

OSNOVNA SVOJSTVA POLUVODIČA

ZADATAK.1. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=300$ K iznosi $n=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=300$ K i $T=550$ K.

Rješenje:

Na prvoj temperaturi $T=300$ K intrinzična koncentracija iznosi

$$n_{i1} = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Zadana koncentracija elektrona iznosi

$$n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $n > n_i$ pa zaključujemo da se radi o n -tipu poluvodiča. Silicij je dopiran jednom primjesom, a kako se radi o n -tipu zaključujemo da su to donori.

Kako je $n \gg n_i$ poluvodič je ekstrinzičan i vrijedi

$$n \cong N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Koncentraciju šupljina računamo iz zakona termodinamičke ravnoteže:

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{15}} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

Druga zadana temperatura $T=550$ K je veća pa će i intrinzična koncentracija na toj temperaturi biti veća. Računamo:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 \cdot k \cdot T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (550)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 550}\right) = 1,32 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

U prvom dijelu zadatka izračunali smo da je silicij dopiran donorima koncentracije $N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Na zadanoj temperaturi **ne vrijedi** da je $N_D \gg n_i$ pa zaključujemo da se silicij nalazi u intrinzičnom temperaturnom području te koncentraciju elektrona računamo na sljedeći način:

$$n = \frac{1}{2} \cdot \left[N_D + \sqrt{N_D^2 + 4 \cdot n_i^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[10^{15} + \sqrt{(10^{15})^2 + 4 \cdot (1,32 \cdot 10^{15})^2} \right] = 1,91 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Koncentracija šupljina je:

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1,32 \cdot 10^{15})^2}{1,91 \cdot 10^{15}} = 9,1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

ZADATAK.2. Silicij je prvo dopiran akceptorima koncentracije $N_A = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, a nakon toga donorima koncentracije $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentracije elektrona i šupljina na temperaturama $T = 27^\circ \text{C}$ i $T = 200^\circ \text{C}$ nakon prvog i drugog dopiranja.

Rješenje:

Nakon prvog dopiranja silicij je p -tipa.

Prva zadana temperatura je $T = 27^\circ \text{C}$ odnosno $T = T[^\circ \text{C}] + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$.

Na temperaturi $T = 300 \text{ K}$ vrijedi da je $N_A \gg n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ pa možemo zaključiti da je silicij u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$p \cong N_A = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{1,5 \cdot 10^{15}} = 1,4 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

Druga zadana temperatura je $T = 200^\circ \text{C}$ odnosno $T = T[^\circ \text{C}] + 273 = 200 + 273 = 473 \text{ K}$.

Na temperaturi $T = 473 \text{ K}$ intrinzična koncentracija iznosi:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_{G0}}{2 \cdot k \cdot T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (473)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 473}\right) = 1,35 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Još uvijek vrijedi $N_A \gg n_i$ i silicij se još uvijek nalazi u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$p \cong N_A = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,35 \cdot 10^{14})^2}{1,5 \cdot 10^{15}} = 1,21 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

Druga primjesa je donorska, odnosno suprotnog tipa od prve primjese. Kako je energija ionizacije primjesa puno manja od energije potrebne za kidanje kovalentne veze i preskakanje elektrona iz valentnog u vodljivi pojas možemo zaključiti da će akceptorske primjese prihvatiti elektrone koje daju donorske primjese. Kako vrijedi da je $N_A > N_D$, dodane donorske primjese će kompenzirati dio akceptora koji su unešeni prvim dopiranjem. Silicij je još uvijek p -tip i netto koncentracija akceptora iznosi:

$$N_{\text{Anetto}} = N_A - N_D = 1,5 \cdot 10^{15} - 10^{15} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Na $T = 27^\circ \text{C}$ ($T = 300 \text{ K}$) i nakon drugog dopiranja silicij je ekstrinzičan. Vrijedi da je $N_{\text{Anetto}} \gg n_i$ pa možemo računati:

$$p \cong N_{Anetto} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{5 \cdot 10^{14}} = 4,21 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

Na $T=200 \text{ }^\circ\text{C}$ ($T=473 \text{ K}$) više ne vrijedi $N_{Anetto} \gg n_i$ pa zaključujemo da je silicij u intrinzičnom temperaturnom području te koncentracije nosilaca računamo na sljedeći način:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \left[N_{Anetto} + \sqrt{N_{Anetto}^2 + 4 \cdot n_i^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[5 \cdot 10^{14} + \sqrt{(5 \cdot 10^{14})^2 + 4 \cdot (1,35 \cdot 10^{14})^2} \right] = 5,34 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,35 \cdot 10^{14})^2}{5,34 \cdot 10^{14}} = 3,4 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

ZADATAK.3. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=350 \text{ K}$ iznosi $p=10^6 \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=480 \text{ K}$

Rješenje:

Intrinzična koncentracija na $T=350 \text{ K}$ iznosi:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 \cdot k \cdot T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (350)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 350}\right) = 4,96 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $n_i \gg p=10^6 \text{ cm}^{-3}$ te možemo zaključiti da je silicij n -tip (dopiran donorima), te da se nalazi u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(4,96 \cdot 10^{11})^2}{10^6} = 2,46 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3} \cong N_D$$

Intrinzična koncentracija na $T=480 \text{ K}$ iznosi:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 \cdot k \cdot T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (480)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 480}\right) = 1,71 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

I na ovoj temperaturi vrijedi da je $N_D \gg n_i$ pa je silicij u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$n \cong N_D = 2,46 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1,71 \cdot 10^{14})^2}{2,46 \cdot 10^{17}} = 1,19 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

ZADATAK.4. Silicij je prvo dopiran akceptorima koncentracije $N_A=1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, a nakon toga donorima koncentracije $N_D=2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Odrediti položaj Fermijeve energije nakon prvog i drugog dopiranja na $T=300 \text{ K}$.

Rješenje:

Nakon prvog dopiranja silicij je p -tipa i na $T=300 \text{ K}$ nalazi se u ekstrinzičnom području ($N_A \gg n_i$). Vrijedi:

$$p \cong N_A = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Uz zadanu koncentraciju, iz raspodjele šupljina u siliciju vrijedi:

$$p = N_v \cdot \exp\left(\frac{E_v - E_F}{kT}\right) = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_F}{kT}\right)$$

Iz čega se može izračunati Fermijeva energija:

$$E_F = E_v + kT \cdot \ln\left(\frac{N_v}{p}\right)$$

$$E_F = E_{Fi} - kT \cdot \ln\left(\frac{p}{n_i}\right)$$

Efektivna gustoća kvantnih stanja u valentnom pojasu iznosi:

$$N_v = C \cdot T^{3/2} = 7,07 \cdot 10^{15} \cdot (300)^{1,5} = 3,67 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

Položaj Fermijeve energije je:

$$E_F = E_v + kT \cdot \ln\left(\frac{N_v}{p}\right) = E_v + 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{3,67 \cdot 10^{19}}{1,5 \cdot 10^{15}}\right) = E_v + 0,261 \text{ eV}$$

$$E_F = E_{Fi} - kT \cdot \ln\left(\frac{p}{n_i}\right) = E_{Fi} - 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{1,5 \cdot 10^{15}}{1,45 \cdot 10^{10}}\right) = E_v + 0,299 \text{ eV}$$

Fermijeva energija nalazi se 0,261 eV iznad vrha valentnog pojasa, odnosno 0,299 eV ispod Fermijeve energije intrinzičnog silicija (E_{Fi}) koja se nalazi na sredini zabranjenog pojasa ($E_G/2$).

Nakon drugog dopiranja silicij postaje n -tip jer je $N_D > N_A$. Vrijedi da je

$$N_{Dnetto} = N_D - N_A = 2 \cdot 10^{15} - 1,5 \cdot 10^{15} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Na $T=300 \text{ K}$ silicij je i u ovom slučaju ekstrinzičan te vrijedi:

$$n \cong N_{D_{netto}} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Uz zadanu koncentraciju, iz raspodjele elektrona u siliciju vrijedi:

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{kT}\right)$$

Položaj Fermijeve energije je:

$$E_F = E_c - kT \cdot \ln\left(\frac{N_c}{n}\right)$$

$$E_F = E_{Fi} + kT \cdot \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)$$

Efektivna gustoća kvantnih stanja u vodljivom pojasu iznosi:

$$N_c \cong N_v = C \cdot T^{3/2} = 7,07 \cdot 10^{15} \cdot (300)^{1,5} = 3,67 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

Uz izračunatu koncentraciju elektrona položaj Fermijeve energije je:

$$E_F = E_c - kT \cdot \ln\left(\frac{N_c}{n}\right) = E_c - 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{3,67 \cdot 10^{19}}{5 \cdot 10^{14}}\right) = E_c - 0,290 \text{ eV}$$

$$E_F = E_{Fi} + kT \cdot \ln\left(\frac{n}{n_i}\right) = E_{Fi} + 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{5 \cdot 10^{14}}{1,45 \cdot 10^{10}}\right) = E_{Fi} + 0,270 \text{ eV}$$

Fermijeva energija nalazi se 0,290 eV ispod dna vodljivog pojasa, odnosno 0,270 eV iznad Fermijeve energije intrinzičnog silicija (E_{Fi}) koja se nalazi na sredini zabranjenog pojasa ($E_G/2$).

ZADATAK.5. Silicij je dopiran jednom primjesom. Fermijeva energija u nalazi se 0,2 eV od dna vodljivog pojasa. Odrediti tip poluvodiča te izračunati koncentraciju većinskih nosilaca. Odrediti tip i koncentraciju primjesa koju treba dodati u silicij da se Fermijeva energija pomakne za 0,1 eV:

- prema dnu vodljivog pojasa
- prema vrhu valentnog pojasa

Rješenje:

Zadano je $E_c - E_F = E_c - 0,2 \text{ eV}$

Za intrinzičan silicij vrijedi da je $E_c - E_{Fi} = E_c - \frac{E_G}{2} = E_c - 0,56 \text{ eV}$

Fermijeva energija nalazi se iznad sredine zabranjenog pojasa i radi se o n -tipu silicija. Koncentracija elektrona računa se prema relaciji:

$$N_c(T = 300K) = 3,67 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) = 3,67 \cdot 10^{19} \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_c + 0,2}{8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300}\right) = 1,61 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $n \gg n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ pa vrijedi:

$$N_{D1} \cong n = 1,61 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

a) Da bi se Fermijeva energija pomaknula prema dnu vodljivog pojasa treba dodati donore. Novi položaj Fermijeve energije je 0,1 eV ispod dna vodljivog pojasa:

$$E_c - E_F = E_c - 0,1 \text{ eV}$$

Nakon drugog dopiranja koncentracija elektrona treba iznositi:

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) = 3,67 \cdot 10^{19} \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_c + 0,1}{8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300}\right) = 7,68 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

Silicij je ekstrinzičan ($n \gg n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$) i vrijedi:

$$N_{D1} + N_{D2} \cong n = 7,68 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

Iz toga slijedi da treba dodati donore koncentracije:

$$N_{D2} = n - N_{D1} = 7,68 \cdot 10^{17} - 1,61 \cdot 10^{16} = 7,52 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

b) Da bi se Fermijeva energija pomaknula prema vrhu valentnog pojasa treba dodati akceptore. Novi položaj Fermijevog nivoa je 0,3 eV ispod dna vodljivog pojasa:

$$E_c - E_F = E_c - 0,3 \text{ eV}$$

Fermijeva energija se nalazi iznad sredine zabranjenog pojasa i silicij ostaje n -tip. Koncentracija elektrona nakon dopiranja treba iznositi:

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k T}\right) = 3,67 \cdot 10^{19} \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_c + 0,3}{8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300}\right) = 3,36 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Silicij je ekstrinzičan ($n \gg n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$) i vrijedi:

$$n \cong N_{D_{\text{netto}}} = N_{D1} - N_{A2}$$

Iz čega možemo izračunati koncentraciju akceptora koju treba dodati:

$$N_{A2} = N_{D1} - n = 1,61 \cdot 10^{16} - 3,36 \cdot 10^{14} = 1,576 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

ZADATAK.6. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=300 \text{ K}$ iznosi $n=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati specifičnu vodljivost na $T=300 \text{ K}$ i $T=530 \text{ K}$. Pokretljivosti nosilaca iznose $900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Kad temperatura poraste sa 300 na 530 K pokretljivost se promijeni za 20% .

Rješenje:

Intrinzična koncentracija na $T=300 \text{ K}$ iznosi $n_i=1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Vrijedi da je $n \gg n_i$ pa zaključujemo da je silicij n -tip u ekstrinzičnom temperaturnom području. Vrijedi:

$$N_D \cong n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{15}} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

Specifičnu vodljivost računamo prema relaciji:

$$\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p)$$

$\mu_n=900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $\mu_p=350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ jer je $\mu_n > \mu_p$

Uz $n \gg p$ vrijedi:

$$\sigma \cong q \cdot \mu_n \cdot n = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 900 \cdot 10^{15} = 0,144 \text{ S/cm}$$

Intrinzična koncentracija na $T=530 \text{ K}$ iznosi:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_{G0}}{2 \cdot k T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (530)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 530}\right) = 7,74 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Na $T=530$ K više ne vrijedi da je $n \gg n_i$ pa zaključujemo da se silicij nalazi u intrinzičnom temperaturnom području. Prema tome koncentracije nosilaca iznose:

$$n = \frac{1}{2} \cdot \left[N_D + \sqrt{N_D^2 + 4 \cdot n_i^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[10^{15} + \sqrt{(10^{15})^2 + 4 \cdot (7,74 \cdot 10^{14})^2} \right] = 1,42 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(7,74 \cdot 10^{14})^2}{1,42 \cdot 10^{15}} = 4,2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Više ne vrijedi $n \gg p$ pa kod računanja vodljivosti treba uzeti u obzir i elektronsku i šupljinsku komponentu vodljivosti. Pokretljivost pada s porastom temperature te vrijedi:

$$\mu_n(530 \text{ K}) = 0,8 \cdot \mu_n(300 \text{ K}) = 0,8 \cdot 900 = 720 \text{ cm}^2/\text{Vs}$$

$$\mu_p(530 \text{ K}) = 0,8 \cdot \mu_p(300 \text{ K}) = 0,8 \cdot 350 = 280 \text{ cm}^2/\text{Vs}$$

Vodljivost na $T=530$ K iznosi:

$$\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p) = 1,6 \cdot 10^{19} \cdot (720 \cdot 1,42 \cdot 10^{15} + 280 \cdot 4,2 \cdot 10^{14}) = 0,183 \text{ S/cm}$$

ZADATAK.7. Silicij je prvo dopiran primjesama koncentracije $1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, a nakon toga primjesama koncentracije $2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Odrediti tip prve i druge primjese tako da nakon drugog dopiranja specifična vodljivost bude

- a) najveća,
- b) najmanja.

Izračunati specifičnu vodljivost nakon drugog dopiranja na $T=300$ K za oba slučaja. Pokretljivosti iznose $900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje:

a) Specifična vodljivost će biti veća ako su primjese istog tipa jer se primjese ne kompenziraju i ukupan broj nosilaca se zbraja. Zbog veće pokretljivosti elektrona, specifična vodljivost će biti veća ako se radi o n -tipu. Prema tome najveća specifična vodljivost će biti u slučaju ako su obje primjese donorske.

$$N_1 = N_{D1}$$

$$N_2 = N_{D2}$$

Nakon drugog dopiranja ukupna koncentracija donora u siliciju iznosi:

$$N_{Duk} = N_{D1} + N_{D2} = 1,5 \cdot 10^{15} + 2 \cdot 10^{15} = 3,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Na $T=300$ K vrijedi da je $N_{Duk} \gg n_i$ pa zaključujemo da je silicij u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$n \cong N_{Duk} = 3,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{3,5 \cdot 10^{15}} = 6 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $n \gg p$ pa specifična vodljivost iznosi:

$$\sigma \cong \sigma_n = q \cdot \mu_n \cdot n = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 900 \cdot 3,5 \cdot 10^{15} = 0,504 \text{ S/cm}$$

b) Specifična vodljivost će biti manja u slučaju da su primjese suprotnog tipa jer je dio primjesa kompenziran. Zbog manje pokretljivosti šupljina nakon drugog dopiranja silicij mora biti p -tip. Prema tome veća koncentracija će se odnositi na akceptorsku, a manja na donorsku primjesu.

$$N_1 = N_{D1}$$

$$N_2 = N_{A2}$$

Nakon drugog dopiranja dio akceptora je kompenziran donorima pa imamo netto koncentraciju akceptora:

$$N_{Anetto} = N_{A2} - N_{D1} = 2 \cdot 10^{15} - 1,5 \cdot 10^{15} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $N_{Anetto} \gg n_i$ i silicij u ekstrinzičnom temperaturnom području:

$$p \cong N_{Anetto} = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{5 \cdot 10^{14}} = 4,2 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

Vrijedi da je $p \gg n$ pa specifična vodljivost iznosi:

$$\sigma \cong \sigma_p = q \cdot \mu_p \cdot p = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 350 \cdot 5 \cdot 10^{14} = 28 \text{ mS/cm}$$

ZADATAK.8. Izračunati iznos otpora silicijske pločice duljine $10 \text{ }\mu\text{m}$ i površine presjeka $0,1 \text{ mm}^2$ na temperaturama 300 i 450 K. Pločica je dopirana s $N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D=9 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. Pokretljivosti nosilaca su 900 i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ (zanemariti temperaturnu ovisnost pokretljivosti nosilaca).

Rješenje:

Pločica je dopirana istovremeno s dvije primjese. Vrijedi da je $N_A > N_D$ pa zaključujemo da će nakon oba dopiranja pločica biti p -tip. Dio akceptora je kompenziran i imamo netto koncentraciju akceptora:

$$N_{Anetto} = N_A - N_D = 10^{15} - 9 \cdot 10^{14} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Na $T=300 \text{ K}$ vrijedi $N_{Anetto} \gg n_i = 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Silicij je ekstrinzičan i vrijedi:

$$p \cong N_{Anetto} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,45 \cdot 10^{10})^2}{10^{14}} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$$

$$\sigma \cong \sigma_p = q \cdot \mu_p \cdot p = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 350 \cdot 10^{14} = 5,6 \text{ mS/cm}$$

Otpor silicijske pločice zadanih dimenzija je onda jednak:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{5,6 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-4}}{0,1 \cdot 10^{-2}} = 178,6 \text{ } \Omega$$

Napomena: Kod uvrštavanja paziti na mjerne jedinice, npr. ako je specifična vodljivost izračunata u [S/cm] onda sve dimenzije treba uvrstiti u [cm].

Na $T=450 \text{ K}$ intrinzična koncentracija iznosi:

$$n_i = C_1 \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E'_{G0}}{2 \cdot k \cdot T}\right) = 3,07 \cdot 10^{16} \cdot (450)^{1,5} \cdot \exp\left(-\frac{1,196}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 450}\right) = 5,91 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

Na ovoj temperaturi **ne vrijedi** $N_{Anetto} \gg n_i$, odnosno silicij je u intrinzičnom temperaturnom području pa koncentracije nosilaca, specifičnu vodljivost i otpor pločice računamo na sljedeći način:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \left[N_{Anetto} + \sqrt{N_{Anetto}^2 + 4 \cdot n_i^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[10^{14} + \sqrt{(10^{14})^2 + 4 \cdot (5,91 \cdot 10^{13})^2} \right] = 1,274 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(5,91 \cdot 10^{13})^2}{1,274 \cdot 10^{14}} = 2,74 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

$$\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (900 \cdot 2,74 \cdot 10^{13} + 350 \cdot 1,274 \cdot 10^{14}) = 11,1 \text{ mS/cm}$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{11,1 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-4}}{0,1 \cdot 10^{-2}} = 90,3 \, \Omega$$

ZADATAK.9. Za pločicu silicija iz prethodnog zadatka izračunati kolika struja teče ako duž pločice djeluje homogeno polje iznosa $F=3,3 \text{ kV/cm}$. Koliki se pri tome napon može izmjeriti na krajevima silicijske pločice. $T=300 \text{ K}$

Rješenje:

Zadatak se može riješiti na više načina.

Jedan način je da iz iznosa polja i duljine pločice izračunamo napon koji se nalazi na krajevima otpornika:

$$U = F \cdot d = 3,3 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 3,3 \text{ V}$$

Otpor silicijske pločice na $T=300 \text{ K}$ iznosi $R=178,6 \, \Omega$ pa struju možemo jednostavno izračunati kao:

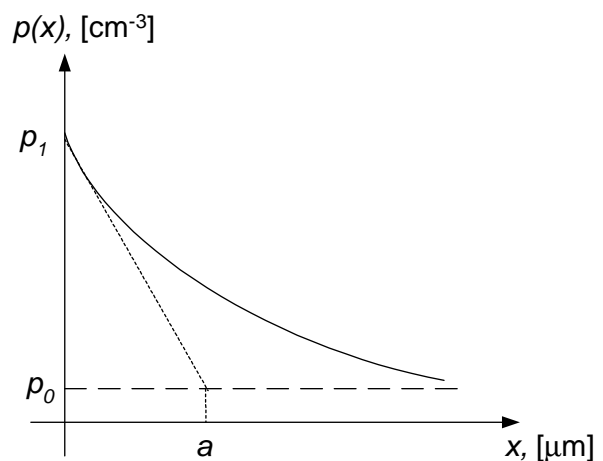
$$I = \frac{U}{R} = \frac{3,3}{179} = 18,48 \text{ mA}$$

Drugi način je da se iz specifične vodljivosti i polja izračuna driftna struja (koja uostalom teče kroz pločicu):

$$I_p = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot S \cdot F = \sigma \cdot S \cdot F = 5,6 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \cdot 3,3 \cdot 10^3 = 18,48 \text{ mA}$$

Oba postupka svode se na korištenje Ohmovog zakona.

ZADATAK.10. Raspodjela koncentracije šupljina prikazana je na slici i može se opisati eksponencijalnom funkcijom. Izračunati gustoću struje u $x=0$. Odrediti na kojoj udaljenosti struja padne na 10% od iznosa struje u ravnini $x=0$. Zadano je $p_0=10^5 \text{ cm}^{-3}$, $p_I=5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $a=10 \, \mu\text{m}$, $\mu_p=380 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $T=300 \text{ K}$.



Rješenje:

Raspodjela koncentracije šupljina ravna se po eksponencijalnoj funkciji i može se napisati:

$$p(x) = p_0 + (p_1 - p_0) \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$$

Difuzijska struja jednaka je:

$$J_{Dp}(x) = -q \cdot D_p \cdot \frac{d p(x)}{d x} = -q \cdot D_p \cdot (p_1 - p_0) \exp\left(-\frac{x}{a}\right) \cdot \frac{-1}{a} = \frac{q \cdot D_p \cdot (p_1 - p_0)}{a} \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$$

U zadatku vrijedi da je $p_1 \gg p_0$ pa možemo napisati:

$$J_{Dp}(x) \cong \frac{q \cdot D_p \cdot p_1}{a} \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$$

Za zadane vrijednosti računamo struju u $x=0$:

$$D_p = \mu_p \cdot U_T = 380 \cdot \frac{300}{11600} = 9,82 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$J_{Dp}(x=0) \cong \frac{q \cdot D_p \cdot p_1}{a} \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right) = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,82 \cdot 5 \cdot 10^{12}}{10 \cdot 10^{-4}} \cdot \exp(0) = 7,86 \text{ mA/cm}^2$$

Možemo napisati za gustoću struje:

$$J_{Dp}(x) = J_{Dp}(x=0) \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$$

Prema tome struja će pasti na 10 % iznosa struje u $x=0$ na $x=x_1$ kod kojeg vrijedi

$$\exp\left(-\frac{x_1}{a}\right) = 0,1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -a \cdot \ln(0,1) = 23 \text{ } \mu\text{m}$$

Zadaci za vježbu

VJ.1. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=300 \text{ K}$ iznosi $p=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=300 \text{ K}$ i $T=550 \text{ K}$.

Rješenje: $n(300 \text{ K})=4,2 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$, $n(550 \text{ K})=3,26 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $p(550 \text{ K})=5,33 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

VJ.2. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=350$ K iznosi $p=10^7 \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=350$ K i $T=550$ K.

Rješenje: $n(350 \text{ K})=2,46 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $n(550 \text{ K})=2,46 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $p(550 \text{ K})=7,07 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

VJ.3. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=500$ K iznosi $p=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=300$ K i $T=500$ K.

Rješenje: $n(500 \text{ K})=1,05 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $n(300 \text{ K})=2,35 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$, $p(300 \text{ K})=8,95 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

VJ.4. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=450$ K iznosi $n=10^{12} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentraciju elektrona i šupljina na $T=300$ K i $T=450$ K.

Rješenje: $p(450 \text{ K})=3,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $n(300 \text{ K})=6,02 \cdot 10^4$, $p(300 \text{ K})=3,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

VJ.5. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=450$ K iznosi $n=10^{11} \text{ cm}^{-3}$. Odrediti tip i koncentraciju dodane primjese.

Rješenje: $N_A=3,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

VJ.6. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=350$ K iznosi $n=10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Odrediti tip i koncentraciju dodane primjese.

Rješenje: $N_D=10^{17} \text{ cm}^{-3}$

VJ.7. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=200$ °C iznosi $p=10^{13} \text{ cm}^{-3}$. Odrediti tip i koncentraciju dodane primjese.

Rješenje: $N_D=1,81 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

VJ.8. Silicij je dopiran akceptorima koncentracije $N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i donorima koncentracije $N_D=1,25 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentracije nosilaca na temperaturama $T=300$ K i $T=473$ K.

Rješenje: $n(300 \text{ K})=2,5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $p(300 \text{ K})=8,41 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$, $n(473 \text{ K})=3,09 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $p(473 \text{ K})=5,89 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

VJ.9. Silicij je dopiran akceptorima koncentracije $N_A=1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i donorima koncentracije $N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati koncentracije nosilaca na temperaturama $T=300$ K i $T=450$ K.

Rješenje: $n(300 \text{ K})=4,2 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$, $p(300 \text{ K})=5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $n(450 \text{ K})=6,9 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $p(450 \text{ K})=5,07 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

VJ.10. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=300$ K iznosi $n=5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$. Koji tip i koliku koncentraciju primjese treba dodati da na $T=450$ K koncentracija elektrona bude ista ($n=5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$)

Rješenje: $N_A=6,99 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

VJ.11. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija šupljina na $T=300$ K iznosi $p=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Koji tip i koliku koncentraciju primjese treba dodati da na $T=550$ K koncentracija šupljina bude ista ($p=10^{15} \text{ cm}^{-3}$)

Rješenje: $N_D=1,74 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

VJ.12. Silicij je dopiran jednom primjesom. Fermijeva energija nalazi se 0,18 eV od dna vodljivog pojasa. Odrediti tip i koncentraciju primjese. Koji tip i koliku koncentraciju primjese treba dodati da Fermijeva energija nakon drugog dopiranja bude udaljena 0,18 eV od vrha valentnog pojasa. $T=300$ K.

Rješenje: $N_I=N_D=3,49 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_2=N_A=6,97 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

VJ.13. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=27^\circ\text{C}$ iznosi $n=10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati specifičnu vodljivost na $T=250^\circ\text{C}$ ako su pokretljivosti na toj temperaturi $450 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $220 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: $\sigma=0,105 \cdot \text{S/cm}$

VJ.14. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=300\text{K}$ iznosi $n=10^4 \text{ cm}^{-3}$. Izračunati specifičnu vodljivost na $T=400$ K ako su pokretljivosti na toj temperaturi $800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $320 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: $\sigma=1,08 \cdot \text{S/cm}$

VJ.15. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=525$ K je 10 puta veća od koncentracije šupljina. Izračunati specifičnu vodljivost na $T=300$ K, ako su pokretljivosti nosilaca $900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: $\sigma=0,276 \cdot \text{S/cm}$

VJ.16. Silicij je dopiran jednom primjesom. Koncentracija elektrona na $T=400$ K je 10^5 puta manja od koncentracije šupljina. Izračunati specifični otpor na $T=300$ K, ako su pokretljivosti nosilaca $900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: $\rho=7,83 \cdot \Omega\text{cm}$

VJ.17. Silicij je dopiran donorima. Specifična vodljivost na $T=550$ K iznosi 0.28 S/cm . Odrediti koncentraciju i tip primjese koju treba dodati da specifična vodljivost na $T=300$ K ostane ista ($\sigma=0.28 \text{ S/cm}$), a silicij ostane istog tipa. Pretpostaviti da su pokretljivosti konstantne i iznose 900 i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: $N_D=1,62 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

VJ.18. Silicij je dopiran s $N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D=1.1 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Izračunati specifičnu vodljivost na $T=300$ i 450 K. Na $T=300$ K pokretljivosti nosilaca su 900 i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ dok se na $T=450$ K promijene za 15%

Rješenje: $\sigma(300 \text{ K})=14,4 \cdot \text{mS/cm}$, $\sigma(450 \text{ K})=16,9 \cdot \text{mS/cm}$

VJ.19. Silicij je prvo dopiran primjesama koncentracije $5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, a nakon toga primjesama koncentracije 10^{17} cm^{-3} . Odrediti tip prve i druge primjese tako da nakon drugog dopiranja specifični otpor bude

- c) najveći,
- d) najmanji.

Izračunati specifičnu vodljivost nakon drugog dopiranja na $T=300 \text{ K}$ za oba slučaja. Pokretljivosti iznose $900 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ i $350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Rješenje: a) $N_1=N_D, N_2=N_A, \rho=0,357 \text{ }\Omega\text{cm}$
 b) $N_1=N_D, N_2=N_D, \rho=0,046 \text{ }\Omega\text{cm}$

VJ.20. Silicijski otpornik duljine $10 \text{ }\mu\text{m}$ i poprečnog presjeka $1 \text{ }\mu\text{m}^2$ izveden je u n -tipu silicija specifične vodljivosti 100 S/cm . Izračunati struju koja poteče kroz otpornik kada se na njega priključi napon $U=1,8 \text{ V}$.

Rješenje: $I=1,8 \text{ mA}$