Αντισιδηρομαγνητισμός ↑↓↑↓↑↓↑

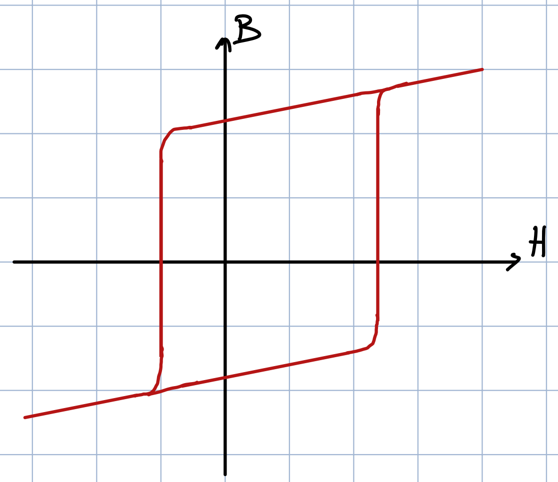
Παραδείγματα υλικών: Mn, Cr, MnO, FeO, CoO

Θερμοκρασία Neel (T_N) → πάνω από αυτή την θερμοκρασία χάνονται οι παραλληλισμοί των ροπών.

Σιδηρομαγνητισμός (ferrimagnetism) ↑↓↑↓↑↓↑↓↑↓↑

· τα υλικά αυτής της κατηγορίας ονομάζονται φερρίτες → δεν έχουν υψηλή αγωγιμότητα

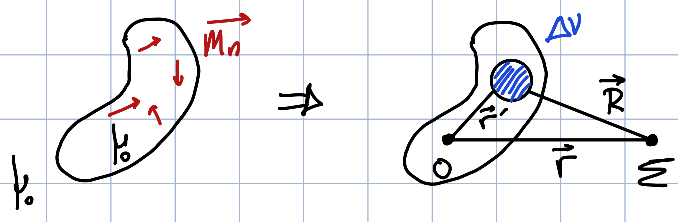
· Παραδείγματα: $XOFe_2O_3$, $X = Fe, Co, Ni, Mn, Mg$ κλπ



Για $X = Fe$

άρα για $FeOFe_2O_3$ (μαγνητίτης)

Μαγνήτιση – Μαγνητικά ρεύματα και φορτία



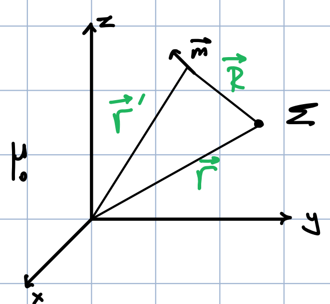
$$\Delta\vec{m} = \sum_n \vec{m}_n$$

$$\vec{M} = \frac{\Delta\vec{m}}{\Delta V} \quad (\text{Μαγνήτιση})$$

Μαγνήτιση: $\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} \left[\frac{A}{m}\right]$

$$\vec{A} = \vec{A}_I + \vec{A}_m \Rightarrow \vec{B} = \nabla\times\vec{A} = \underbrace{\nabla\times\vec{A}_I}_{B_I} + \underbrace{\nabla\times\vec{A}_m}_{B_m}$$

$$A_I = \frac{\mu}{4\pi}\int_{V_I}\frac{\vec{J}\,dV}{R}$$



$$\vec{A}_m = \frac{\mu_0\,\vec{m}\times\vec{R}}{4\pi R^2}$$

$$\vec{A}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\vec{m}\times\vec{R}}{R^2}dV' = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \vec{M}\times\nabla'\left(\frac{1}{R}\right) \ast$$

$\ast$ $R = \sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$, $\nabla'\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{\hat{R}}{R^2}$, $\nabla' = \hat{x}\frac{d}{dx'} + \hat{y}\frac{d}{dy'} + \hat{z}\frac{d}{dz'}$

$$\Rightarrow \vec{A}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\int_V \frac{\nabla'\times\vec{M}}{R}dV' - \int_V \nabla'\times\left(\frac{\vec{M}}{R}\right)dV'\right] = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\nabla'\times\vec{M}}{R}dV'$$

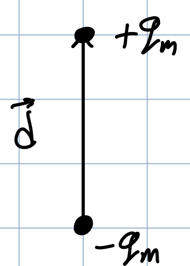
Από διανυσματική ανάλυση:

$$\int \nabla \vec{F} dv = \oint \hat{n} \vec{F} dS \quad , \quad \int_V \nabla \times \vec{F} dv = \oint_S \hat{n} \times \vec{F} dS$$

$$\Rightarrow \vec{A}_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\int \frac{\overbrace{\nabla' \times M}^{\vec{J}_m}}{R} dv' + \oint_S \frac{\overbrace{\hat{n} \times \vec{M}}^{\vec{K}_m}}{R} dS' \right]$$

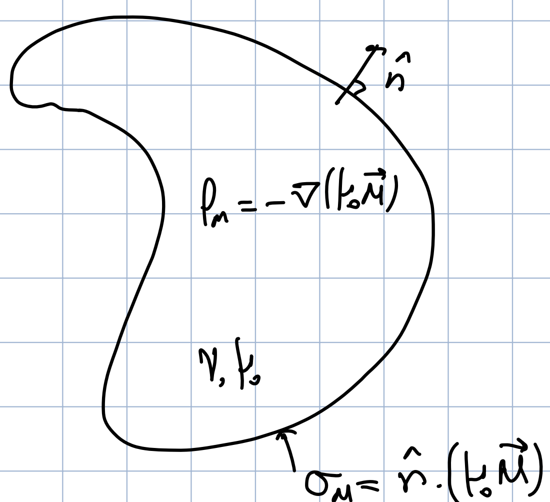
$$\vec{J}_m = \nabla \times \vec{M}$$
$$\vec{K}_m = -\hat{n} \times \vec{M}$$

μαγνητικό δίπολο (ΜΣ πεδίο):	ηλεκτρικό δίπολο (ΗΣ πεδίο):
$\uparrow \vec{m}$	$\uparrow \vec{p}$
$\vec{H} = \frac{m}{4\pi r^3}(2\cos\theta \hat{r} + \sin\theta \cdot \hat{\theta})$	$\vec{E} = \frac{p}{4\pi r^3}(2\cos\theta \hat{r} + \sin\theta \hat{\theta})$
$\vec{H}$	$\vec{E}$
m	p/ε_0
$\mu_0 \vec{m}$	$\frac{\cancel{\varepsilon_0} p}{\cancel{\varepsilon_0}}$
μ_0	ε_0



$$\vec{P}_m = q_m \vec{d}$$

Μαγνητικά Υλικά	Διηλεκτρικά Υλικά
$\vec{P}_m = q_m \cdot \vec{d} = \mu_0 \vec{m}$	$\vec{P} = q\vec{d}$
$\vec{H}$	$\vec{E}$
$\mu_0 \vec{M}$	$\vec{P}$
μ_0	ε_0
$\rho_M = -\nabla(\mu_0 \vec{M})$	$\rho_p = -\nabla \vec{P}$
$\sigma_M = \hat{n} \cdot (\mu_0 \vec{M})$	$\sigma_p = \hat{n} \cdot \vec{P}$

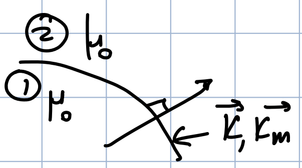


Πεδιακές εξισώσεις στα μαγνητικά υλικά

Ολοκληρωτική μορφή: $\oint_c \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \int_S (\vec{J} + \vec{J}_M)\, d\vec{S} = \underbrace{\mu_0 \int_S \vec{J}\, d\vec{S}}_{I} + \underbrace{\mu_0 \int (\nabla \times \vec{M})\, d\vec{S}}_{I_M}$

$$\oint_S \vec{B}\, d\vec{S} = 0 \,, \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_M) = \mu_0 \vec{J}_{\sigma\upsilon\nu} = \mu_0 (\vec{J} + \nabla \times \vec{M})$$

$$\Rightarrow \nabla \times (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}) = \mu_0 \vec{J}$$



$$\hat{n} \times (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = \mu_0 (\vec{K} + \vec{K}_m) \quad (1)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$$

$$K_M = K_{M_1} + K_{M_2} = -\hat{n} \times M_1 + \hat{n} \times M_2 = \hat{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1) \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \hat{n} \times (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = \mu_0 \vec{K} + \mu_0 \hat{n} \times (\vec{M}_2 - \vec{M}_1)$$

$$\Rightarrow \hat{n} \times \left[(\vec{B}_2 - \mu_0 \vec{M}_2) - (\vec{B}_1 - \mu_0 \vec{M}_1) \right] = \mu_0 \vec{K}$$

$\vec{B} - \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \vec{H} \Rightarrow \vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ ένταση μαγνητικού πεδίου

Εξισώσεις για το $\vec{H}$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{K}$$

$$\hat{n} \cdot \left[\mu_0 (\vec{H}_2 + \vec{M}_2) - \mu_0 (\vec{H}_1 + \vec{M}_1) \right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \hat{n} (H_2 - H_1) = \hat{n} (M_1 - M_2)$$

Συνηθισμένα μαγνητικά υλικά (ισοτροπικά)

$\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}$, χ_m = μαγνητική δεκτικότητα του υλικού

$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$

$\mu_r = 1 + \chi_m$, $\mu = \mu_0 \mu_r$

↳ σχετική μαγνητική διαπερατότητα

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0(1+\chi_m)\vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$$\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\vec{H} \Rightarrow \vec{H} = \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0 \mu} \vec{B}$$

Οι εξισώσεις στα συνηθισμένα υλικά μαγν. υλικά:

$$\oint_c \vec{H}\,d\vec{l} = \int_s \vec{J}\,d\vec{S} \qquad \oint \vec{B}\,d\vec{S} = 0$$

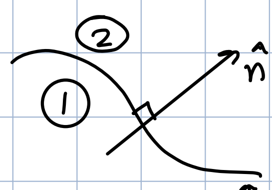
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \;, \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A} \Rightarrow \nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_m)$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{K} \;, \qquad \hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$$

Ανισοτροπικά:

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}$$

$\sigma_m = \hat{n} \cdot (\mu_0 \vec{M})$ (όταν έξω από τον όγκο έχουμε κενό)



$$\sigma_M = \sigma_{M1} + \sigma_{M2} = \hat{n}(\mu_0 \vec{M}_1) - \hat{n}(\mu_0 \vec{M}_2)$$
$$= \hat{n}(\mu_0 \vec{M}_1 - \mu_0 \vec{M}_2)$$