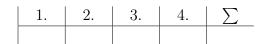
Ime i prezime



- 1. (10 bodova) Zadana je funkcija  $f(x,y) = \sqrt{x+1-\sqrt{x+y}}$  te vrijednosti  $x = 5\pm 10^{-3}, y = 4\pm 0.05$ . Procijenite apsolutnu pogrešku prilikom izračunavanja vrijednosti funkcije u točki (x,y). Rezultate zaokružujte na 6 decimala.
- 2. (10 bodova) Zadani su matrica A i vektori b i  $x^{(0)}$ :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -13 & -5 \\ 5 & 1 & -3 \\ -7 & 6 & -15 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -26 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad x^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 2 \\ 0.2 \end{bmatrix}.$$

Riješite sustav Ax=b Jacobijevom metodom u dvije iteracije uz početni vektor  $x^{(0)}$  te objasnite pod kojim uvjetima se može koristiti ova metoda. Ocijenite kvalitetu dobivene aproksimacije koristeći Frobeniusovu normu za matrice te 2-normu za vektore. Rezultate zaokružujte na 4 decimale.

- 3. (10 bodova) Interpolirajte funkciju  $f(x) = 3\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) 1$  Lagrangeovim interpolacijskim polinomom kroz čvorove -1, 0, 1 te skicirajte točke, funkciju i dobiveni polinom u koordinatnoj ravnini.
- 4. (a) **(5 bodova)** Što je norma? Definirajte vektorske norme  $(||\cdot||_1 i ||\cdot||_{\infty})$  i iz njih izvedite inducirane matrične norme. U kojem smislu su navedene norme ekvivalentne? Kako glasi Frobeniusova (Euklidska) matrična norma?
  - (b) Izvedite formule za Newtonov interpolacijski polinom. Koja se baza polinoma pri tome koristi i kako se izvrednjuju dobiveni polinomi?

## Rješenja:

1. 
$$\Delta f^* = 2.646 \times 10^{-3}$$

2. 
$$x = \begin{bmatrix} 0.7794 \\ 1.8949 \\ 0.2332 \end{bmatrix}, \quad ||x^{(2)} - x||_2 \le 1.9547$$

3. 
$$p(x) = 3x - 1$$