

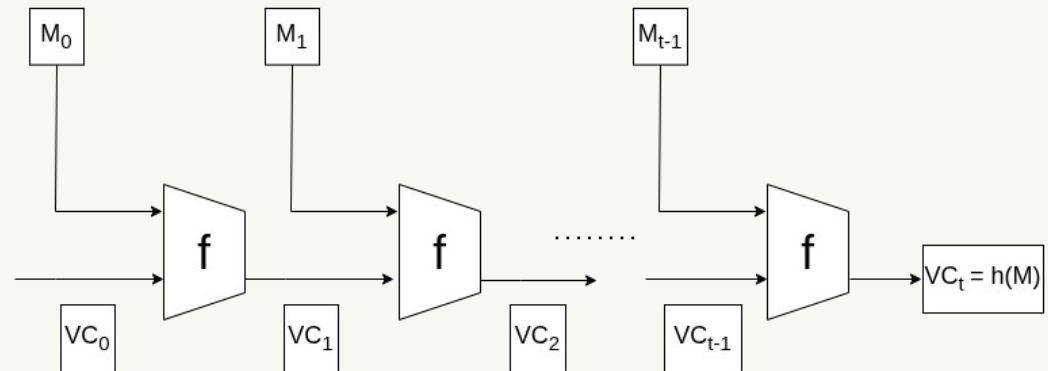
Fonctions de hachage - Motivations

- Transformer un message de longueur arbitraire en une empreinte de taille fixe.
- Détection d'altérations : changement minime du message \Rightarrow empreinte très différente.
- Vérification d'intégrité pour stockage/transmission.
- Accélérer signatures : on signe l'empreinte au lieu du document complet.
- Protection des mots de passe (stockage d'empreintes, salage).
- MACs (hachage + clé) pour authentifier messages.
- Dérivation/diversification de clés, engagements, PRNGs, structures vérifiables (arbres de Merkle).

Construction des fonctions de hachage

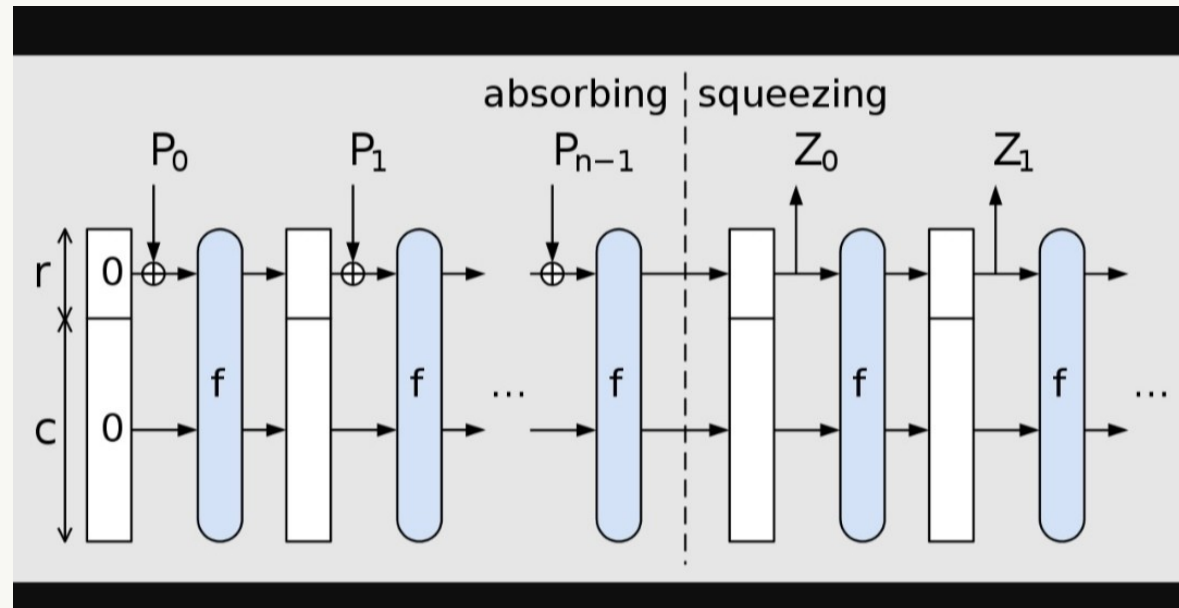
- Extenseur Merkle-Damgård : idée clé

- Définir une primitive opérant sur un domaine de taille fixe puis étendre ce domaine.
- **Extenseur Merkle-Damgård** : construction itérative fondée sur une fonction de compression f : $f(\{0,1\}^r \times \{0,1\}^n) \rightarrow \{0,1\}^n$.
- **Padding standard** (bit `1`, zéros, longueur en fin) pour rendre le message multiple de la taille de bloc.
- **Découpage en blocs M_i** puis itération : $VC_0 = IV$; $VC_i = f(VC_{i-1}, M_i)$; $h(M) = VC_t$.
- **Propriété** : sécurité de h hérite de celle de la compression f (mais attention aux attaques structurelles).
- **Faiblesses connues** : extension de longueur, multi-collisions



Extenseur « éponge » : principe

- **État interne** de taille $b = r + c$ (r = rate, c = capacity).
- **Fonction de permutation** $p : \{0,1\}^b \rightarrow \{0,1\}^b$ (bijective, pseudo-aléatoire).
- Deux phases : **absorption** (XOR du bloc sur la partie rate + application de p) puis **squeezing** (extraction r bits de la partie rate, éventuellement répéter p pour plus de sortie).
- **Avantages** : sortie de longueur variable, résistance à l'extension de longueur si bien paramétré, conception *proche d'un oracle aléatoire*.



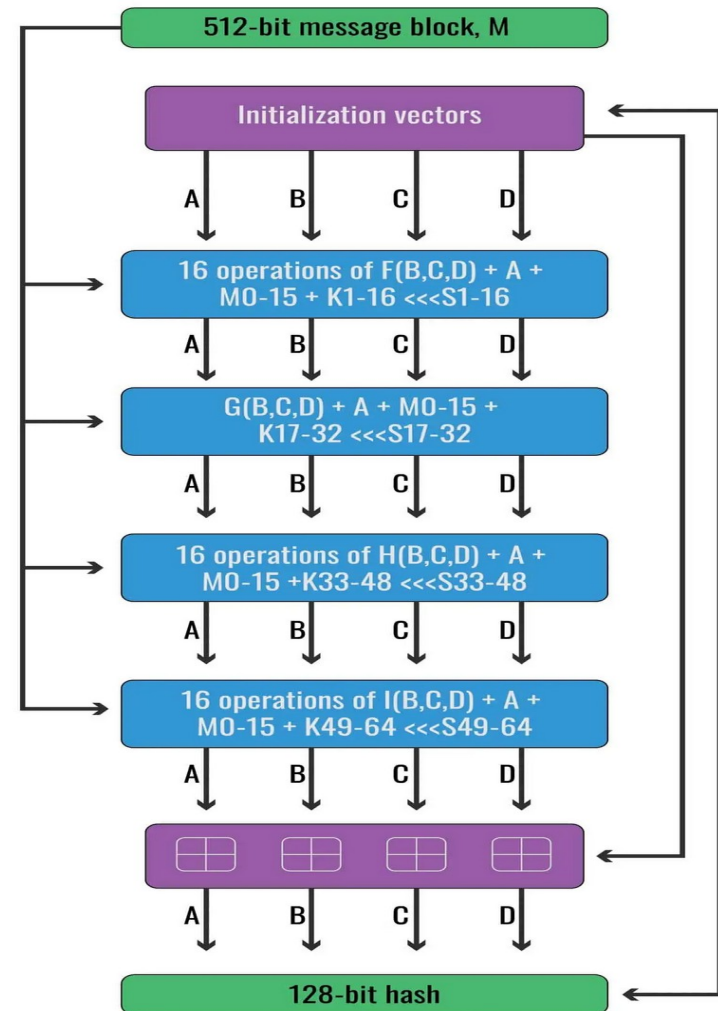
- **capacity c → sécurité** : typiquement la résistance est liée à $c/2$ pour collisions.
- **rate r → performance** : plus r → plus rapide mais capacity diminue.
- **Utilisée par SHA-3 / Keccak**

MD5 - Construction

- Condensé de 128 bits ; opérant sur mots de 32 bits ; blocs de 512 bits.
- Suit la construction Merkle-Damgård ; table de constantes $T[i]$ basées sur $\sin(i)$.
- Opérations : additions modulo 2^{32} , rotations à gauche, fonctions non linéaires F, G, H, I , 64 itérations (4 tours).

ETAPES

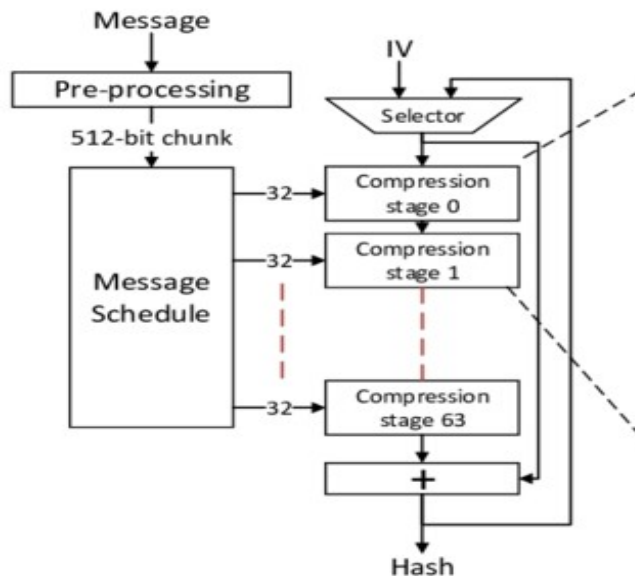
- Padding : `1` + k zéros jusqu'à $(L+1+k) \equiv 448 \pmod{512}$, puis longueur L codée sur 64 bits (little-endian).
- Initialisation : A_0, B_0, C_0, D_0 (valeurs constantes).
- Pour chaque bloc de 512 bits : extraire 16 mots $X_0..X_{15}$, exécuter 64 itérations (4 tours) : $A \leftarrow B + \text{ROTL}_{sj}(A + F/G/H/I(\dots) + X + T[j])$; permutations $(A, B, C, D) \leftarrow (D, A, B, C)$.
- Final : ajout des registres initiaux → concaténation $A_n \parallel B_n \parallel C_n \parallel D_n$ (little-endian).
- MD5 cassé pour collisions, vulnérable aux attaques chose-prefix et extension de longueur



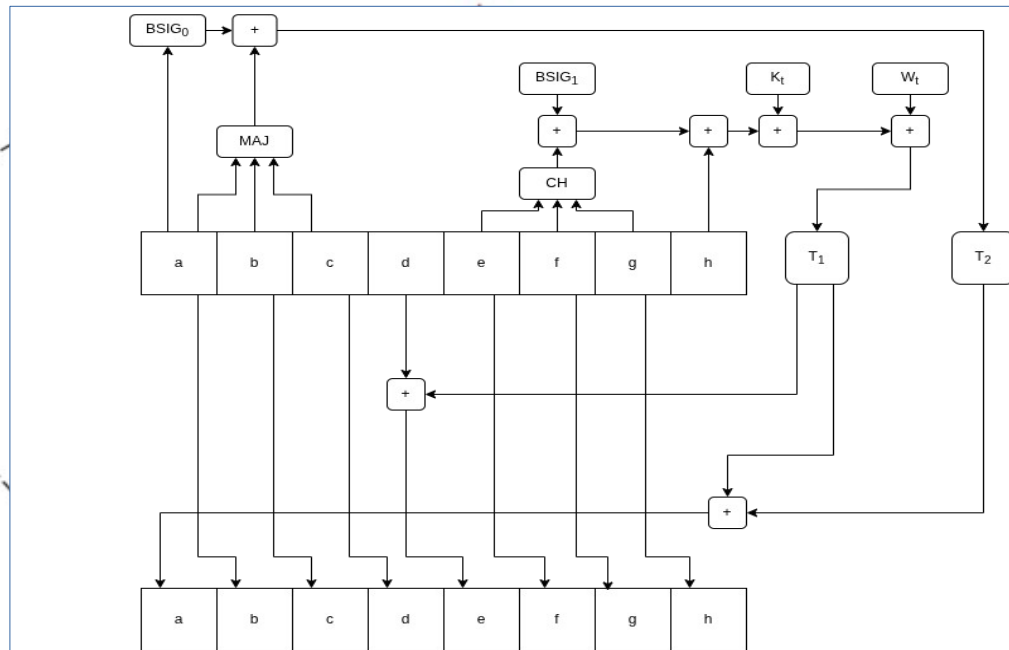
SHA-256 : caractéristiques générales

- Membre de la famille SHA-2 ; condensé de 256 bits ; mots de 32 bits ; blocs de 512 bits.
- Construction : Merkle-Damgård ; tableau de 64 constantes $K_0..K_{63}$ (premiers 32 bits des parties fractionnaires des racines cubiques des premiers nombres premiers).
- Opérations clés : CH, MAJ, BSIG0/1 (rotations), SSIG0/1 (petites σ), additions modulo 2^{32} .
- Padding : bit `1`, K zéros pour atteindre $(L+1+K) \equiv 448 \pmod{512}$, puis longueur L en 64 bits big-endian.
- Initialisation : 8 mots $VC_0[0..7]$ (constantes issues des racines carrées).
- Pour chaque bloc M_i : construire $W_0..W_{63}$

$$W_t = \sigma_1(W_{t-2}) + W_{t-7} + \sigma_0(W_{t-15}) + W_{t-16} \pmod{2^{32}}$$
 initier $a..h = VC(i-1)$, puis 64 itérations ; mise à jour des registres et finaliser en ajoutant $a..h$ à $VC(i-1)$.
- Haché final : concaténation des 8 mots $VC_n[0..7]$ (big-endian).



(a) SHA-256 Function



(b) Compression Stages