

Diskretna matematika - Podsjetnik za učenje

Skupovi

1. Pojmovi: skup, element skupa (\in).
2. Definicija skupovne inkluzije (\subseteq i \subset), jednakosti skupova ($=$). Što je partitivni skup ($P(X)$, 2^X) skupa X , prazan skup (\emptyset), univerzalni skup?
3. Definicija operacija: komplement (\complement), unija (\cup), presijek (\cap) i razlika skupova (\setminus). Osnovna svojstva ovih operacija (citirati teorem i dokazati pojedina svojstva).
4. Definicija Kartezijevog produkta skupova (\times i oznaka Π).
5. Definicija ekvipotentnosti skupova (\sim). Dokazati da je relacija ekvipotentnosti refleksivna, simetrična i tranzitivna.
6. Definicija beskonačnih i konačnih skupova. Pojam kardinalnog broja skupa. Prebrojivi i neprebrojivi beskonačni skupovi. Alef nula, continuum.
7. Prebrojivost skupova \mathbf{Z} i \mathbf{Q} .
8. Neprebrojivost skupa \mathbf{R} . Cantorov dijagonalni postupak.
9. Definicija algebarskog broja i definicija transcendentnog broja.

Matematička logika

1. Definicija suda (i osnovne oznake).
2. Koje su osnovne logičke operacije (definicije)? Što su to semantičke tablice? Što su unarne i binarne operacije, a što općenito n -arne logičke operacije?
3. Logička ekvivalentnost dviju formula algebre sudova (znati ilustrirati primjerima).

4. Osnovna pravila algebre sudova (citirati teorem i dokazati pojedina pravila). Što je to svojstvo dualnosti?
5. Definicija tautologije i kontradikcije. Zakon isključenja trećeg, pravilo silogizma, zakon neproturječnosti, zakon dvostruke negacije, pravilo kontrapozicije, zakoni apsorpcije.
6. Definicija logičke posljedice. Modus ponens. Modus tollens.
7. Objasniti što je to dokaz po kontrapoziciji i dokaz kontradikcijom (ilustrirati primjerom).
8. Objasniti što je to direktni dokaz, dokaz ekvivalencije, dokaz kontraprimjerom, dokaz indukcijom, dokaz egzistencije, dokaz jedinstvenosti (primjeri).
9. Skupovni prikaz algebre sudova (objasniti analogiju između operacija algebre skupova i operacija algebre sudova).
10. Definicija Booleove algebre i primjeri. Dualnost operacija u Booleovoj algebri.
11. Jedinstvenost nule i jedinice u Booleovoj algebri i pravila apsorpcije (iskaz i dokaz propozicije).
12. Definicija izomorfizma Booleovih algebri (ilustrirati primjerima dvočlanih Booleovih algebri, te Booleovih algebri D_{30} i $2^{\{x,y,z\}}$).
13. Definicija Booleove podalgebre (ilustrirati primjerom).
14. Booleove funkcije n varijabla: koliko ih ima različitih i kakve operacije s njima možemo definirati?
15. Minterm i maksterm Booleove funkcije. Disjunktivna i konjunktivna normalna forma (citirati teoreme).
16. Problem ispunjivosti za Booleovu funkciju.
17. Koji su osnovni logički sklopovi? Što su ekvivalentni logički sklopovi? Realizacija logičkih izraza pomoću logičkih sklopova.
18. Predikati, kvantifikatori, negacija predikata.

Cijeli brojevi

1. Operacija dijeljenja u skupu \mathbf{Z} i svojstva (dokazati).
2. Zajednički djelitelj, najveća zajednička mjera i najmanji zajednički višekratnik dvaju (ili više) cijelih brojeva, osnovna svojstva.
3. Teorem o dijeljenju (citirati i dokazati).
4. Euklidov algoritam (citirati i dokazati teorem).
5. Objasniti jednakost $Nzm(a, b) = sa + tb$.
6. Kad kažemo da su cijeli brojevi relativno prosti?
7. Što znamo o Diofantskoj jednačbi $ax + by = c$? (Dokazati i ilustrirati primjerima)
8. Što su to prosti, a što složeni brojevi? Eratostenovo sito.
9. Osnovni teorem aritmetike (citirati i dokati).
10. Dokazati da prostih brojeva ima beskonačno mnogo (Euklidov teorem).
11. Dokaži formulu $Nzm(a, b) \cdot nzv(a, b) = ab$.
12. Dokaži formulu $a \mid c$ i $b \mid c \implies nzv(a, b) \mid c$.
13. Kako se definira kongruencija po modulu n . Dokaži da je $\equiv \pmod{n}$ refleksivna, simetrična i tranzitivna.
14. U kakvom su odnosu operacije zbrajanja, množenja (potenciranja), dijeljenja i relacija $\equiv \pmod{n}$ (dokazati)?
15. Möbiusova funkcija (definicija).
16. Eulerova funkcija i njena svojstva (Gaussova formula, Eulerova kongruencija, multiplikativnost,...).

Binarne relacije

1. Binarna relacija. Relacija ekvivalencije i razredi (klase) ekvivalencije. Svojstva razreda ekvivalencije. (Ilustrirati primjerima).
2. Particija skupa i pridružena relacija ekvivalencije na tom skupu (citirati teorem)
3. Što je kvocijentni skup nekog skupa po zadanoj relaciji ekvivalencije na tom skupu?. Ilustriraj primjerom kvocijentnog skupa od \mathbf{Z} po relaciji $\equiv (\text{mod } n)$.
4. Što je to relacija parcijalnog poretka, a što relacija potpunog poretka. Primjerima $(2^X, \subseteq)$ i $(\mathbf{N}, |)$ pokaži da parcijalno poredani skup ne mora biti i potpuno poredan.
5. Objasni pojmove donje (gornje) međe, odozdol (odozgor) omeđenog podskupa, infimuma (supremuma), minimuma (maksimuma) i ilustriraj primjerima u (\mathbf{R}, \leq) , $(2^X, \subseteq)$ i $(\mathbf{N}, |)$.
6. Što je to Kartezijev produkt parcijalno poredanih skupova? Primjerom pokaži da Kartezijev produkt totalno poredanih skupova ne mora biti totalno poredan. Što je to leksikografski poredak?
7. Jednostavnim primjerima objasniti što je to usmjereni graf.
8. Jednostavnim primjerima objasni što je to Hasseov dijagram relacije poretka na nekom skupu.
9. Kad kažemo da je neki parcijalno poredan skup izomorfan nekom drugom parcijalno poredanom skupu?
10. Što je to mreža, a što potpuna mreža? Kako definiramo operacije zbrajanja i množenja u mreži i koja su im svojstva? Što je to distributivna, a što komplementirana mreža? (Sve ilustrirati jednostavnim primjerom)
11. Kako na Booleovoj algebri definiramo relaciju \leq i koja su joj svojstva? Što je atom?

Rekurzivne relacije

1. Kako definiramo Fibonaccijev slijed (F_n) ? Izvedi zatvorenu formulu (Moivreovu) za (F_n) .
2. Zlatni prerez i veza s Fibonaccijevim slijedom.
3. Što su linearne rekurzivne relacije (homogene i nehomogene)? Što je Eulerova supstitucija i kako glasi karakteristična jednačba pridružena linearnoj rekurzivnoj relaciji?
4. Opće rješenje homogene linearne rekurzivne relacije (citirati i dokazati teorem).
5. Što je to partikularno rješenje nehomogene linearne rekurzivne relacije i kako tražimo opće rješenje?
6. Hanojske kule i slični primjeri.

Kombinatorika

1. Pravilo zbrajanja i produktno pravilo (citirati i dokazati teorem).
2. Koliki su $|B^A|$ i $|2^X|$ za konačne skupove A , B i X ? Dokazati.
3. Što su to varijacije bez ponavljanja i permutacije bez ponavljanja? Kako ih prebrojavamo?
4. Što su to kombinacije bez ponavljanja i binomni koeficijenti? Koja su svojstva binomnih koeficijenata?
5. Kako glasi binomna formula? Dokazati.
6. Što su to permutacije i varijacije s ponavljanjem i kako ih prebrojavamo? (Citirati i dokazati teoreme o ukupnom broju permutacija s ponavljanjem i varijacija s ponavljanjem)
7. Citiraj i dokaži multinomnu formulu.
8. Što su to kombinacije s ponavljanjem i kako ih prebrojavamo?

9. Kako glasi formula uključivanja i isključivanja (Sylvesterova formula)?
Dokazati formulu.
10. Izvedi formulu za ukupan broj deranžmana u skupu svih permutacija bez ponavljanja reda n .