

predavanje 8: Fizikalna optika

1. Ukratko objasnite sljedeće pojmove: konstruktivna i destruktivna interferencija svjetlosti, ogib, optička rešetka. (obavezno)

- ◆ **Interferencija svjetlosti** je pojava superponiranja dvaju ili više valova svjetlosti.
- ◆ Primjer: interferencija dvaju izvora (s jakostima električnog polja elektromagnetskog vala E_1 i E_2 , i valom koji se širi u smjeru osi z)

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 = E_{10} \sin(\omega t - kz_1) + E_{20} \sin(\omega t - kz_2) \\ \text{uz } E_{10} &= E_{20} = E_0; \quad k(z_2 - z_1) = \varphi; \quad k(z_1 - z_2) = \alpha \\ \Rightarrow E &= 2E_0 \cos \frac{\varphi}{2} \sin(\omega t - \alpha) = E_{012} \sin(\omega t - \alpha) \end{aligned}$$

- ◆ Uvjet za **svjetlo** (konstruktivna interferencija) ima oblik: $z_2 - z_1 = m\lambda$
- ◆ Uvjet za **tamu** (destruktivna interferencija) je:

$$z_2 - z_1 = \frac{2m+1}{2} \lambda$$

pri čemu m poprima vrijednost $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Ogib ili difrakcija je opća karakteristika svih valova. Kad valna fronta svjetlosnog vala naiđe na prepreku deformira se i javlja se svjetlo i u području geometrijske sjene. Ogib se opaža kad su dimenzije prepreke ili pukotine usporedive s valnom duljinom.

Optička rešetka sastoji se od velikog broja ekvidistantnih pukotina. Tipična rešetka ima nekoliko tisuća ekvidistantnih pukotina po centimetru. Intenzitet uzorka na zastoru je rezultat kombinacije ogiba i interferencije. Svaka pukotina proizvodi ogib, ogibni snopovi interferiraju međusobno i formiraju konačni uzorak.

2. Objasnite interferenciju dvaju izvora harmoničkih valova svjetlosti u točki koja je od jednog udaljena za z_1 , a od drugog izvora za z_2 .

Svako valovito gibanje može se prikazati kao superpozicija sinusnih valova.

Neka se sinusni valovi svjetlosti, odnosno elektromagnetski valovi šire iz dva točkasta izvora I_1 i I_2 koji titraju amplitudama E_{10} i E_{20} i frekvencijom ω tako da je trenutna jakost električnog polja E_1 jednoga i E_2 drugog izvora:

$$E_1 = E_{10} \sin \omega t$$

$$E_2 = E_{20} \sin \omega t$$

gdje je t vrijeme.

Valovi se iz izvora šire na sve strane. U točki A nastaje slaganje valova iz oba izvora. Ta točka udaljena je od prvog izvora za $z_1 = \overline{I_1 A}$, a od drugoga za $z_2 = \overline{I_2 A}$.

Jakost električnog polja koja stiže od prvog izvora u točki A ima iznos:

$$E_1 = E_{10} \sin (\omega t - k z_1)$$

a val koji stiže od drugog izvora u točki A ima elongaciju:

$$E_2 = E_{20} \sin (\omega t - k z_2)$$

pri čemu je $k = \frac{\omega}{v} = \frac{n \omega}{c}$ valni broj, brzina rasprostiranja vala, n indeks loma sredstva, dok je c brzina svjetlosti.

U specijalnom slučaju, kad je $E_{10} = E_{20} = E_0$, rezultantna jakost električnog polja u točki A iznosi:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \left[\sin(\omega t - k z_1) + \sin(\omega t - k z_2) \right]$$

odnosno:

$$E = 2 E_0 \cos \frac{\varphi}{2} \sin(\omega t - \alpha)$$

gdje je:

$$k(z_2 - z_1) = \varphi \quad ; \quad k(z_1 + z_2) = \alpha$$

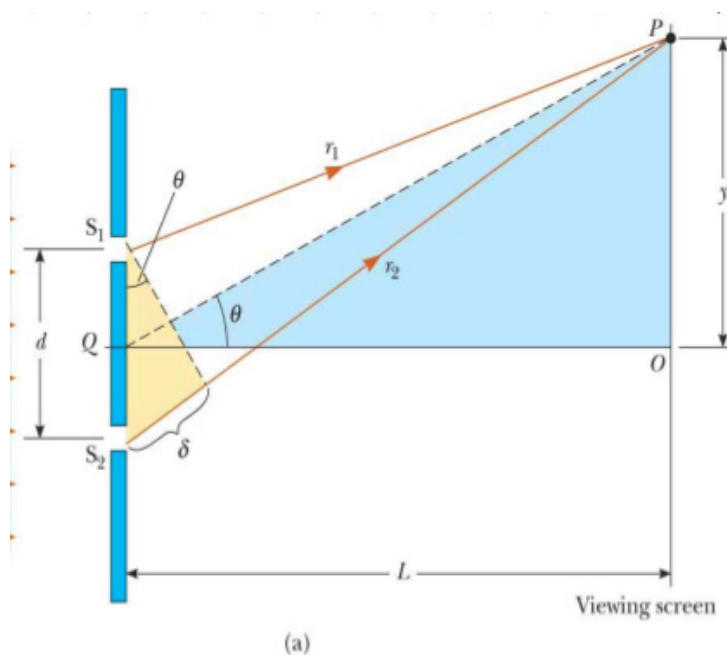
Konstruktivna interferencija (svjetlo) nastupa kad je:

$$\cos \frac{\varphi}{2} = \pm 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\varphi}{2} = \frac{k}{2}(z_2 - z_1) = m \pi \quad \Rightarrow \quad (z_2 - z_1) = m \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Destruktivna interferencija (tama) nastupa kad je:

$$\cos \frac{\varphi}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\varphi}{2} = \frac{k}{2}(z_2 - z_1) = \frac{2m+1}{2} \pi \quad \Rightarrow \quad (z_2 - z_1) = \frac{2m+1}{2} \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

3. Opišite Youngov eksperiment. Izvedite izraz za udaljenost maksimuma svjetlosti od središta zastora i izraz za intenzitet svijetlih pruga na zastoru.



Youngov eksperiment je eksperimentalni dokaz interferencije svjetlosti.

Svjetlost iz monokromatskog izvora pada na prvi zaslon s uskom pukotinom, koja dalje služi kao izvor svjetlosti. Svjetlost iz tog izvora pada na drugi zaslon s dvije uske pukotine na malom razmaku (d), koji služe kao sekundarni monokromatski točkasti izvori koji su koherentni. Iza zaklona nastaje prekrivanje snopova svjetlosti koji se šire od tih izvora, pa se javlja interferencija. Na zastoru na udaljenosti L od pukotina vide se tamne i svijetle pruge interferencije.

Dvije zrake koje interferiraju na zastoru u točki P imaju razliku u hodu:

$$\Delta = \sqrt{L^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2}$$

gdje je L udaljenost od pukotina do zastora, y položaj točke P mjereno od sredine zastora, dok je y udaljenost između pukotina.

Drukčije pisano:

$$\Delta = L \left[\sqrt{1 + \left(\frac{y + \frac{d}{2}}{L}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{y - \frac{d}{2}}{L}\right)^2} \right]$$

Budući da je: $\frac{y + d/2}{L} \ll 1$; $\frac{y - d/2}{L} \ll 1$, onda možemo pisati:

$$\Delta = L \left[1 + \frac{\left(y + \frac{d}{2}\right)^2}{2L^2} - 1 - \frac{\left(y - \frac{d}{2}\right)^2}{2L^2} \right]$$

$$\left(\sqrt{1+x^2} \approx 1 + \frac{x^2}{2} \quad \text{za } x \ll 1 \right)$$

odnosno: $\Delta = \frac{d y}{L}$

Na zastoru se pojavljuje maksimum svjetlosti ako je razlika hoda cjelobrojni višekratnik valnih duljina svjetlosti, tj.

$$\Delta = \frac{d y}{L} = m \lambda \Rightarrow$$

pa je udaljenost maksimuma svjetlosti od središta zastora: $y = m \frac{L \lambda}{d} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Optička razlika u hodu δ , valova koji se širi iz jedne i druge pukotine je:

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

- Ovo vrijedi uz pretpostavku da su putovi paralelni.
- Ovo nije egzaktno točno, ali je dobra aproksimacija kad je $L \gg d$ (udaljenost od pukotine do zastora znatno veća od razmaka između pukotina).

Konstruktivna interferencija: razlika u hodu mora biti ili jednaka nuli ili cijelom broju valnih duljina:

$$d \sin \theta_{\text{svjetlo}} = m \lambda$$

- $m = 0, 1, 2, \dots$
- m je **redni broj interferencijske pruge**
- $m = 0$, **nulti maksimum**
 - ◆ kad je $m = 1$, onda govorimo o interferencijskoj pruzi prvog reda.

Destruktivna interferencija se javlja kad je razliku u hodu jednak neparnom broju valnih poluduljina:

$$d \sin \theta_{\text{tama}} = \lambda (2m + 1)/2$$

- $m = 0, 1, 2, \dots$

Svjetle interferencijske pruge nemaju jasno izražene rubove. Jednadžbe koje smo izveli daju samo položaj centara svijetlih i tamnih interferencijskih pruga.

Razdioba svjetlosnog intenziteta u interferencijskom uzorku s dvije pukotine može se izračunati.

- Pretpostavimo:

dvije pukotine predstavljaju dva koherentna harmonijska izvora elektromagnetskog vala

Valovi imaju istu frekvenciju, ω

Valovi imaju konstantnu razliku u fazi, φ

- Ukupna amplituda električnog polja u bilo kojoj točki na zastoru je dana superpozicijom električnih polja dvaju valova koji se šire iz dva izvora (pukotina).

- Amplituda pojedinog vala u točki P je:

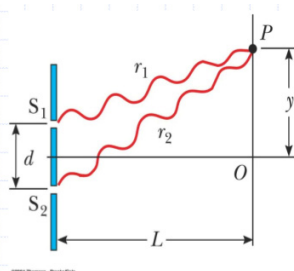
- $E_1 = E_0 \sin \omega t$
- $E_2 = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$
- Oba vala imaju istu maksimalnu amplitudu E_0

- Fazna razlika između dvaju valova u točki P ovisi o njihovoj razlici u hodu:

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

- Razlika u hodu iznosa λ odgovara faznoj razlici iznosa 2π .

- Razlika u hodu iznosa δ je dio od λ kao što je fazna razlika φ dio od 2π .



$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\varphi}{2\pi} \rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

- Iznos rezultantnog električnog polja u točki P dobije se primjenom principa superpozicije:

$$E_P = E_1 + E_2 = E_0 [\sin \omega t + \sin(\omega t + \varphi)] \quad \varphi = (2\pi/\lambda) d \sin \theta$$

- To se može zapisati u obliku:

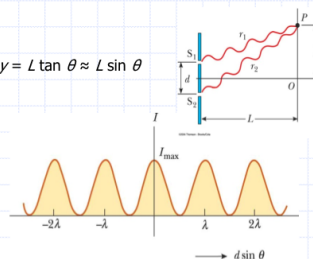
$$E_P = 2E_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

- Intenzitet svjetla je proporcionalan kvadratu rezultantne amplitude električnog polja u toj točki P.

$$I = I_{\max} \cos^2\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right) \approx I_{\max} \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda L} y\right)$$

$$y = L \tan \theta \approx L \sin \theta$$

- $I_{\max} = 4E_0^2$
- Interferencijski uzorak čine jednako razmaknute pruge jednakih intenziteta
- Ovo vrijedi samo ako je $L \gg d$ i za male kutove θ



4. Objasnite interferenciju na tankim listićima. Objasnite Rayleigh-ev kriterij za moć razlučivanja dvaju izbora.

Interferencijski efekti se često uočavaju na tankim filmovima tekućina (mjehurići sapunice i film ulja na vodi)

Različite boje koje se uočavaju kad svjetlost pada na sapunicu ili tanki film ulja na vodi, nastaju interferencijom valova koji se reflektiraju na dvije površine tankog filma (sloja).

Pretpostavimo da su zrake svjetlosti gotovo okomite nadvije površine tankog filma (sloja)

Zraka 1 se reflektira na površini A i doživljava skok u fazi za 180° u odnosu na upadnu zraku.

Zraka 2 se reflektira na donjoj površini filma (B) i ne doživljava skok u fazi u odnosu na upadnu zraku. Zraka 2 ima duži put za $2t$ prije nego se dvije zrake ponovo preklape.

Uvjet za konstruktivnu interferenciju zraka 1 i 2 je:

$$(2t)n = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, 1, 2 \dots)$$

U račun je uzeta razlika optičkih putova i skok u fazi 180° , n je indeks loma tankog filma.

Uvjet za destruktivnu interferenciju:

$$(2t)n = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2 \dots)$$

$$\delta = 2nd \cos l - \frac{\lambda}{2}$$

Kad se tanki listić (npr. mjehurić sapunice) obasja bijelom svjetlošću nastaju interferentne pruge različitih boja koje sačinjavaju bijelu svjetlost. Za neke valne duljine (boje) interferencija reflektiranih zraka na gornjoj i donjoj površini će biti konstruktivna, a za neke destruktivna.

Rayleigh-ev kriterij za razlučivanje

- Dva izvora će se moći razlučiti ako prvi ogibni minimum (tama) jednog izvora pada u centralni maksimum (svjetlo) drugog izvora.

$$\sin \theta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$
$$\theta_{\min} \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Gornja relacija definira minimalni kut između dva izvora koji se još mogu razlučiti (D – dijametar kružne leće). Gornja relacija vrijedi za male kutove, $\theta_{\min} < 10^\circ$ izražene u radijanima.

Objašnjenje:

Kada stojimo blizu Seuratove slike, tada je kut pod kojim se vide točke veći od θ_R i točke se mogu vidjeti, i to točno u boji u kojoj su i naslikane.

Ako se, međutim, dovoljno udaljimo od slike da kutna udaljenost među točkama postane manja od θ_R , točke se ne mogu razlučiti.

Boja koju vidimo tada je "superpozicija" boja pojedinih točkica koje se ne mogu razlučiti.

5. Što je ogib svjetlosti? Objasnite Fraunhoferov ogib na jednoj pukotini. Objasnite uvjete za pojavu minimuma i maksimuma inteziteta.

Ogib ili difrakcija je opća karakteristika svih valova. Kad valna fronta svjetlosnog vala naiđe na prepreku deformira se i javlja se svjetlo i u području geometrijske sjene. Ogib se opaža kad su dimenzije prepreke ili pukotine usporedive s valnom duljinom.

Razlikujemo dvije vrste ogiba s obzirom na udaljenost izvora svjetlosti i zastora od pukotine na kojoj se događa ogib:

- Fresnelov ogib: izvor svjetlosti i zastor na kojem se promatra ogib nalaze se na konačnoj udaljenosti od pukotine.

- Fraunhoferov ogib: Izvor svjetlosti i zastor su jako daleko od pukotine, valne plohe su ravnine, a zrake svjetlosti su međusobno paralelne, granični slučaj Fresnelovog ogiba.

Nema nikakve fundamentalne fizikalne razlike između Fresnelovog i Fraunhoferovog ogiba, samo je matematički opis Fresnelovog ogiba složeniji.

Fraunhoferov ogibni uzorak se javlja kad su zrake paralelne:

- Zastor daleko od pukotine
- Pomoću leća moguće je ostvariti uvjete pri kojima vrijedi Fraunhoferova difrakcija da su valne plohe elektromagnetskog ogibnog vala ravnine.

Prema Huygensovom principu svaka točka valne fronte je novi izvor elementarnog kuglastog vala.

Svjetlo iz jednog dijela ogibne pukotine može interferirati sa svjetlošću iz drugog dijela pukotine.

Rezultantni intenzitet svjetla na zastoru ovisi o kutu θ .

Svi valovi koji se šire iz pukotine su u fazi.

Za dani kut ogiba θ , val iz točke pukotine označene brojem 5 ima duži put od vala iz točke 1 za iznos:

$$d \sin \theta$$

Ako je ova razlika puta upravo jednaka λ , tada se valovi iz 1 i 3 destruktivno interferiraju, odnosno svaki val iz donje polovice se poništi s valom iz gornje polovice pukotine.

U općem slučaju, **destruktivna interferencija se javlja kad je ispunjen uvjet:**

$$d \sin \theta_{tama} = m\lambda, m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

d – širina pukotina, θ – kut ogiba

Intenzitet svjetla na zastoru proporcionalan je kvadratu rezultatnog električnog polja E .

I_{\max} – intenzitet za kut ogiba $\theta = 0$

■ **Intenzitet centralnog maksimuma.**

a – širina pukotine

$$I(\vartheta) = I_{\max} \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \vartheta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \vartheta} \right]^2$$

Glavni maksimum intenziteta svjetlosti I_0 nalazi se u sredini slike ($\vartheta=0$).

Uvjet za minimum je:

$$I(\alpha) = 0 \Rightarrow \frac{\pi a}{\lambda} \sin \vartheta = m \pi \Rightarrow a \sin \vartheta = m \lambda$$

Uvjet za pokrajni maksimum je:

$$\frac{\pi a}{\lambda} \sin \vartheta = (2m + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow a \sin \vartheta = \frac{2m + 1}{2} \lambda$$

$$m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Intenziteti pokrajnih maksimuma maleni su u usporedbi s glavnim maksimumom i smanjuju se povećavanjem apsolutne vrijednosti broja m .

6. Što je optička rešetka. Objasnite uvjete za pojavu konstruktivne interferencije.

Optička rešetka sastoji se od velikog broja ekvidistantnih pukotina. Tipična rešetka ima nekoliko tisuća ekvidistantnih pukotina po centimetru. Intenzitet uzorka na zastoru je rezultat kombinacije ogiba i interferencije. Svaka pukotina proizvodi ogib, ogibni snopovi interferiraju međusobno i formiraju konačni uzorak.

Uvjeti za maksimume: **$d \sin \theta_{\text{svjetlo}} = m\lambda$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$**

Cijeli broj m definira ogibni maksimum m -tog reda, d – udaljenost između pukotina.

Ako upadno svjetlo sadrži nekoliko valnih duljina (recimo upada bijela svjetlost), svaka valna duljina (boja) se ogiba pod različitim kutom. Što je veća valna duljina to je veći kut ogiba.

Svijetle pruge proizvedene optičkom rešetkom su znatno uže nego svijetle pruge koje se dobiju s ogibom na dvije pukotine.