

Ime i prezime _____

Smjer _____

Upotreba kalkulatora, mobitela, tablica je zabranjena.

Svako dodavanje, dogovaranje i prepisivanje kazniti će se prema pravilima fakulteta.

dio A

1. **(10b)** Da li u algebri skupova vrijedi formula

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C) \quad ?$$

Ako vrijedi dokažite to, a ako ne vrijedi objasnite zašto i dajte jednostavan primjer skupova za koje to ne vrijedi.

2. **(10b)** Zadana je Booleova funkcija n varijabla

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_1x_2 + x_1x_2x_3 + \dots + x_1x_2 \dots x_n.$$

a) Pojednostavnite izraz za $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ koristeći aksiome apstraktne Booleove algebre. (Detaljno obrazložite!) b) Za koliko različitih n -teraca (x_1, x_2, \dots, x_n) Booleova funkcija $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ poprima vrijednost 0, a za koliko vrijednost 1? (Obrazložite!)

3. **(15b)** Na skupu $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ zadana je relacija \sim sa

$$x \sim y \text{ ako i samo ako je } x^2 - 2x = y^2 - 2y, \quad x, y \in A$$

a) Dokažite da je \sim jedna relacija ekvivalencije na A , b) Odredite sve razrede ekvivalencije po relaciji \sim .

4. **(15b)** Što je to relacija parcijalnog poretka, a što relacija potpunog poretka. Primjerima $(2^X, \subseteq)$ i $(\mathbb{N}, |)$ pokažite da parcijalno poredani skup ne mora biti i potpuno poredan.

dio B

1. **(10b)** Nađite sve uređene parove $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ koji zadovoljavaju Diofantsku jednadžbu

$$2xy - 4x + y + 5 = 0.$$

2. **(15b)** Dani su brojevi 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 7. Neka je a umnožak ovih devet brojeva. a) Koliko ima različitih prirodnih brojeva koji su djelitelji od a ? b) Koliko je parnih, a koliko neparnih prirodnih djelitelja od a ?

3. **(10b)** Odredi rekurzivnu relaciju koju zadovoljava niz čiji je n -ti član $a_n = 1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{n+1}n^2$, $n \in \mathbb{N}$. Rješavanjem te rekurzivne relacije pokaži da je

$$a_n = \frac{1}{2}n(n+1)(-1)^{n+1}.$$

4. **(15b)** Što su to permutacije s ponavljanjem i kako ih prebrojavamo? Citiraj i dokaži multinomnu formulu.

Napomena: Za prolaznu ocjenu potrebno je imati barem **50 bodova** od čega barem po **20 bodova** iz svakog od dijelova A i B.