

Ime i prezime _____

1.	2.	3.	4.	Σ

- (10 bodova)** Zadana je funkcija $f(x, y) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x+y}$ te vrijednosti $x = 5 \pm 10^{-3}$, $y = 4 \pm 0.05$. Procijenite apsolutnu pogrešku prilikom izračunavanja vrijednosti funkcije u točki (x, y) . Rezultate zaokružujte na 6 decimala.
- (10 bodova)** Zadani su matrica A i vektori b i $x^{(0)}$:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -13 & -5 \\ 5 & 1 & -3 \\ -7 & 6 & -15 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -26 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad x^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 2 \\ 0.2 \end{bmatrix}.$$

Riješite sustav $Ax = b$ Jacobijevom metodom u dvije iteracije uz početni vektor $x^{(0)}$ te objasnite pod kojim uvjetima se može koristiti ova metoda. Ocijenite kvalitetu dobivene aproksimacije koristeći Frobeniusovu normu za matrice te 2-normu za vektore. Rezultate zaokružujte na 4 decimale.

- (10 bodova)** Interpolirajte funkciju $f(x) = 3 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) - 1$ Lagrangeovim interpolacijskim polinomom kroz čvorove $-1, 0, 1$ te skicirajte točke, funkciju i dobiveni polinom u koordinatnoj ravnini.
- (a) **(5 bodova)** Što je norma? Definirajte vektorske norme ($\|\cdot\|_1$ i $\|\cdot\|_\infty$) i iz njih izvedite inducirane matrične norme. U kojem smislu su navedene norme ekvivalentne? Kako glasi Frobeniusova (Euklidska) matrična norma?
 (b) Izvedite formule za Newtonov interpolacijski polinom. Koja se baza polinoma pri tome koristi i kako se izvredњуju dobiveni polinomi?

Rješenja:

- $\Delta f^* = 2.646 \times 10^{-3}$
- $x = \begin{bmatrix} 0.7794 \\ 1.8949 \\ 0.2332 \end{bmatrix}, \quad \|x^{(2)} - x\|_2 \leq 1.9547$
- $p(x) = 3x - 1$