

**ALGORITMI**  
**Kolokvij I**  
**2005/2006**

1. Kod računanja vremena izvršavanja QuickSort algoritma koristili smo nejednakost

$\sum_{q=2}^{n-1} q \ln q \leq \frac{n^2}{2} \ln n - \frac{n^2}{4}$ . Pokažite pomoću aproksimacije korištenjem integrala da je ta nejednakost točna.

2. Riješite slijedeću rekurziju metodom iteracije

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ T(n-1) + 3^n & \text{za ostale} \end{cases}$$

3. Izračunajte koliko se puta, kao funkcija od  $n$  (za  $n \geq 1$ ), izvrši naredba output. Napišite točno rješenje i asimptotsku granicu.

```
i=n
while (i>=1) do {
    for j = 1 to 2*i do {
        output()
    }
    i=i/4
}
```

4. Pokažite i objasnite na primjeru polja (1,5,8,9,1,1) kako radi CountinSort algoritam. Da li je CountingSort stabilan algoritam i zašto?

5. Dano je polje od  $n$  vektora od kojih se svaki sastoji od 3 komponente, a svaka komponenta je cijeli broj od 1 do 20. Definirajmo da su dva vektora bliska ako su im jednake bilo koje dvije komponente, a razlikuju se u najviše jednoj komponenti. Primjerice vektor (3,14,2) je blizak vektoru (3,15,2) i vektoru (3,14,1) ali nije blizak (4,14,3). Definirajte  $O(n)$  algoritam koji u polju od  $n$  vektora pronađe dva vektora koja su bliska, ili izvijesti da takva dva vektora ne postoje.