

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

1	2	3	$\Sigma$

1. **(8 bodova)** Funkciju  $f(x) = \sqrt{2x+1}$  interpolirajte polinomom  $P_3$  trećeg stupnja na Čebiševljevoj mreži čvorova u intervalu  $[0, 2]$ . Izračunajte (u decimalnim brojevima, zaokružujući na šest decimala) Newtonov oblik interpolacijskog polinoma  $P_3$ . Izračunajte vrijednost interpolacije u točki  $x = 0.75$  i pripadnu apsolutnu pogrešku.
2. **(10 bodova)** Odredite (u racionalnim brojevima) vektor  $x$  koji minimizira normu  $\|Ax - b\|_2$  koristeći metodu najmanjih kvadrata uz pomoć QR rastava, pri čemu je

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 2 & 0 \\ 6 & -9 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte kvalitetu prilagodbe,  $q = \frac{\|Ax - b\|_2}{\|b\|_2}$ .

3. **(7 bodova)** Što je interpolacija pomoću splajnova? Iz kojih uvjeta se izvodi prirodni kubični interpolacijski splajn? Kako se izvode fomule za koeficijente prirodnog kubičnog interpolacijskog splajna?

### Rješenja:

1.  $P_3(x) = 1 - 0.828428x - 0.161761x(x - 0.5) + 0.042997x(x - 0.5)(x - 1.5)$   
 $P_3(0.75) = 1.584944$   
 $|f(0.75) - P_3(0.75)| = 0.003805$

$$2. A = QR = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 6 \\ 2 & -6 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & -9 \\ 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} -\frac{12}{49} \\ \frac{5}{21} \end{bmatrix}, \quad q = 0.808$$