

DIGITALNI SUSTAVI ZA OBRADU SIGNALA

Julije Ožegović
FESB Split

DIGITALNI SUSTAVI ZA OBRADU SIGNALA

UVOD: ANALOGNI I DIGITALNI SUSTAVI

I. OSNOVE DIGITALNE OBRADE SIGNALA

II. DIGITALNI FILTRI U VREMENSKOM
I FREKVENCIJSKOM PODRUČJU

III. STRUKTURA DIGITALNIH SUSTAVA
ZA OBRADU SIGNALA

IV. DIGITALNA OBRADA SIGNALA U PRIMJENI

UVOD: ANALOGNI I DIGITALNI SUSTAVI

- Činjenica i informacija

- Definicija analognog i digitalnog sustava

- Informacijski volumen

- Kodovi i kodiranje

- Kašnjenje i pamćenje

- Diskretno vrijeme

ČINJENICA I INFORMACIJA

- ČINJENICA
neka pojava postoji bez obzira da li je osjećamo
- INFORMACIJA
pojava je primijećena, a informacija o tome je priopćena (prenesena, zapisana)
- DRUŠTVO
ovisi o prijenosu i obradi informacija

DEFINICAJA ANALOGNOG I DIGITALNOG SUSTAVA

ANALOGNO

informaciji pridružujemo veličinu signala, npr.
masi napon ($1\text{g} = 1\text{mV}$; 0-10kg odgovara 0-9999mV)
povećanje točnosti \rightarrow povećati točnost sklopovlja

DIGITALNO

informaciji pridružujemo broj
broju pridružimo onoliko signala koliko ima znamenki
npr. masi broj od 4 znamenke, 0000-9999
broju pridružimo 4 signala, znamenki napon
povećanje točnosti \rightarrow povećati broj znamenki

INFORMACIJSKI VOLUMEN

$$V=2BDTK$$

2B DVOSTRUKA ŠIRINA POJASA

= BRZINA SIGNALIZACIJE

U jednom periodu prenosimo dva signalna elementa

D DINAMIKA

= BROJ BITA PO SIGNALNOM ELEMENTU

Po jednom signalnom elementu prenosimo jedan ili više bita (binarnih znamenki)

T VRIJEME

= PERIOD U KOJEM JE SUSTAV RASPOLOŽIV

Sustav može biti raspoloživ trajno ili samo dio ukupnog vremena

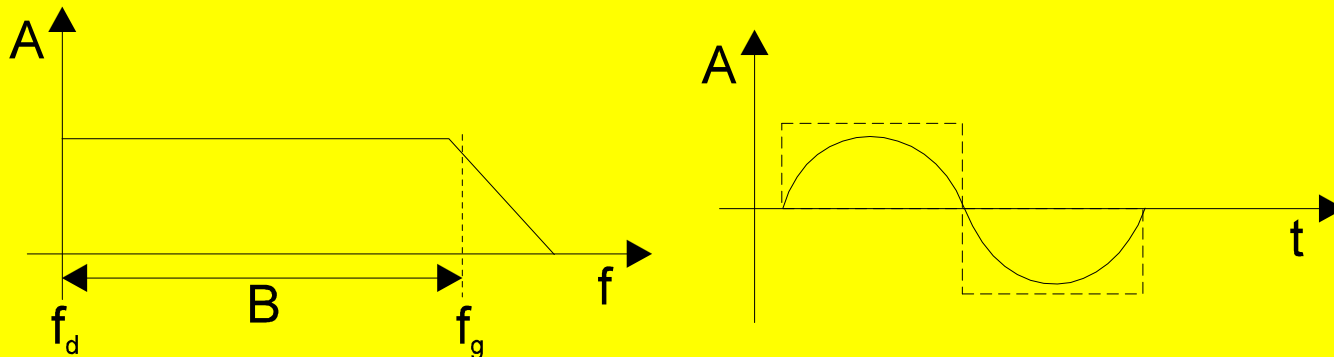
K BROJ KANALA

= BROJ PARALELNIH INFORMACIJSKIH SUSTAVA

Informaciju prenosimo, pamtimo ili obrđujemo paralelno po jednom ili više sustava

DVOSTRUKA ŠIRINA POJASA 2B

SUSTAV SA NISKIM PROPUSTOM

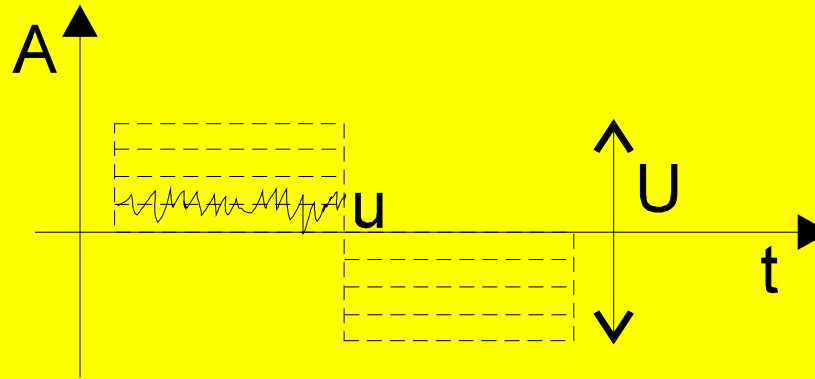


širina pojasa $B = f_g - f_d = f_g - 0 = f_g$

- u jednom periodu signala f_g prenesemo
DVA signalna elementa
- odatle $2B$ signalnih elemenata u sekundi (Bd)

DINAMIKA D

BROJ RAZINA PO SIGNALNOM ELEMENTU



Broj razina $R = U/u$

- Raspon signala ograničen dogovorom
- Minimalni signal ograničen smetnjama
- dogovor: $D = \log_2(R) = \text{ld}(R)$ bita/sign.elementu

KAPACITET $2B * D$

KAPACITET SUSTAVA

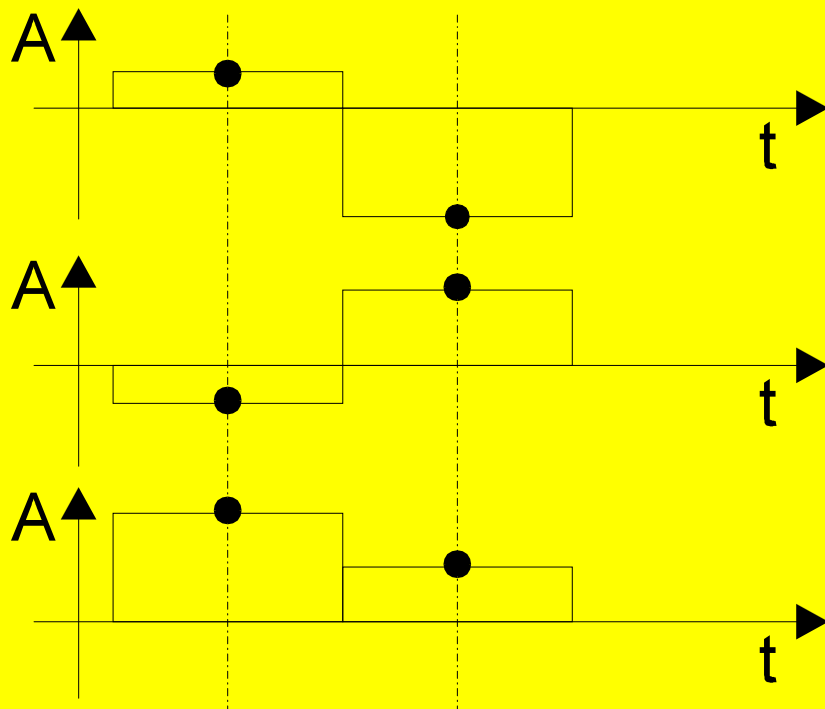
- Izražava
 - brzinu obrade
 - brzinu prijenosa
 - brzinu pristupa podacima
- Kapacitet C

$$C = 2B * D \quad [\text{se/sek} * \text{bit/se} = \text{bit/sek}]$$

BROJ PARALELNIH KANALA K

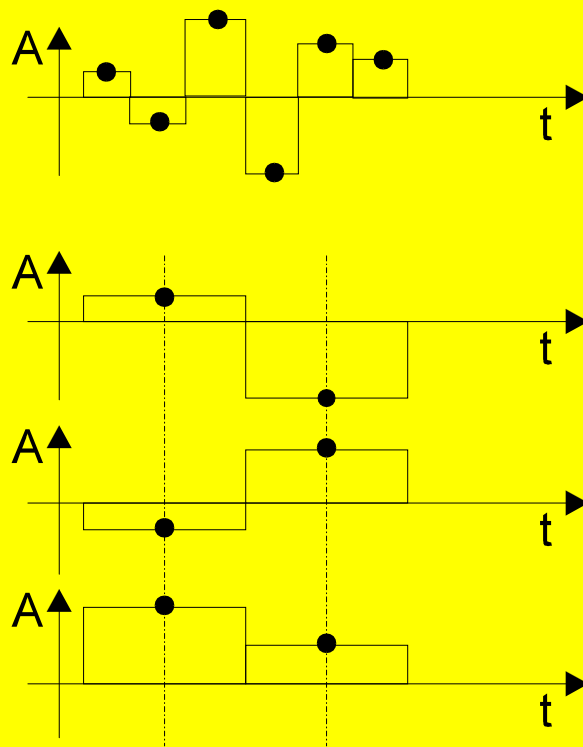
VIŠE ISTOVRISNIH KANALA

- volumen je $2BDTK$, inače suma pojedinačnih



SERIJSKI I PARALELNI PRIJENOS

SERIJSKI: 1 kanal k puta veće brzine



PARALELNO: k kanala jedinične brzine

KODOVI I KODIRANJE

KOD

- dogovorno uspostavljen sustav simbola kojima označavamo neke pojmove (informacije)

JEDNOZNAČNOST I RAZLUČIVOST

- jednom pojmu najmanje jedan simbol
- treba dovoljan broj simbola

KODIRANJE

- postupak konstrukcije koda (dodjeljivanje simbola)
- primjena koda: prevođenje informacije u simbole

DEKODIRANJE

- primjena koda: prevođenje simbole u informacije

KODOVI I KODIRANJE

NEPOSREDNI KODOVI

- nekom pojmu zasebni simbol
- primjer: kinesko pismo

POSREDNI KODOVI

- nekom pojmu dodijelimo riječ
- riječ formiramo izborom malog broja simbola - slova
- primjer: latinično pismo

KODNA RIJEČ ili KOMPLEKSIJA

- kodnu riječ formiramo iz skupa elementarnih simbola
- elementarni simbol = slovo
- kompleksija: cjelina sastavljena od više dijelova

KODOVI I KODIRANJE

KONAČNI I BESKONAČNI KODOVI

- teoretski: mogu biti beskonačni
- u praksi: konačni
- neposredni: ograničeni konačnim brojem simbola
- posredni: ograničeni konačnom duljinom riječi

ANALOGNI I DIGITALNI SUSTAVI

- analogni: neposredno kodiranje
- digitalni: posredno kodiranje

KAŠNJENJE I PAMĆENJE

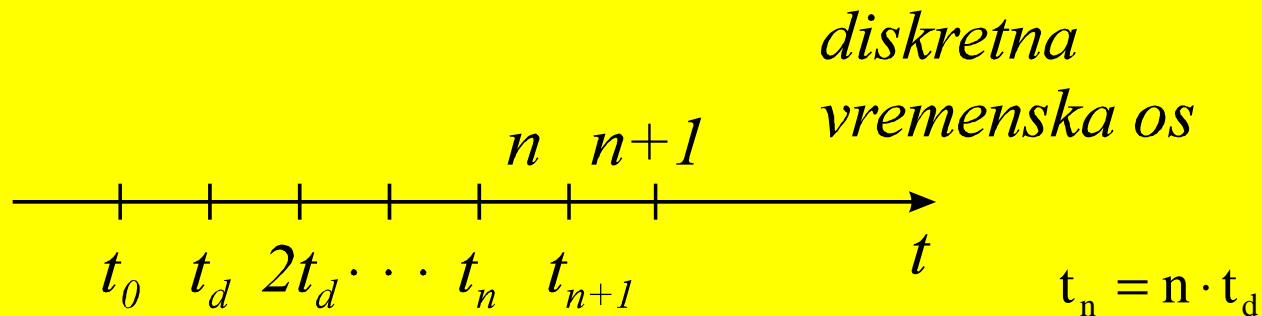
- KAŠNJENJE
zadržavanje informacije u vremenu (nepoželjno)
- PAMĆENJE
zadržavanje informacije u vremenu (poželjno)

⇒ KAŠNJENJE = PAMĆENJE

ostvaruje se promjenom i zadržavanjem strukture materije i/ili energije

DISKRETNNO VRIJEME

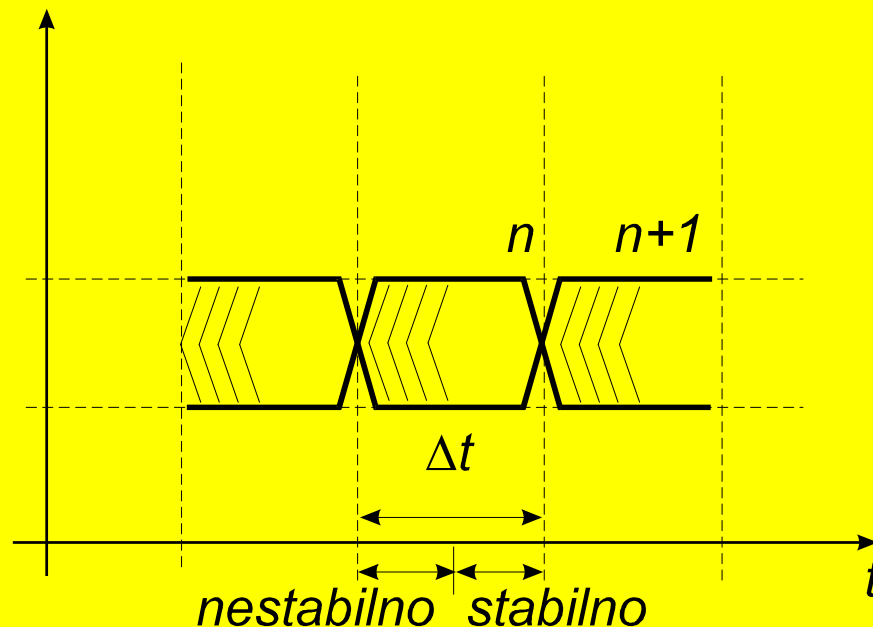
- Definirajmo diskretno vrijeme:



- promjene se dešavaju u trenucima t
- unutar perioda nema promjena
- t_n = sadašnji trenutak, t_{n+1} slijedeći trenutak
- n = sadašnji period, $n+1$ slijedeći period

DISKRETNNO VRIJEME

- Pamćenjem kompenziramo prijelaznu pojavu:



- Gradimo **sinkrone** sustave!

I. OSNOVE DIGITALNE OBRADJE SIGNALA

1. DIGITALNA OBRADA SIGNALA

2. SUSTAVI ZA DIGITALNU OBRADU SIGNALA

3. ANALIZA U VREMENSKOM PODRUČJU

4. DIGITALNA KONVOLUCIJA

5. ANALIZA U FREKVENCIJSKOM PODRUČJU

6. TRANSFORMACIJA APERIODIČKIH DIGITALNIH SEKVENCI

7. Z TRANSFORMACIJA

1. DIGITALNA OBRADA SIGNALA

1.1. PODRUČJE DIGITALNE OBRADÉ SIGNALA

1.2. UZORKOVANJE I A/D PRETVORBA

1.3. OSNOVNE VRSTE DIGITALNIH SIGNALA

1.4. NEODREĐENOST U DIGITALNIM SIGNALIMA

1.1. PODRUČJE DIGITALNE OBRADJE SIGNALA

- SVOJSTVA DSP SUSTAVA

- SIGNALI U DIGITALNOJ OBRADI

- BLOK SHEMA DSP SUSTAVA

- PRIMJERI PRIMJENE DSP SUSTAVA

- SVOJSTVA DSP SUSTAVA

PAMĆENJE, KAŠNJENJE

- pamćenje: zadržavanje informacije u vremenu
- kašnjenje: zadržavanje informacije u vremenu
- omogućava korištenje prošlih vrijednosti s ulaza i izlaza

MANIPULACIJA PODACIMA

- zbrajanje, oduzimanje
- množenje s konstantom
- omogućava ostvarenje niza korisnih funkcija

RAČUNALA OPĆE I POSEBNE NAMJENE

- obaviti potreban broj operacija u stvarnom vremenu
- osobna računala mogu, ali nisu ekonomična za stalni rad
- DSP sustavi optimizirani: po cijeni, potrošnji ...

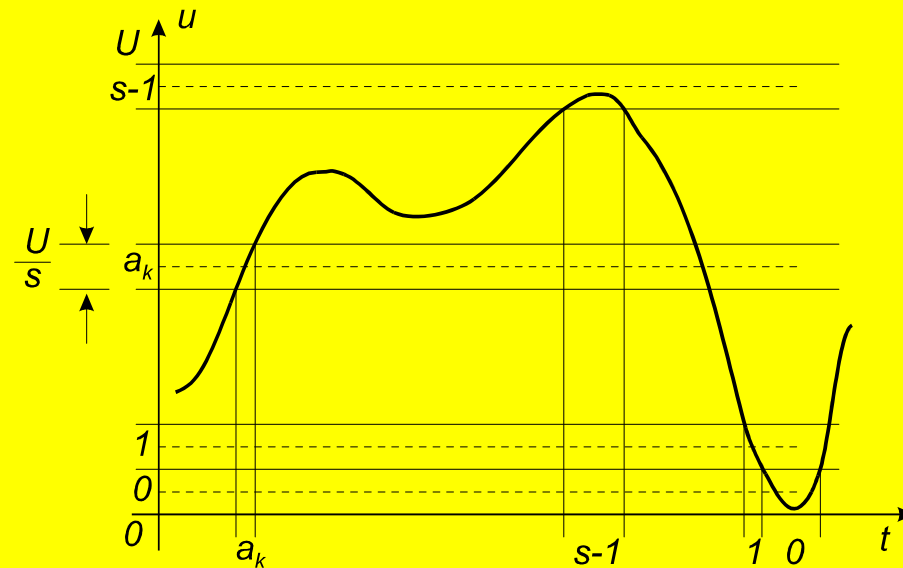
- SIGNALI U DIGITALNOJ OBRADI

- **KONTINUIRANA AMPLITUDA:**
 - neprekidna promjena napona
 - razlučivost ograničena smetnjama i točnošću
- **KONTINUIRANO VRIJEME:**
 - promjena neprekidna u vremenu
 - razlučivost ograničena brzinom sustava

SIGNALI U DIGITALNOJ OBRADI

- ANALOGNI SIGNAL

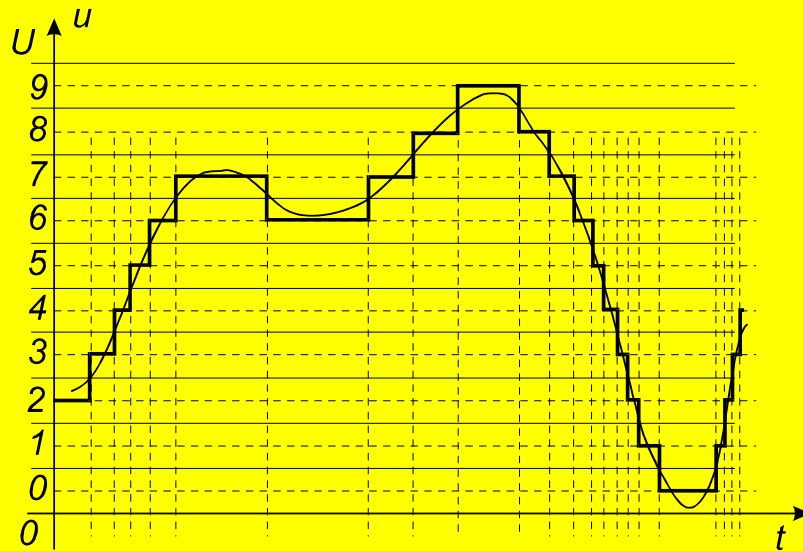
- kontinuiran po naponu
- kontinuiran po vremenu



SIGNALI U DIGITALNOJ OBRADI

- KVANTIZIRANI SIGNAL

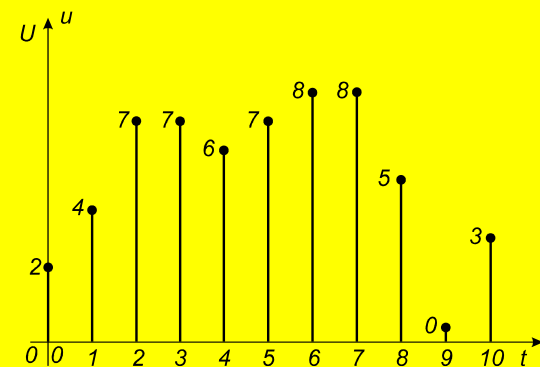
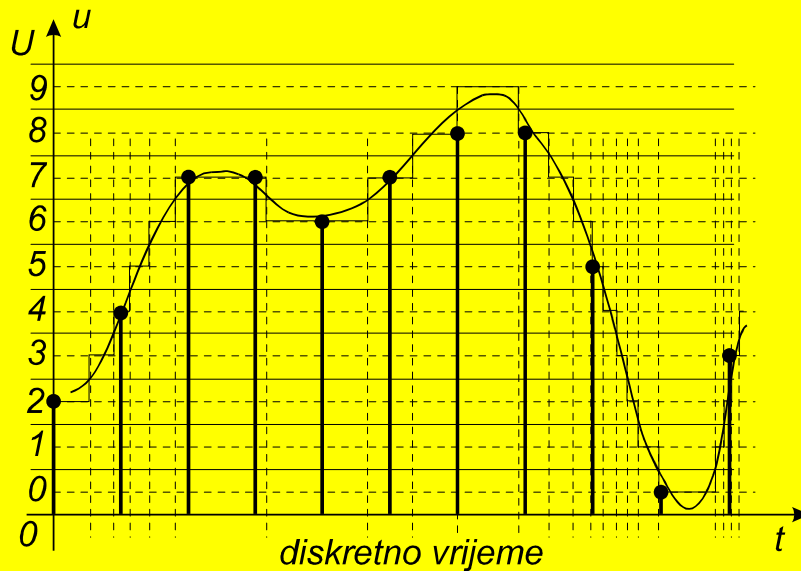
- diskretan po naponu
- kontinuiran po vremenu



SIGNALI U DIGITALNOJ OBRADI

- UZORKOVANI SIGNAL

- diskretan po naponu
- diskretan po vremenu



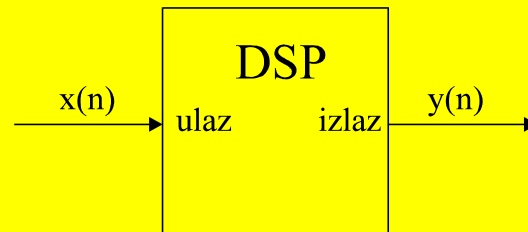
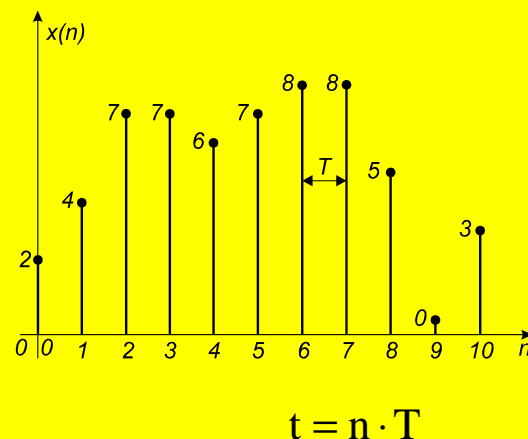
SIGNALI U DIGITALNOJ OBRADI

- DIGITALNI SIGNAL

- diskretan po naponu
- diskretan po vremenu
- prikazan nizom brojeva:

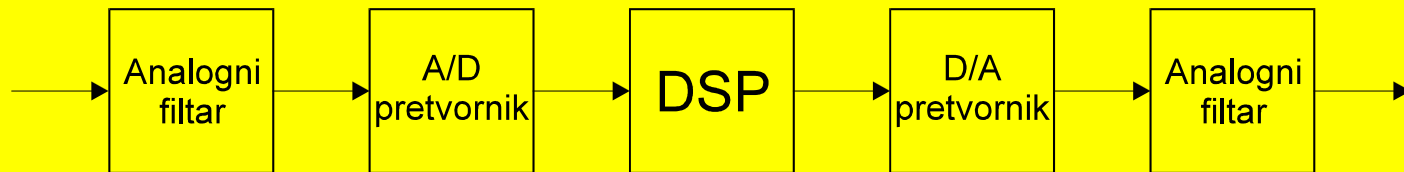
n:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x:	2	4	7	7	6	7	8	8	5	0	3
	0010	0100	0111	0111	0110	0111	1000	1000	0101	0000	0011

- ulaz: $x(n)$
- izlaz: $y(n)$
- n : vrijeme, ali i prostor
- jedno i višedimenzionalne liste



- BLOK SHEMA DSP SUSTAVA

- OSNOVNA SHEMA I VARIJACIJE

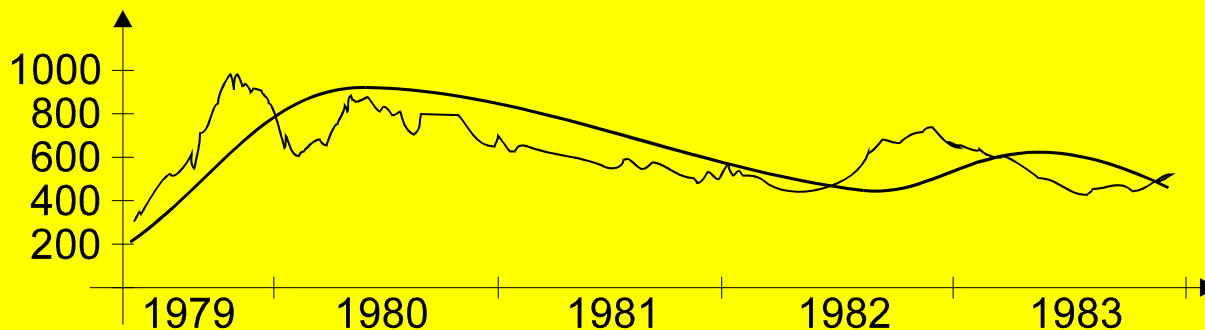


- ulazi sa senzora ili digitalno generirani
- izlazi na pretvornik, ili na digitalni zapis i prikaz
- DSP sustavi su stabilni, vremenom ne degradiraju
- DSP omogućavaju obrade nemoguće s analognom tehnikom
- DSP komponente brzo se razvijaju po snazi i sve su jeftinije

- PRIMJERI PRIMJENE

- EKONOMIJA: cijena zlata

$$y[n] = \frac{1}{200} \{ x[n] + x[n-1] + \dots + x[n-199] \} = 0,005 \sum_{k=0}^{199} x[n-k]$$

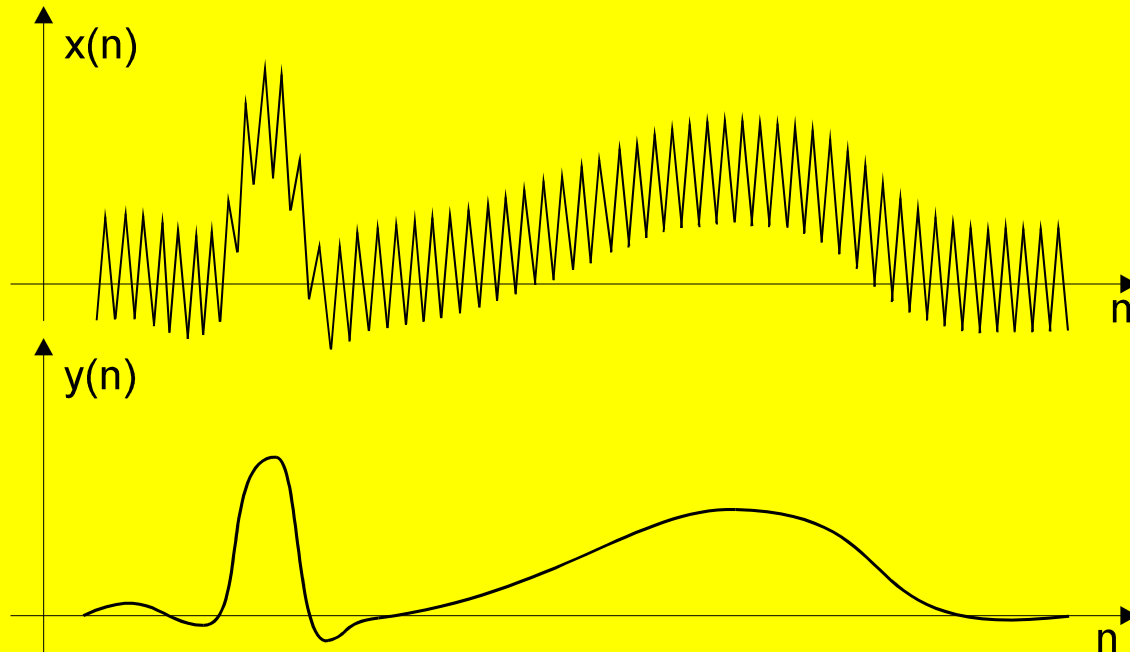


- 200 dnevni pomični prosjek (Moving Average) – digitalni filter
- smjestimo podatke u računalu, $y(n)$ izračuna za 200 prethodnih $x(n)$
- optimizirati:
$$y[n] = y[n-1] + 0,005 \{ x[n] - x[n-200] \}$$

PRIMJERI PRIMJENE

- MEDICINA: filtriranje smetnji EKG

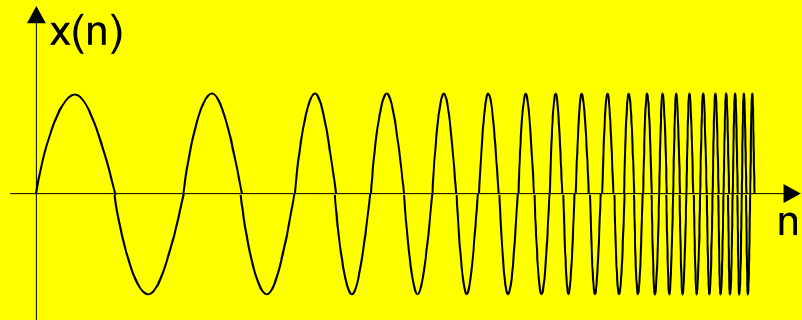
– notch: $y[n] = 1,8523 \cdot y[n-1] - 0,94833 \cdot y[n-2] + x[n] - 1,9021 \cdot x[n-1] + x[n-2]$



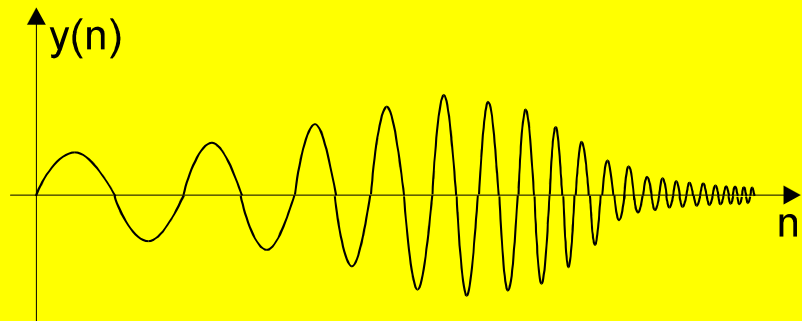
PRIMJERI PRIMJENE

- TELEKOMUNIKACIJE:

- propusnik pojasa:



$$y[n] = 1,5 \cdot y[n-1] - 0,85 \cdot y[n-2] + x[n]$$



- program 1.

1.2. UZORKOVANJE I A/D PRETVORBA

- TEOREM UZORKOVANJA

- PREKRIVANJE (ALIASING)

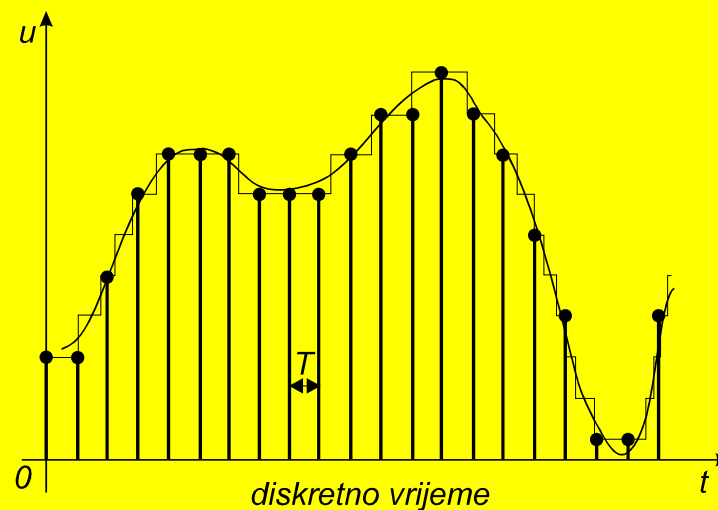
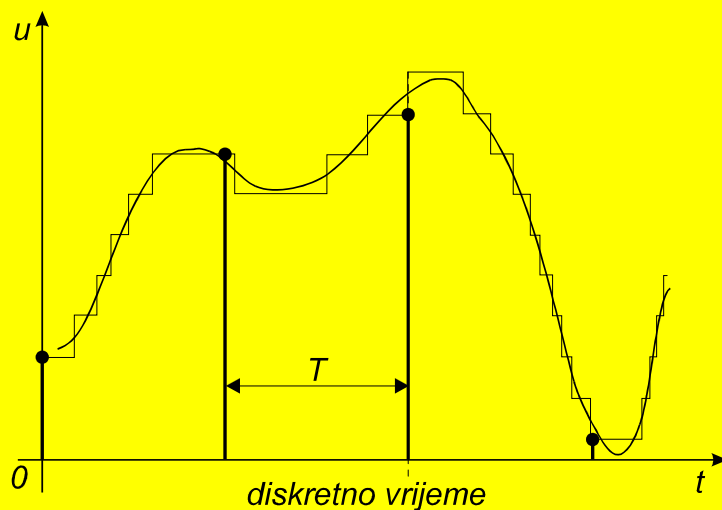
- POGRJEŠKE UZORKOVANJA

- D/A PRETVORBA

- TEOREM UZORKOVANJA

• FREKVENCIJA UZORKOVANJA

- nije svejedno kojom učestalošću će signal biti uzorkovan:



$$t = n \cdot T$$

- niska frekvencija ne garantira prijenos informacije
- visoka frekvencija nepotrebno opterećuje DSP

TEOREM UZORKOVANJA

- SHANNONOV TEOREM

- za signal s gornjom frekvencijom f_g ,
uzorkovati najmanje frekvencijom $2 \cdot f_g$ $T \leq \frac{1}{2 \cdot f_g}$
- uz period uzorkovanja T , možemo prikazati signal gornje granične frekvencije:

$$f_g \leq \frac{1}{2 \cdot T} ; \omega_g = 2\pi \cdot f_g \leq \frac{\pi}{T}$$

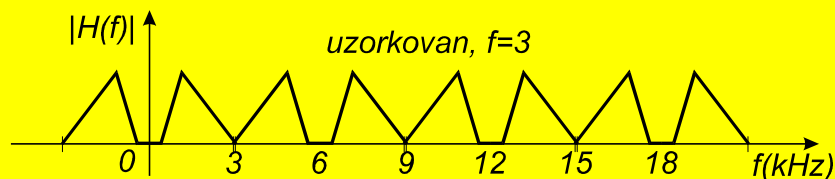
- PREKRIVANJE (ALIASING)

• SPEKTAR SE PONAVLJA

- za prenisku frekvenciju dolazi do prekrivanja



- aliasing
- potrebno analogno filtriranje
- anti-aliasing filter

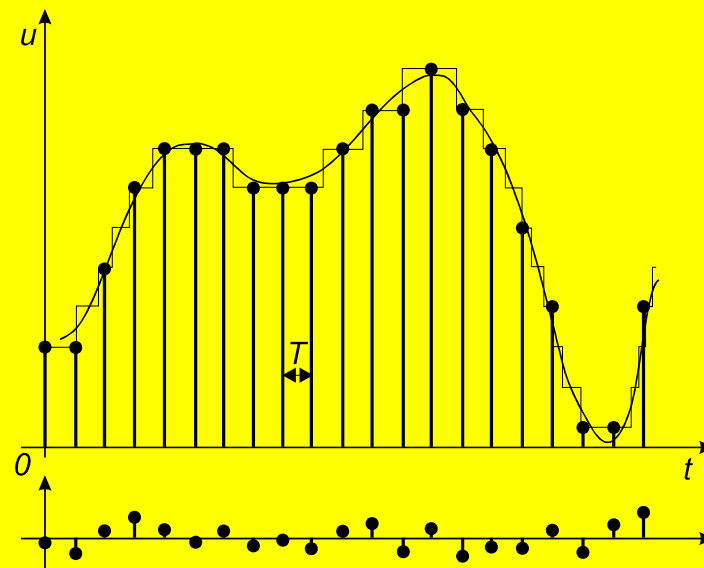


- POGRJEŠKA UZORKOVANJA

- ŠUM KVANTIZACIJE

- slučajna razlika stvarne i kvantizirane vrijednosti
- maksimalno $\frac{1}{2}$ koraka kvantizacije
- korak kvantizacije obrnuto proporcionalan broju bita A/D pretvornika

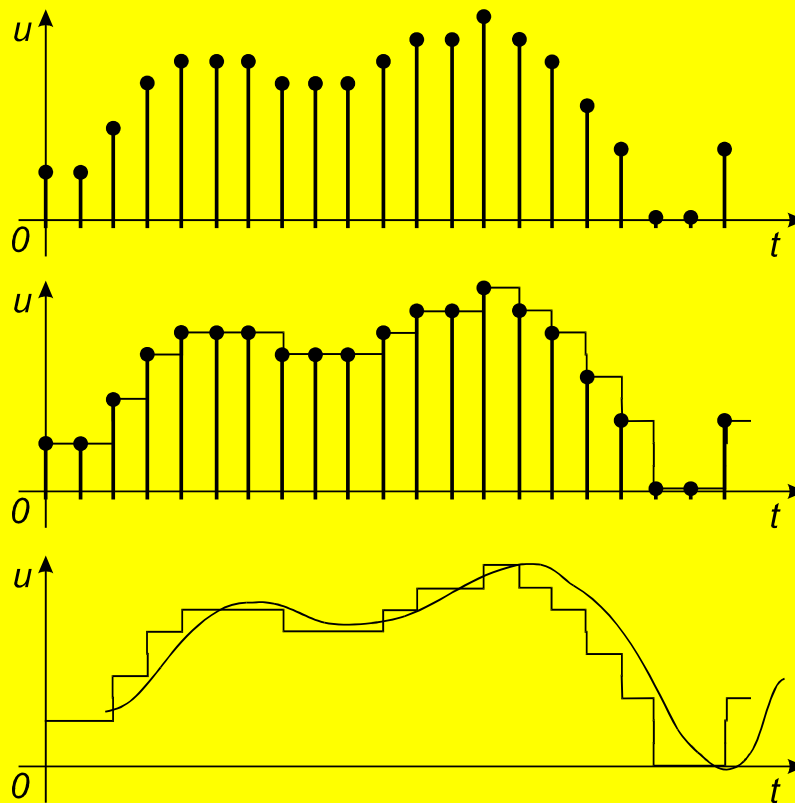
$$\epsilon \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{2^n} = U \cdot 2^{-(n+1)}$$



- D/A PRETVORBA

- REKONSTRUKCIJA ANALOGNOG SIGNALA

- zadržimo vrijednost
- analogni filter
- signal kasni



1.3. OSNOVNE VRSTE DIGITALNIH SIGNALA

- OSNOVNI SIGNALI

- EISPONENCIJALNI, SIN, COS

- ODNOS FREKVENCIJA SIGNALA I UZORKOVANJA

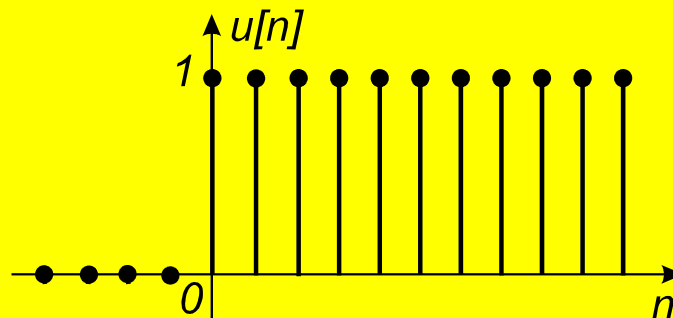
- OSNOVNI SIGNALI

- Primjena osnovnih signala:
 - stvarni signali su zbroj jednostavnih
 - mnogi algoritmi su **linearni**, pa je odziv zbroja signala jednak zbroju odziva pojedinih signala
 - jednostavno ih je generirati pa se koriste za testiranje svojstava linearnih sustava

OSNOVNI SIGNALI

- Jedinični STEP $u[n]$:

$$u[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$

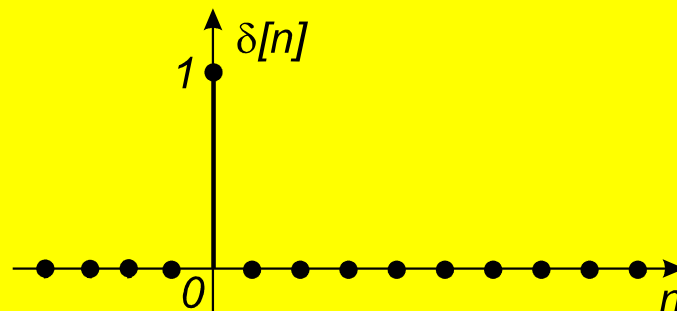


- predstavlja trajnu jediničnu pobudu od $n=0$

OSNOVNI SIGNALI

- Jedinični IMPULS $\delta[n]$:

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$



- predstavlja trenutnu jediničnu pobudu u $n=0$
- izuzetno značajan,
svi drugi signali su pomaknuti impulsi različitih amplituda

OSNOVNI SIGNALI

- Veza STEP i IMPULS:

- step je pomična (running) suma jediničnog impulsa:

$$u[n] = \sum_{m=-\infty}^n \delta[m]$$

- impuls možemo generirati kao razliku dva stepa:

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

- impuls je diferencija prvog reda step signala

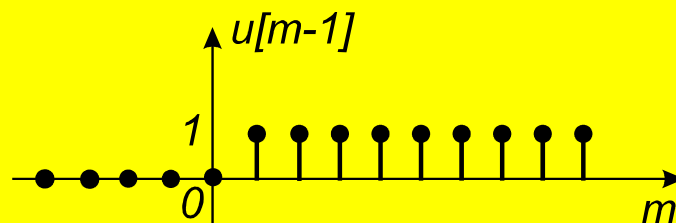
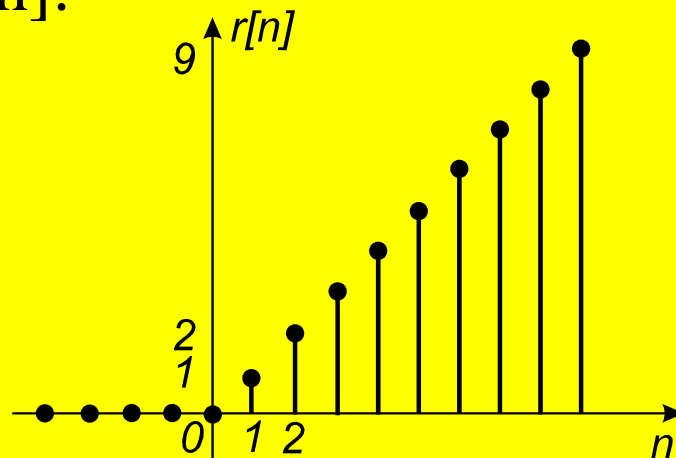
OSNOVNI SIGNALI

- Jedinični porast (RAMP) $r[n]$:

$$r[n] = n \cdot u[n]$$

- ramp je pomična suma jediničnog stepa:

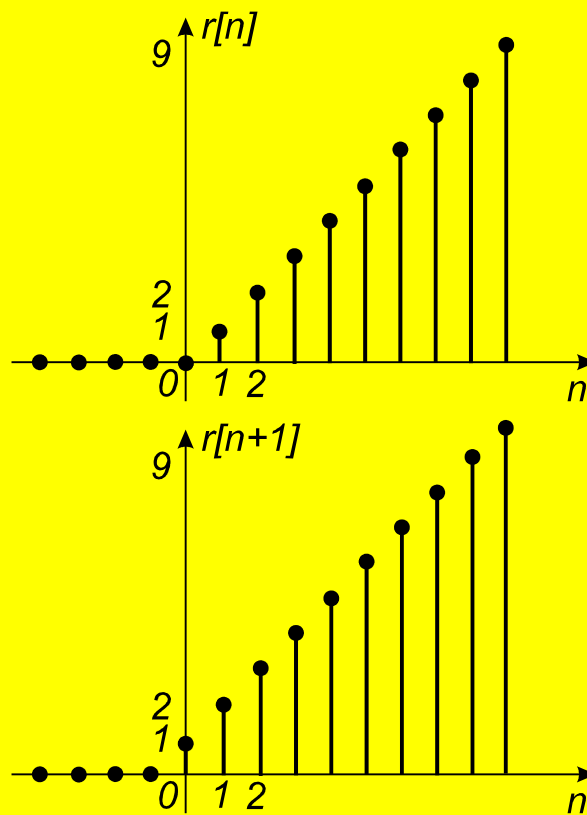
$$r[n] = \sum_{m=-\infty}^n u[m-1]$$



OSNOVNI SIGNALI

- Jedinični porast (RAMP) $r[n]$:
 - step je diferencija prvog reda ramp signala

$$u[n] = r[n+1] - r[n]$$



- EKSPONENCIJALNI, SIN, COS

- Primjena exp, sin, cos signala:
 - izuzetno su važni
 - pojavljuju se u prirodi, tehnici, znanosti
 - uzorkovani eksponencijalni signali omogućavaju DSP u frekvencijskom području
 - slični sa ekvivalentnim kontinuiranim signalima ali ima i razlika

EKSPONENCIJALNI, SIN, COS

- Eksponencijalni signal:

- osnovna definicija:

$$x[n] = A \cdot \exp(\beta n) = A \cdot e^{\beta n} = A \cdot B^n$$

- svojstvo geometrijske progresije:

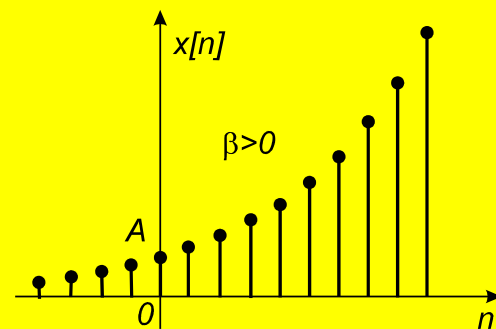
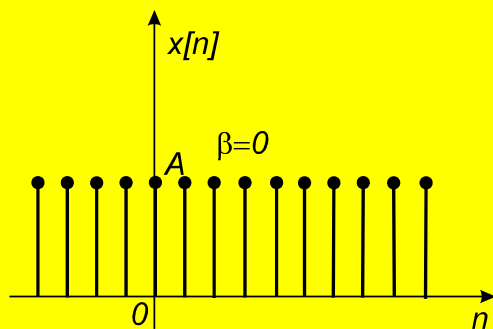
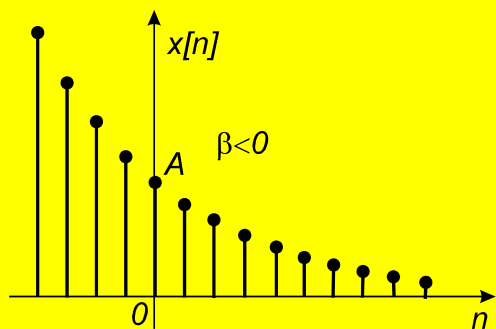
$$x[n] = A \cdot B^n \quad ; \quad e^{\beta} = B \quad \quad x[n+1] = A \cdot B^{n+1} = A \cdot B \cdot x[n]$$

- A pretpostavljamo da je uvijek realan
- β može biti realan ili kompleksan

EKSPONENCIJALNI, SIN, COS

- Eksponencijalni signal:

- za realni β :



- u praksi $x[n]=0$ za $n < 0$

EKSPONENCIJALNI, SIN, COS

- Eksponencijalni signal, sin i cos:

- za imaginarni $\beta=j\Omega$:

$$x_1[n] = A \cdot \exp(j\Omega n) = A \cdot \cos(\Omega n) + jA \cdot \sin(\Omega n)$$

- za $\beta=-j\Omega$:

$$x_2[n] = A \cdot \exp(-j\Omega n) = A \cdot \cos(-\Omega n) - jA \cdot \sin(-\Omega n)$$

$$= A \cdot \cos(\Omega n) - jA \cdot \sin(\Omega n)$$

$$\begin{aligned}\cos(-x) &= \cos(x) \\ \sin(-x) &= -\sin(x)\end{aligned}$$

- slijedi: $x_1[n] + x_2[n] = 2A \cdot \cos(\Omega n)$

EKSPONENCIJALNI, SIN, COS

- Eksponencijalni signal, sin i cos :

- dobijemo:

$$A \cdot \cos(\Omega n) = \frac{1}{2} \{x_1[n] + x_2[n]\} = \frac{A}{2} \cdot \exp(j\Omega n) + \frac{A}{2} \cdot \exp(-j\Omega n)$$

- također je:

$$x_1[n] - x_2[n] = 2jA \cdot \sin(\Omega n)$$

- i nadalje:

$$A \cdot \sin(\Omega n) = \frac{A}{2j} \cdot \exp(j\Omega n) - \frac{A}{2j} \cdot \exp(-j\Omega n)$$

EKSPONENCIJALNI, SIN, COS

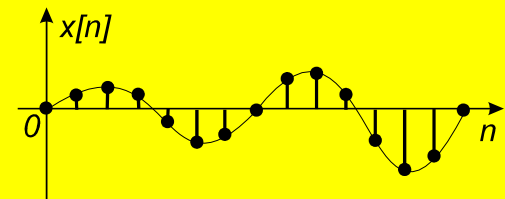
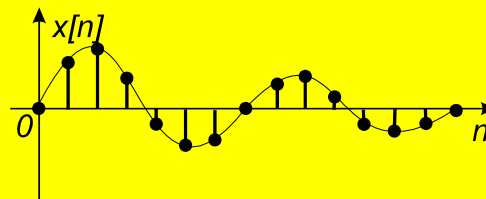
- Kompleksni β :

$$x[n] = A \cdot \exp(\beta n) = A \cdot \exp((\beta_0 + j\Omega)n) = A \cdot \exp(\beta_0 n) \cdot \exp(j\Omega n)$$

- kombinacijom dviju eksponencijalnih funkcija dobijemo:

$$x[n] = A \cdot \exp(\beta_0 n) \cdot \sin(\Omega n) \text{ ili } x[n] = A \cdot \exp(\beta_0 n) \cdot \cos(\Omega n)$$

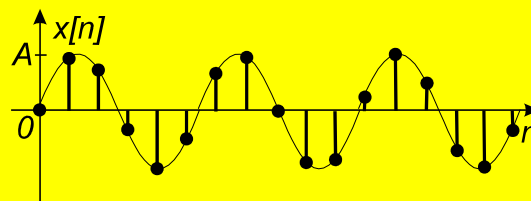
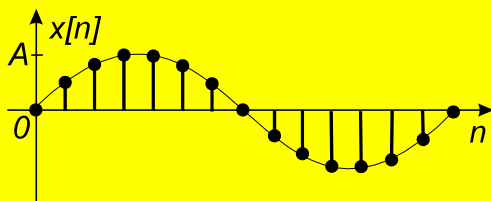
- to su sinusoidalni signali sa padajućom ili rastućom amplitudom:



- program 2.

- OMJER FREKVENCIJA SIGNALA I UZORKOVANJA

- Razlika uzorkovanog i kontinuiranog sin i cos signala:
 - kontinuirani sin i cos su periodični
 - uzorkovani sin i cos NE MORAJU biti periodični
 - uzorci se nalaze na valu kontinuiranog signala
 - stvarni oblik ovisi o omjeru
 - frekvencije f i
 - frekvencije uzorkovanja f_s



OMJER FREKVENCIJA SIGNALA I UZORKOVANJA

- Omjer f i f_s :

- pretpostavimo da je $x[n]$ periodičan s periodom $N \cdot T$ vrijedi:

$$\begin{aligned}x[n] &= A \cdot \exp(j\Omega n) = A \cdot \exp(j\Omega(n + N)) \\ &= A \cdot \exp(j\Omega n) \exp(j\Omega N)\end{aligned}$$

- mora biti: $\exp(j\Omega N) = 1$
- pa moramo izabrati:

$$\Omega N = 2\pi \cdot m \quad ; \quad \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{m}{N}$$

- dakle, omjer $\Omega/2\pi$ mora biti racionalan broj!

OMJER FREKVENCIJA SIGNALA I UZORKOVANJA

- Vrijeme i frekvencija:

- ako je $x[n]=\sin(\Omega n)$, Ω mora biti u radijanima
- Ω NIJE u rad/sec, NIJE striktno frekvencija
- umjesto toga koristimo broj uzoraka po periodu:

$$\Omega n = 2\pi \quad ; \quad n = 2\pi/\Omega$$

- za diskretno vrijeme vrijedi:

$$t = nT \quad ; \quad f_s = 1/T$$

- pa su vrijednosti sin signala:

$$x[n] = \sin(\Omega n) = \sin(\omega n T) = \sin(2\pi f n T) = \sin\left(2\pi f n \frac{1}{f_s}\right) = \sin\left(2\pi \frac{f}{f_s} n\right)$$

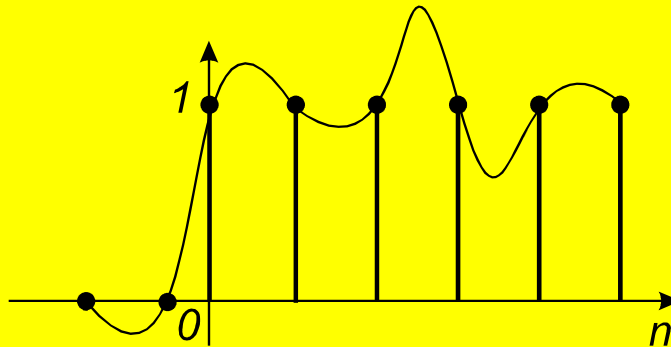
1.4. NEODREĐENOST DIGITALNIH SIGNALA

- PROBLEM REKONSTRUKCIJE

- PROBLEM SIN i COS SIGNALA

- PROBLEM REKONSTRUKCIJE

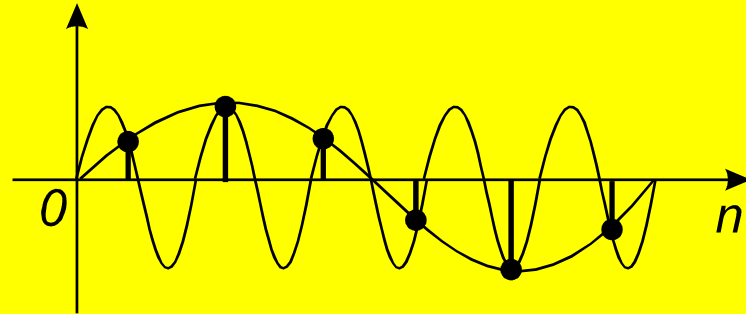
- Odnos kontinuiranog i digitalnog signala:
 - digitalni potječe od kontinuiranog
 - za jedan digitalni imamo beskonačno kontinuiranih
 - npr. kroz $u[n]$ možemo provući svakakve signale:



- pretpostavljamo da je poštovan teorem uzorkovanja

- PROBLEM SIN I COS SIGNALA

- Višekratnici frekvencije:
 - skupu uzoraka sinusoidalnog signala odgovara više mogućih sinusoida:



- pogledajmo:

$$x[n] = \exp(j\{\Omega + 2\pi\} \cdot n) = \exp(j\Omega \cdot n) \cdot \exp(j2\pi \cdot n) = \exp(j\Omega \cdot n)$$

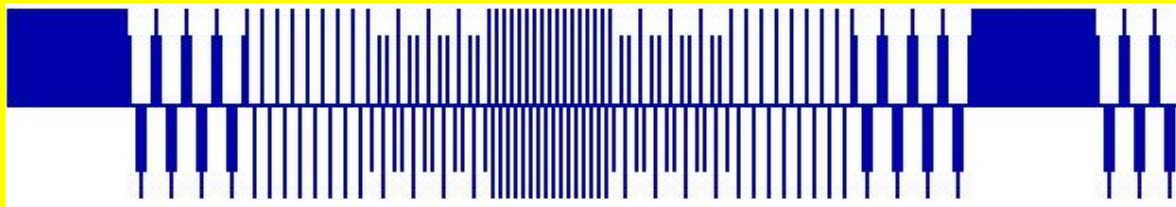
- $x[n]$ je isti za sve $\Omega + 2\pi \cdot m$

PROBLEM SIN I COS SIGNALA

- Program 3:
 - generira se cos signal u 10 koraka povećanja frekvencije

$$x[n] = \cos(\Omega \cdot n) = \cos\left(2\pi \frac{m}{8} \cdot n\right) ; m = 0 \dots 9$$

- dobije se:



- ukratko: teorem uzoraka kaže $0 \leq \Omega \leq \pi$

2. SUSTAVI ZA DIGITALNU OBRADU SIGNALA

2.1. LINEARNI VREMENSKI NEPROMJENLJIVI SUSTAVI (LTI)

2.2. STRUKTURA I OSTALA SVOJSTVA LTI SUSTAVA

2.3. NELINEARNI I VREMENSKI PROMJENLJIVI SUSTAVI

2.1. LINEARNI VREMENSKI NEPROMJENLJIVI SUSTAVI (LTI)

- DEFINICIJA I ZNAČAJ LTI

- SVOJSTVO LINEARNOSTI

- SVOJSTVO VREMENSKE NEPROMJENLJIVOSTI

- DEFINICIJA I ZNAČAJ LTI SUSTAVA

- LTI = Linear Time Invariant System:
 - **Linearnost:** primjenljiv princip superpozicije
 - **Vremenska nepromjenljivost:** istovjetnost obrade u raznim vremenskim periodima
 - Može biti poseban digitalni sklop
 - Može biti posebno mikroračunalo (DSP)
 - Može biti računalo opće namjene s DSP programom

SVOJSTVO LINEARNOSTI LTI

- Možemo primijeniti svojstvo **superpozicije**:

- odziv zbroja signala jednak je zbroju (superpoziciji) odziva pojedinih signala
- odziv je izlaz sustava za neki ulazni signal
- stoga mora vrijediti za pobude x_1 i x_2 :

$$x_1[n] \rightarrow y_1[n] ; x_2[n] \rightarrow y_2[n] \Rightarrow \{x_1[n] + x_2[n]\} \rightarrow \{y_1[n] + y_2[n]\}$$

- također vrijedi i svojstvo **homogenosti** (očuvanja težinskog faktora):

$$x_1[n] \rightarrow y_1[n] \Rightarrow a \cdot x_1[n] \rightarrow a \cdot y_1[n]$$

SVOJSTVO LINEARNOSTI LTI

- Svojstvo očuvanja frekvencije:
 - ako ulazni signal sadrži neke frekvencije
odziv LTI sadržavat će samo te frekvencije,
i niti jednu drugu
 - uzorkovana sinusoida propuštena kroz LTI
ostaje sinusoida iste frekvencije
 - ako je ulazni signal suma sinusoidalnih komponenti,
izlazni signal LTI je suma sinusoidalnih izlaza istih
frekvencija

SVOJSTVO VREMENSKE NEPROMJENLJIVOSTI LTI

- Parametri LTI se NE mijenjaju s vremenom:

- jedini efekt vremenskog pomaka signala
je istovrsni vremenski pomak odziva

$$x_1[n] \rightarrow y_1[n] \Rightarrow x_1[n+s] \rightarrow y_1[n+s]$$

- većina prirodnih i DSP sustava imaju svojstvo vremenske nepromjenljivosti
- ovdje se bavimo LTI sustavima

2.2. STRUKTURA I OSTALA SVOJSTVA LTI SUSTAVA

- PRIMJER LTI SUSTAVA

- MOGUĆE STRUKTURE LTI SUSTAVA

- OSTALA SVOJSTVA LTI SUSTAVA

- PRIMJER LTI SUSTAVA

- Registar kasa:

- očekujemo za svakog kupca sumu cijena artikala koje unosimo redom:

$$y[n] = x[n] + x[n-1] + x[n-2] + \dots$$

- u stvarnosti privremenoj sumi pribrajammo cijenu slijedećeg artikla:





$$y[n] = y[n-1] + x[n]$$

- to je očito LTI sustav: ako dva odvojena računa zbrojimo rezultat je isti kao da su artikli zajedno kupljeni; također očekujemo da će suma istih artikala iz dana u dan ostati ista

PRIMJER LTI SUSTAVA

- Potrebne operacije:
 - pamćenje = kašnjenje
 - zbrajanje i oduzimanje
 - množenje s konstantom
 - npr. sustav nepropusnik frekvencije (notch)
$$y[n] = 1,8523 \cdot y[n-1] - 0,94833 \cdot y[n-2] + x[n] - 1,9021 \cdot x[n-1] + x[n-2]$$
 - je LTI zato jer koristi samo gore navedene operacije

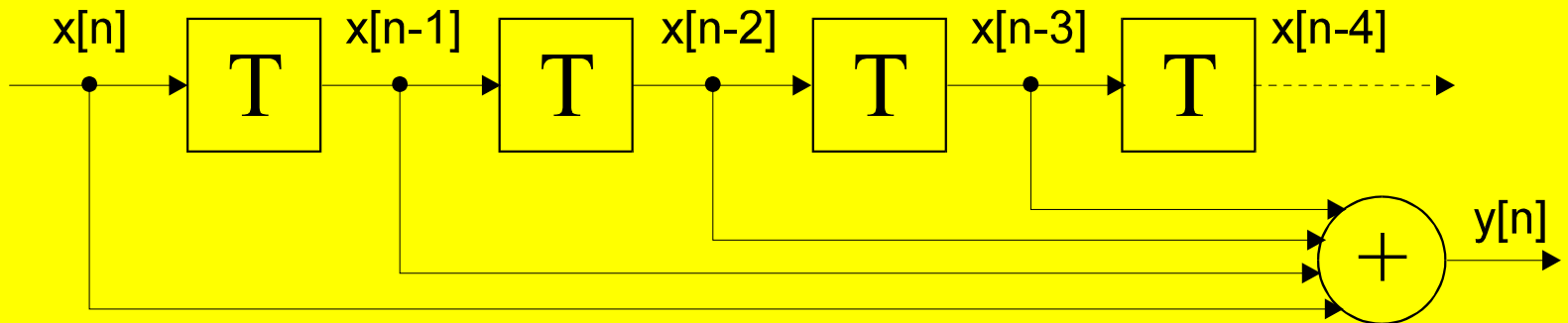
- STRUKTURA LTI SUSTAVA

- Blok dijagram sustava:
 - pamćenje = kašnjenje označavamo operatorom kašnjenja

 - zbrajanje i oduzimanje označavamo operatorom zbrajanja

 - množenje s konstantom označavamo operatorom množenja

 - množenje dvaju signala NIJE linearno!

STRUKTURA LTI SUSTAVA

- Blok dijagram sustava:
 - npr. registar kasa nerekurzivno :

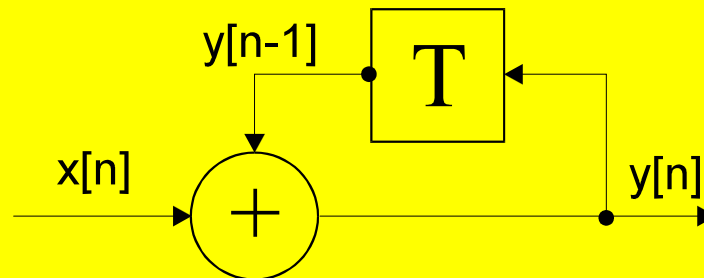
$$y[n] = x[n] + x[n-1] + x[n-2] + \dots$$



STRUKTURA LTI SUSTAVA

- Blok dijagram sustava:
 - ili registar kasa rekurzivno:

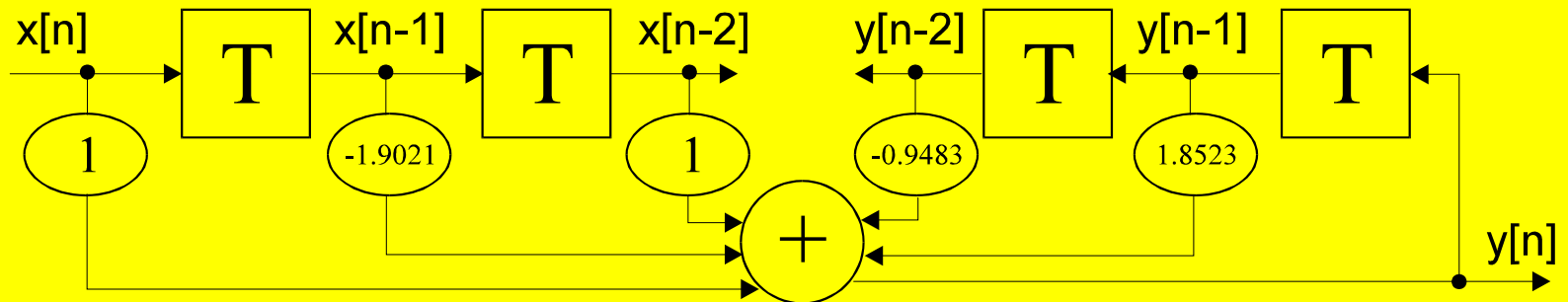
$$y[n] = y[n-1] + x[n]$$



STRUKTURA LTI SUSTAVA

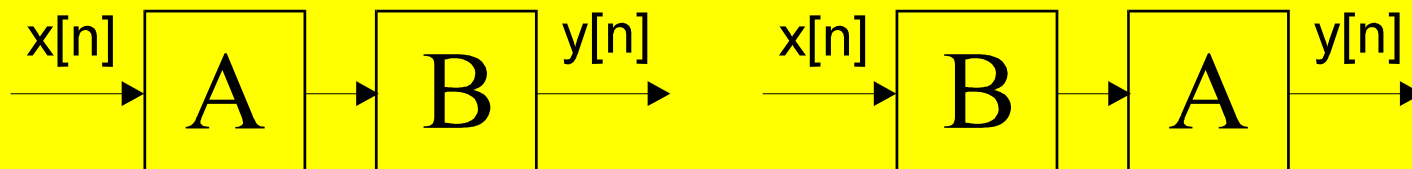
- Blok dijagram sustava:
 - npr. sustav nepropusnik frekvencije (notch)

$$y[n] = 1,8523 \cdot y[n-1] - 0,94833 \cdot y[n-2] + x[n] - 1,9021 \cdot x[n-1] + x[n-2]$$



- OSTALA SVOJSTVA LTI SUSTAVA

- Na osnovu svojstva superpozicije:
 - **asocijativnost:**
složeni LTI možemo nadomjestiti s više jednostavnih LTI
 - **komutativnost:**
LTI dizajniramo kao seriju ili kaskadu,
i to bilo kojim redoslijedom!



OSTALA SVOJSTVA LTI SUSTAVA

- Ostala bitna svojstva su:
 - **kauzalnost:**
izlaz ovisi samo o sadašnjim i prethodnim vrijednostima
(nisu raspoložive buduće vrijednosti)
 - **stabilnost:**
odziv sustava je ograničen (konačan), ne divergira,
na osnovu ograničenog ulaznog signala
makar došlo do **zasićenja** zbrajanja
 - mnogi sustavi su **invertibilni**: $x[n] \rightarrow y[n] \Rightarrow y[n] \rightarrow x[n]$
 - LTI sadrže **memoriju**

2.3. NELINEARNI I VREMENSKI PROMJENLJIVI SUSTAVI

- SVOJSTVO NELINEARNOSTI

- VREMENSKA PROMJENLJIVOST

- SUSTAVI S UČENJEM

- SVOJSTVO NELINEARNOSTI

- Nasuprot linearnosti i superpozicije:

- npr. kvadratna funkcija

$$y_1[n] = (x_1[n])^2 ; y_2[n] = (x_2[n])^2$$

- daje različiti odziv za sumu pobudnih signala

$$\begin{aligned} y_3[n] &= (x_1[n] + x_2[n])^2 = (x_1[n])^2 + (x_2[n])^2 + 2 \cdot x_1[n] \cdot x_2[n] = \\ &= y_1[n] + y_2[n] + 2 \cdot x_1[n] \cdot x_2[n] \end{aligned}$$

SVOJSTVO NELINEARNOSTI

- Gubi se očuvanje frekvencije:

- npr. kvadrat sinusa:

$$x[n] = \sin(\Omega n) ; y[n] = (x[n])^2 = \sin^2(\Omega n)$$

- a to je signal dvostruke frekvencije:

$$y[n] = \sin^2(\Omega n) = \frac{1}{2} \{1 + \cos(2\Omega n)\} = 0,5 + 0,5 \cdot \cos(2\Omega n)$$

SVOJSTVO NELINEARNOSTI

- Analiza nelinearnih sustava:
 - nelinearnost je mala: **ignoriraj!**
 - nelinearnost je srednja: koristi **male signale!**
 - nelinearnost je velika: **lineariziraj!**
homomorfnom transformacijom:

$$a[n] = b[n] \cdot c[n] \Rightarrow \log(a[n]) = \log(b[n]) + \log(c[n])$$

- SVOJSTVO VREMENSKE PROMJENLJIVOSTI

- Nasuprot vremenske nepromjenljivosti:
 - mijenjaju se parametri (konstante množenja)
 - mijenja se struktura (konstanta 0 ili različita od 0)
 - primjena:
 - sustavi s učenjem
 - dizajn učenjem (treniranjem)

- SUSTAVI S UČENJEM

- parametri se mijenjaju namjerno:
 - tijekom treniranja (dizajna, sinteze)
 - tijekom rada
 - strategija:
 - promijeniti parametre prema algoritmu učenja
 - izračunati pogrješku prema željenom svojstvu
 - ako je pogrješka veća, idi na početak
 - sinteza ja gotova