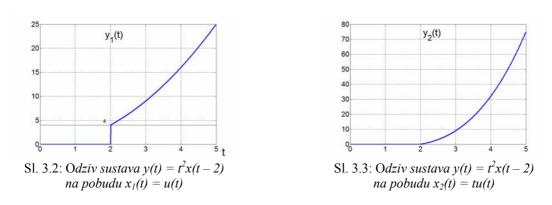
Shema sustava nacrtana u Simulinku prikazana je na slici 3.1. U shemi smo koristili slijedeće blokove:

- blok za step pobudu, naći ćemo ga u Simulink biblioteci kao: *Simulink* → *Sources* → *Step*
- blok za generiranje vremena t koje se koristi u simulaciji:  $Simulink \rightarrow Sources \rightarrow Clock$
- blok za množenje dvaju ulaza:  $Simulink \rightarrow Math \rightarrow Dot \ product$
- blok za kašnjenje ulaznog signala: Simulink → Continuous → Variable transport delay
- blok za pohranjivanje izlaznog signala:  $Simulink \rightarrow Sinks \rightarrow Out \ 1$
- blok za grafički prikaz izlaznog signala (ovdje smo koristili osciloskop): *Simulink* → *Sinks*→*Scope*

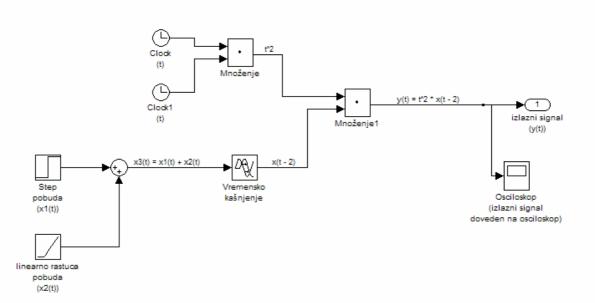


S1. 3.1: Simulink shema sustava  $y(t) = t^2x(t-2)$ 

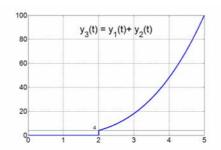
Da bismo provjerili linearnost, dovedimo na ulaz 2 proizvoljna signala, npr:  $x_1(t) = u(t)$  (step pobuda) i  $x_2(t) = t^*u(t)$  (linearno rastuća pobuda čiji blok se nalazi:  $Simulink \rightarrow Sources \rightarrow Ramp$ ). Kad izvršimo simulaciju, dobit ćemo pojedinačne odzive,  $y_1(t) = t^2u(t-2)$  i  $y_2(t) = t^2(t-2)u(t-2)$  prikazane na slikama 3.2 i 3.3 (Pojedinačni odzivi nacrtani su pomoću naredbe plot(tout, yout), pri čemu su tout i yout vrijeme simulacije i izlazna varijabla koji se automatski pohranjuju u workspace Matlaba nakon izvršenja simulacije):



Sada na ulaz dovedimo linearnu kombinaciju ulaznih signala, npr:  $x_3(t) = ax_1(t) + bx_2(t)$ , pri čemu je a = b = 1, shema je prikazana na slici 3.4.



S1. 3.4: Simulink shema sustava kad na ulaz dovedemo pobudu  $x_3(t) = x_1(t) + x_2(t)$ 



S1. 3.5: Odziv sustava na pobudu  $x_3(t) = x_1(t) + x_2(t)$ 

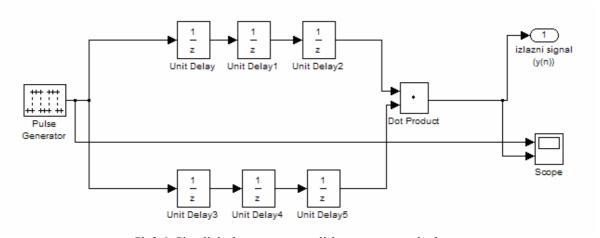
Na slikama 3.2, 3.3 i 3.5 vidimo da se odziv  $y_3(t)$  dobija zbrojem odziva  $y_1(t)$  i  $y_2(t)$ . Stoga možemo zaključiti da je sustav linearan.

Na analogan način provjeriti vremensku nepromjenjivost sustava!

# Provjera vremenske nepromjenjivosti sustava $y[n] = x^2[n-3]$ :

Nacrtajmo Simulink shemu sustava, Sl. 3.6. U shemi smo koristili slijedeće blokove:

- blok za diskretnu step pobudu, za koju koristimo generator impulsa koji se nalazi u: Simulink → Sources → Pulse generator. Parametre generatora impulsa podešavamo na slijedeći način:
  - za Pulse Type biramo opciju Sample based (tj. da dobijemo diskretne impulse)
  - ostale parametre namještamo po potrebi.
- blok za jedinično kašnjenje ulaznog diskretnog signala: Simulink → Discrete → Unit delay
- blok za množenje dvaju ulaza
- blok za pohranjivanje izlaznog signala
- blok za grafički prikaz izlaznog signala (osciloskop)



Sl. 3.6: Simulink shema sustava s diskretnom step pobudom

Vremensku nepromjenjivost ispitati tako da na ulaz dovedemo diskretnu step pobudu, potom vremenski pomaknutu step pobudu i promatramo odzive. Napomena: odzive nacrtati naredbom *stem(tout, yout)*.

#### STABILNOST SUSTAVA

#### Zad 2.

- a) Napisati definiciju stabilnosti sustava
- b) U Simulinku modelirati sustave sa slijedećim ulazno izlaznim vezama i provjeriti stabilnost sustava:
- 1)  $y(t) = e^{3x(t)} + e^{-3tx(t)}$
- 2)  $y[n] = e^{an} \sin(3/4 \pi n) x[n]$ ; pri čemu je a = 2, -2

Stabilnost promatramo tako da na ulaz dovedemo ograničenu pobudu (npr. step signal) i promatramo odziv.

# **POVEZIVANJE SUSTAVA**

#### Zad 3.

Zadana su dva sustava S<sub>1</sub> i S<sub>2</sub> sa svojim ulazno – izlaznim vezama:

 $S_1$ :  $y_1[n] = 2x_1[n] + 4x_1[n-1]$ 

 $S_2$ :  $y_2[n] = x_2[n-2] + 1/2*x_2[n-3]$ 

pri čemu su  $x_1[n]$  i  $x_2[n]$  ulazni signali u sustave.

Razmotrimo sustav S s ulazom x[n] i izlazom y[n], koji se dobije

- a) serijskom vezom sustava S<sub>1</sub> i S<sub>2</sub>.
- b) paralelnom vezom sustava  $S_1$  i  $S_2$ .
- 1) Odrediti ulazno izlaznu vezu sustava pod a) i b)
- 2) Odrediti odziv sustava pod a) i b) na diskretnu step pobudu
- 3) U Simulinku realizirati sustave pod a) i b) te simulirati odzive sustava na diskretnu pobudu. Usporediti rješenja dobivena pod 2) i 3)
- 4) Da li će se ulazno izlazna veza i odziv sustava pod a) promijeniti ako zamijenimo mjesta sustavima  $S_1$  i  $S_2$  u serijskoj vezi (tj. ako  $S_2$  prethodi sustavu  $S_1$ )? Odgovor provjeriti u Simulinku