

Ime i prezime: _____ Dio: 1. 2. 3.
(zaokružite dio gradiva koji odgovarate)

| 1. dio | | | | 2. dio | | | | 3. dio | | | |
|--------|---|---|----------|--------|---|---|----------|--------|---|---|----------|
| 1 | 2 | 3 | Σ | 1 | 2 | 3 | Σ | 1 | 2 | 3 | Σ |
| | | | | | | | | | | | |

1. dio

- (**bodova**) Koristeći razvoj funkcije $f(x) = \cos 2x$ u MacLaurinov red izračunajte $T_7(-1.1)$. Izračunajte apsolutnu i relativnu grešku odbacivanja.
- (**bodova**) Uz pomoć LU rastava s djelomičnim pivotiranjem pronađite rješenje sustava $Ax = b$, gdje su

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 11 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Izračunajte $kond(A)$ u normi $\| \cdot \|_1$. Napišite formulu za računanje ocjene apsolutne i relativne greške rješenja pri rješavanju sustava $LUx = Pb$. Ocjenu nije potrebno računati.

- (**bodova**)

Rješenja:

- $T_7(-1.1) = -0.601405$, $|R_8(-1.1)| \leq 0.013610$, $\frac{|R_8(-1.1)|}{|T_7(-1.1)|} \leq 0.022630$
- $P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$, $U = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 11 \\ 0 & 2 & \frac{10}{3} \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} \\ -\frac{5}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$, $kond(A) = 78$,
 $\|\delta x\|_1 \leq kond(A)5n\varepsilon \frac{\|L\|_1\|U\|_1}{\|A\|_1}\|x\|_1$, $\frac{\|\delta x\|_1}{\|x\|_1} \leq kond(A)5n\varepsilon \frac{\|L\|_1\|U\|_1}{\|A\|_1}$

2. dio

- (**bodova**) Odredite interpolacijski polinom za funkciju $f(x) = \ln x - 1 + \frac{1}{x}$ i čvorove interpolacije 4, 8 i 10. Uz pomoć interpolacijskog polinoma izračunajte

$$\int_4^{10} \left(\ln x - 1 + \frac{1}{x} \right) dx.$$

Izračunajte i točnu vrijednost, te relativnu grešku.

2. (**bodova**) U tablici su navedeni podaci o broju utrošenih minuta na pozive u nepokretnoj i pokretnim telefonskim mrežama (u milijunima) kroz godine:

| godina | 2006 | 2007 | 2008 | 2010 |
|---------------|------|------|------|------|
| nepokretna m. | 8515 | 5392 | 5557 | 5099 |
| pokretne m. | 4115 | 4985 | 5657 | 5937 |

Izračunajte i nacrtajte regresijske pravce i predvidite odnos broja utrošenih minuta na pozive u 2012. godini.

3. (**bodova**)

Rješenja:

1. $P_2(x) = -0.007160x^2 + 0.227947x - 0.161$; $I \approx I_1 = 6.373581$; $I = 6.396991$;
 $\frac{|I_1 - I|}{|I|} = 0.003660$
2. $y_1 = -714.09x + 1439846.34$; $y_1(2012) = 3094.26$
 $y_2 = 438x - 874221$; $y_2(2012) = 7035$

3. dio

1. (**bodova**) Metodom iteracije s točnošću 10^{-3} odredite sva rješenja jednadžbe

$$\ln(x - 1) + x = 0.$$

Koliko koraka ste napravili, a koliko bi vam trebalo metodom bisekcije s istom točnošću?

2. (**bodova**) Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte aproksimaciju

integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \, dx$ uz točnost $\varepsilon = 0.00005$.

3. (**bodova**) Numerički riješite Cauchyjev problem

$$y'' - xy' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

metodom RK-2 na intervalu $[0, 1]$ s korakom $h = 0.5$.

Rješenja:

1. $\xi \approx x_5 = 1.278785$; bisekcijom bi trebalo 9 koraka
2. $I^* = 0.1427$
3. $y(0.5) \approx 0.5$, $y(1) \approx 1$