

Ime i prezime: _____

Dio: 1. 2. 3.

(zaokružite dio gradiva koji odgovarate)

| 1. dio | | | | 2. dio | | | | 3. dio | | | |
|--------|---|---|----------|--------|---|---|----------|--------|---|---|----------|
| 1 | 2 | 3 | Σ | 1 | 2 | 3 | Σ | 1 | 2 | 3 | Σ |
| | | | | | | | | | | | |

1. dio

- (40 bodova) U troznamenkastoj aritmetici plivajućeg zareza izračunajte vrijednost polinoma $P(x) = -32x^3 + 96x^2 - 90x + 27$ u točki $a = 0.6$ direktno i koristeći Hornerovu shemu. Izračunajte točnu vrijednost, te relativne pogreške jednog i drugog približnog rezultata.
- (30 bodova) Pronađite Cholesky faktorizaciju Hilbertove matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}.$$

- (30 bodova) Opišite brojeve s plivajućim zarezom. Što je relativna pogreška? Što je pogreška unatrag, a što unaprijed?

2. dio

- (40 bodova) S pomoću Lagrangeovog interpolacijskog polinoma izračunajte $\sqrt[3]{1.15}$ koristeći poznate vrijednosti: $\sqrt[3]{1} = 1$, $\sqrt[3]{1.1} = 1.0323$ i $\sqrt[3]{1.5} = 1.1447$. Zaokružujte na 4 decimale.
- (30 bodova) Metodom najmanjih kvadrata odredite linearnu funkciju koja aproksimira empiričke podatke $(-2, -1)$, $(-1.5, -2.75)$, $(-1, -4)$, $(-0.5, -4.75)$ i $(0, -5)$. Skicirajte rješenje.
- (30 bodova) Izvedite formule za kubični interpolacijski splajn.

3. dio

- (40 bodova) Metodom tangenti pronađite pozitivni korijen jednadžbe

$$e^{-x} + x^2 - 2 = 0$$

s točnošću $\varepsilon = 10^{-4}$.

Napomena. S iteracijama započnite na "strmijem" kraju intervala, tj. na onom kraju u kojem je ispunjeno $f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$.

- (30 bodova) Širina rijeke je $20m$. Mjerenjem dubine na svakih $2m$ njenog presjeka dobiveni su sljedeći podaci:

| | | | | | | | | | | | |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x_i(m)$ | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| $dubina(m)$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 | 1.1 | 1.3 | 1.7 | 2.1 | 1.5 | 1.1 | 0.6 | 0.2 |

Primjenom produljene trapezne formule izračunajte površinu poprečnog presjeka rijeke.

- (30 bodova) Izvedite Simpsonovu formulu i navedite ocjenu pogreške.

Rješenja:**1. dio**

1. direktno: $P(x) \approx 0.69$, Hornerova shema: $P(x) \approx 0.648$

$$2. A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{6\sqrt{5}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{6\sqrt{5}} \end{bmatrix}$$

2. dio

1. $L_2(1.15) = 1.0478$

$$2. x = \begin{bmatrix} -2 \\ -5.5 \end{bmatrix}$$

3. dio

1. $x \approx 1.316$

2. $S \approx 22 \text{ m}^2$