

predavanje 14: Osnove kvantne mehanike

1. Što je de Broglieva valna dužina, navedite i ukratko objasnite neke eksperimente koji su pokazali postojanje valova materije. (obavezno)

De Broglijev-eva valna dužina: svakoj čestici s količinom gibanja p pridružena je valna duljina:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

EKSPERIMENTI:

- De Broglieva predikcija da postoje valovi materije eksperimentalno je potvrđena 1927., C.J. Davisson i L.H. Germer. Oni su u eksperimentu s **difrakcijom elektrona** pokazali da je valna duljina elektrona u skladu s de Broglievom relacijom.

- **Youngov pokus** na elektronima pokazao je postojanje valova materije.

Elektroni se šalju jedan po jedan na dvije pukotine i detektiraju se na ekranu koji se nalazi daleko od pukotina. Kad elektron pogodi ekran, ekran zasvijetli, zabilježi se položaj elektrona na ekranu. Nakon što se zabilježi položaj nekoliko desetaka tisuća elektrona jasno se uočava ogibni uzorak isti kao i kod valova svjetlosti.

Rezultat "interferencije" je vjerojatnost da će elektron ostvariti interakciju na danom mjestu na ekranu. Iako se elektroni detektiraju kao čestice, vjerojatnost da se elektron pojavi na tom mjestu određena je intenzitetom interferencije dva vala materije.

Ako se jedna pukotina prekrije nestaje interferentni uzorak, dobije se simetrična krivulja s maksimumom oko centra otvorene pukotine. Kad se tijekom eksperimenta pola vremena drži zatvorena jedna pukotina, a pola vremena druga pukotina, prikupljeni uzorak razdiobe elektrona na ekranu slijedi krivulju koja se dobije sumom te dvije zasebne krivulje. Kad su otvorene obje pukotine dobije se uzorak razdiobe elektrona na ekranu koja je rezultat interferencije.

Dakle svi (mikro) objekti u prirodi imaju istovremeno i čestična i valna svojstva. **U širenju kroz prostor ponašaju se kao valovi, a u interakciji s tvari kao čestice.**

2. Kako glase Heisenbergove relacije neodređenosti? (obavezno)

- Za položaj i količinu gibanja: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

Produkt neodređenosti položaja Δx i količine gibanja Δp je veći ili približno jednak Planckovoj konstanti \hbar .

- Za energiju i vrijeme: $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$

Produkt neodređenosti energije ΔE i vremena Δt je veći ili približno jednak Planckovoj konstanti \hbar .

Nemoguće je istovremeno savršeno precizno poznavati položaj i brzinu čestice, odnosno što je kraći vremenski interval to je neodređenost energije veća.

Heisenbergove relacije neodređenosti opisuju fundamentalno svojstvo prirode.

3. Kako glasi vremenski nezavisna Schroedingerova valna jednačba i što ona opisuje?

Koristeći se de Broglievom idejom dualnosti val-čestica, Schroedinger nalazi jednačbu koja je danas poznata kao **Schrödingerova valna jednačba, a opisuje kako se val materije mijenja u prostoru i vremenu.**

Opći oblik Schrödingerove jednačbe za česticu mase m koja se giba u području u kojem na nju djeluju sile glasi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U\Psi = E\Psi \quad ; \quad \Delta\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}$$

gdje je: $\Psi = \Psi(x, y, z)$ - valna funkcija koja je rješenje jednačbe

$U = U(x, y, z)$ - potencijalna energija čestice, opisuje interakciju između čestice i okoline

$E = E(x, y, z)$ - ukupna energija čestice

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad - \text{ (reducirana) Planckova konstanta.}$$

Valna funkcija ψ je **kompleksna** fukcija čiji je kvadrat amplitude jednak **gustoći vjerojatnosti nalaženja čestice** u promatranoj točki $T(x, y, z)$:

$$|\Psi(x, y, z)|^2 = \frac{dP}{dV} = \frac{dP(x, y, z)}{dV}$$

gdje je $P = P(x, y, z)$ vjerojatnost nalaženja čestice u točki $T(x, y, z)$.

4. Što je tunel efekt, u kojim procesima se javlja i gdje se primjenjuje?

Tunel-efekt je naziv za prolaz atomske čestice kroz energetski bedem konačne duljine. Ako se za "najenergičnije" elektrone debljina barijere približno izjednači s valnom duljinom elektrona, elektroni mogu prolaziti kroz barijeru, a da im se ne dovede energija potrebna da se prijeđe preko barijere. Prolaz kroz barijeru ovisi o debljini barijere te o intenzitetu polja. Ovisnost je eksponencijalna.

PRIMJENA:

Tunel diode – poluvodčki uređaj kojeg čine dva područja suprotnog naboja odvojena uskim neutralnim područjem. Električna struja, u biti brzina tuneliranja, se kontrolira promjenom potencijalne razlike između dva nabijena područja, što je ekvivalentno mijenjanju visine barijere.

Josephsonov spoj (SQUID) – tuneliranje elektrona između dva

Supravodiča odvojena izolacijskim slojem debljine 1-2nm, koristi se za mjerenje vrlo malih magnetskih polja.

Alfa raspad – emisija jezgre helija iz nestabilnih teških jezgri.

Da pobjegne iz jezgre, alfa čestica mora nadvladati privlačnu nuklearnu silu koja drži protone i neutrone na okupu u jezgri. Privlačna nuklearna sila je veća od odbojne električne sile ali ipak povremeno alfa čestica tunelira kroz potencijalni bedem. Mehanizam tunel efekta objašnjava alfa raspad i velike razlike u vremenu poluživota različitih radioaktivnih jezgri.